

ANDERSON DIAS GONÇALVES

Calculadora HP 12C

Treinamento com ênfase em Matemática Financeira.

SUMÁRIO

1	Conhecendo a Calculadora HP12C.....	5
	Testando a calculadora.....	5
	O teclado.....	5
	Número de casas decimais.....	5
	Números negativos.....	6
	Modo RPN e ALG.....	6
	Pilha operacional.....	6
	Cálculos aritméticos.....	7
	Memória de armazenamento.....	9
	Funções porcentagem.....	11
	Funções calendário.....	13
	Exercícios propostos.....	15
2	Funções Financeiras.....	16
	Registros financeiros.....	16
	Fluxo de caixa.....	16
	Juros simples.....	17
	Juros compostos.....	18
	Simbologia adotada.....	19
	Exercícios propostos.....	19
	Valor presente.....	20
	Valor futuro.....	21
	Cálculos de juros com períodos fracionários.....	22
	Exercícios propostos.....	23
3	Taxas de juros.....	24
	Taxa efetiva.....	24
	Taxa equivalente.....	25
	Taxa nominal.....	27
	Exercícios propostos.....	29
4	Séries Uniformes.....	30
	Anuidades e séries.....	30
	Cálculo de séries na HP12C.....	31
	Exercícios propostos.....	32
5	Séries não uniformes – VPL e TIR.....	34
	Fluxo de caixa não homogêneo.....	34
	Valor presente líquido – VPL.....	34
	Análise do valor presente líquido.....	36
	Taxa interna de retorno.....	37
	Exercícios Propostos.....	39
6	Amortização.....	40
	Sistema de amortização americano.....	40
	Sistema de amortização francês – PRICE.....	41
	Sistema de amortização constantes –SAC.....	43
	Exercícios propostos.....	43
7	Estatística.....	45
	Funções estatísticas.....	45
	Média.....	46
	Desvio padrão.....	47
	Estimação linear.....	48
	Coeficiente de Pearson.....	48
	Média ponderada.....	49
	Exercícios propostos.....	50
8	Noções de Programação.....	51
9	Bibliografia.....	55
10	Anexos.....	56

Material Elaborado por:

Anderson Dias Gonçalves, Licenciado em Matemática pelo Centro Universitário de Formiga – UNIFOR, pós-graduado em Matemática e Estatística pela UFLA, pós-graduado em Ensino da Matemática pelo UNIFOR, Mestre em Matemática pela Universidade Vale do Rio Verde.

Professor nos cursos de Administração e Ciências Contábeis do Instituto Superior de Ensino J. Andrade e nos cursos de Psicologia, Serviço Social e Ciências Contábeis da FACED. Professor de Matemática no Instituto Nossa Senhora do Sagrado Coração – Ensino Médio.

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS – Este material foi desenvolvido com o objetivo único e exclusivo para o uso nos Treinamentos da Calculadora Financeira HP12C ministrados pelo Prof. Anderson Dias Gonçalves.

A reprodução deste material fica autorizada desde que concedida pelo autor.

Contato: andersonmatematico@gmail.com

Copyright© Anderson Dias Gonçalves 2007.

PREFÁCIO

As notas de aulas escritas nos anos anteriores em que lecionamos a disciplina de Matemática Financeira nos cursos de Ciências Contábeis e Administração, bem como as questões levantadas em sala de aula, deram origem a este trabalho. Nele, procuramos prezar pela clareza e objetividade, evitando a linguagem formal da matemática e demonstrações desnecessárias, uma vez que todo o material está apoiado na calculadora financeira HP12C e a sua utilização direcionada para áreas gerenciais.

Procuramos apresentar todo o material aplicado à calculadora HP12C, visto que a Matemática Financeira não é praticada hoje sem o auxílio de uma calculadora financeira e ou das planilhas eletrônicas.

Este material é composto de mais de cem exercícios entre resolvidos e propostos, com o objetivo de proporcionar ao estudante um material rico em exemplos e consultas futuras de fácil entendimento.

No Brasil, vemos que o campo de finanças é tão vasto e amplo como em qualquer país desenvolvido. Os conceitos de valor presente afetam desde o mais simples cidadão até o empresário mais bem sucedido. Ambos defrontarão com aspectos relacionados com sua renda, seu consumo e, conseqüentemente, sua poupança que deve ser preservada ao longo dos tempos. Esse ambiente em que vivemos demonstra a necessidade de pelos menos fazer contas.

Acreditamos que o estudo de finanças passa, necessariamente, pelo domínio dos aspectos que envolvem o valor do dinheiro no tempo, a contabilidade fiscal e a contabilidade financeira, a gestão de custos e a formação de preços, as decisões de investimentos e de financiamentos.

Este material objetiva inicialmente dar ao leitor a idéia geral da matemática financeira utilizando a calculadora financeira HP12C, apoiados no conceito de juros simples, compostos, taxas de juros, séries uniformes e não uniformes, sistemas de amortização de financiamentos, cálculos estatísticos e noções de programação.

Agradecemos desde já as críticas que poderão tornar este material melhor no que se refere à sua objetividade, clareza, edição, etc. As mesmas poderão ser encaminhadas ao autor.

Julho de 2007.
Anderson Dias Gonçalves
andersonmatematico@gmail.com

INTRODUÇÃO

Esta apostila foi elaborada com objetivo de fornecer informações básicas na utilização da calculadora HP 12 C, possibilitando ao estudante uma compreensão de forma rápida e objetiva das principais funções da máquina, relativas à aplicabilidade em operações de matemática financeira.

Observamos que a evolução da humanidade tem exigido cada vez mais decisões rápidas, principalmente relacionadas às questões financeiras, onde a falta de conhecimento, ou um erro na tomada de decisão pode ser fatal no que se refere ao desempenho quer pessoal, profissional ou administrativo.

A correta utilização da calculadora HP 12C possibilita ao usuário uma tomada de decisão segura e eficaz.

1.1 - TESTANDO A CALCULADORA

Para testar o perfeito estado de funcionamento da máquina, procedemos da seguinte maneira:

Com a máquina desligada, pressione a tecla **[X]** e a tecla **[ON]**.

Solte a tecla **[ON]**, Soltando em seguida a tecla **[X]**.

Após alguns segundos onde aparece no visor a palavra "RUNNING", o visor deverá apresentar a seguinte descrição:

```
-8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8, 8,  
user f g BEGIN GRAD D.MY C PRGM
```

Se aparecer a especificação acima no visor, parabéns, caso contrário sua máquina está apresentando defeito e deve ser encaminhada para a assistência técnica.

1.2 – SEPARADORES DE DÍGITOS

Nada mais é do que a posição do ponto e vírgula, ou seja, normalmente as máquinas vem da fábrica com a notação americana, sendo o ponto para separar a parte fracionária e a vírgula para separar na parte inteira grupo de 3 dígitos, diferentes do nosso sistema, em que a vírgula separa a parte fracionária e o ponto divide em 3 dígitos a parte inteira.

Para que possamos adequá-la ao nosso sistema, proceda da seguinte maneira:

Desligue a máquina, aperte a tecla **[.]** mantendo-a pressionada, ligue a máquina **[ON]** e solte a tecla **[.]**.

1.3 – O TECLADO

Muitas das teclas da Hp 12C executam duas ou até três funções. A função primária de uma tecla é indicada pelos caracteres impressos em branco na face superior. As funções secundárias de uma tecla são indicadas pelos caracteres impressos em letra laranja **[f]** acima da tecla e em letra azul **[g]** na face inferior. Essas funções secundárias são selecionadas apertando a tecla de prefixo apropriada antes da tecla da função.

1.4 - CONTROLANDO O NÚMERO DE CASAS DECIMAIS

O número de casas decimais pode ser controlado no visor, basta utilizarmos a tecla **[f]** e o número de casas desejado. Por exemplo:

[f] e o número 2 irá aparecer no visor 3,14.

[f] e o número 6 irá aparecer no visor 3,143589.

Obs.: A máquina internamente trabalha com 10 casas decimais.

1.5- NÚMEROS NEGATIVOS

Para trocar de sinal de um número no visor – tanto um que acabou de se digitado quanto um que resultou de um cálculo – simplesmente aperte a tecla **[CHS]** (trocar sinal). Quando o visor exibe um número negativo – quer dizer, um número precedido pelo sinal de menos – apertado a tecla **[CHS]** remove o sinal do visor e o número se torna positivo.

1.6– CLEAR (apagar)

Apagando um registro ou zerar o mostrador. Há várias operações que apagam ou zeram registros na HP 12C, como mostrado na tabela abaixo.

Tecla(s)	Apagar / Zerar
[CLx]	Mostrador e registro X.
[f] CLEAR Σ	Registros estatísticos (R1 a R6), registros da pilha e mostrador.
[f] CLEAR [PRGM]	Memória de programação (só quando apertado no Modo de Programação)
[f] CLEAR [FIN]	Registros financeiros
[f] CLEAR [REG]	Registros de armazenamento de dados, registros financeiros registros da pilha, LAST X, e mostrador.

1.7– AS TECLAS “RPN” E “ALG”

A calculadora pode ser configurada para executar operações aritméticas tanto no modo **RPN** (Notação Polonesa Reversa) quanto no modo **ALG** (Algébrico).

No modo **RPN**, os resultados intermediários dos cálculos são armazenados automaticamente, então não é necessário usar parênteses.

No modo **ALG**, as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão são executadas na maneira tradicional.

Para selecionar o modo **RPN**: aperte **[f] [RPN]** para configurar a calculadora no modo **RPN**. Quando a calculadora está no modo **RPN**, o indicador de estado **RPN** está presente.

Para selecionar o modo **ALG**: aperte **[f] [ALG]** para configurar a calculadora no modo **ALG**. Quando a calculadora está no modo **ALG**, o indicador de estado **ALG** está presente.

Exemplo 1

Suponha que você deseja calcular $5+7=12$

Modo RPN	Modo ALG
5 [ENTER] 7 [+]	5 [+] 7 [=]

Executaremos todos os próximos exemplos no modo **RPN**.

1.8– A PILHA OPERACIONAL

No modo RPN, quatro registros especiais da HP 12C são utilizados para armazenar números durante os cálculos. Para entender melhor o uso desses registros, eles devem ser visualizados como se estivessem empilhados. (Por esse motivo são chamados de “registros de pilhas”, ou sem perda de generalidade de “pilhas”). Os registros da pilha são referenciados como X, Y, Z e T. A menos que a calculadora esteja no modo de Programação, o número exibido no visor é o número que se encontra no registro X.

O número do registro X – e no caso das funções de dois números, o número do registro Y – são os números utilizados nos cálculos. Os registros Z e T são utilizados basicamente para a retenção automática de resultados intermediários em cálculos complexos.

1.8.1 - Analisando a PILHA em cálculos aritméticos

Para cada tecla pressionada, o diagrama ilustra o cálculo e mostra os números que se encontra em cada registro da pilha, depois que a tecla é pressionada.

Exemplo 2

Vamos examinar o cálculo para $7 - 3$:

T→	0	0	0	0
Z→	0	0	0	0
Y→	0	7	7	0
Visor X→	7	7	3	4
Teclas→	7	[ENTER]	3	[-]

Exemplo 3

Vamos agora examinar o que acontece com a pilha em um cálculo complexo no modo RPN:
 $(3 \times 4) + (5 \times 6)$

7

T→	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Z→	0	0	0	0	0	12	12	0	0	0	
Y→	0	3	3	0	12	5	5	12	0	42	
Visor X→	3	3	4	12	5	5	6	30	42	7	
Teclas→	3	[ENTER]	4	[x]	5	[ENTER]	6	[x]	[+]	7	[÷]

Como podemos observar, os resultados ficam automaticamente armazenados e disponíveis na pilha operacional para serem utilizados no momento exato.

A tecla **[R↓] (roll down)** permite visualizar o conteúdo de toda pilha operacional, ou seja, gira a pilha operacional. Somente podemos introduzir 3 vezes o **[ENTER]**.

O conteúdo de X é mostrado no visor, para que possamos saber o conteúdo de Y, Z e T, acionamos a tecla **[R↓]**, e pressionando 4 vezes a tecla **[R↓]**, teremos a volta completa na pilha operacional.

Através da tecla **X, Y** podemos intercambiar o conteúdo dos registradores X e Y, ou seja: Você quer executar a operação $15 - 10$, e por engano introduziu 10 **[ENTER]** 15 , Para corrigir, basta pressionar a tecla **[x >< y]**, pois será invertida a posição na pilha operacional.

1.9- CÁLCULOS ARITMÉTICOS

No modo RPN, qualquer cálculo aritmético simples compreende dois números em uma operação – adição, subtração, multiplicação ou divisão. Para executar um cálculo desse tipo com a HP 12C, você precisa informar os números *primeiro*, e indicar a operação a ser executada *depois*.

Os dois números deveriam ser digitados na ordem em que apareceriam se o cálculo fosse escrito no papel: da esquerda para a direita. Depois de digitar o primeiro número, aperte a tecla **[ENTER]** para indicar que terminou de entrar o número. Apertando a tecla **[ENTER]** separa-se o segundo número a ser entrado do primeiro, já digitado.

Em resumo, para executar uma operação aritmética temos:

- 1) Digite o primeiro número.
- 2) Aperte a tecla **[ENTER]** para separar segundo número do primeiro.
- 3) Digite o segundo número.
- 4) Aperte **[+]**, **[-]**, **[x]** ou **[÷]**

Exemplo 4

Calcule $17 \div 5$

Teclas (modo RPN)	Visor	
17 [ENTER]	17,00	Registra o primeiro número na calculadora Apertando a tecla ENTER separa o primeiro número do segundo.
5 [÷]	3,40	Registra o resultado da operação.

Exemplo 5

Suponha que você escreveu três cheques sem atualizar os canchotos do seu talão, e você acabou de depositar seu salário de R\$1.670,50 em sua conta corrente. Se o saldo era de R\$ 89,76 e os cheques tinham os valores R\$ 32,95 , R\$ 68,90 e R\$ 123,45 , qual é o novo saldo?

1.10 – OUTROS CALCULOS MATEMÁTICAOS

Potência

A tecla $[y^x]$ eleva um número y qualquer (base) a um número x qualquer (expoente)

Exemplo 6

Calcule 2^3 , siga os passos:

Teclas (modo RPN)	Visor	
2 [ENTER]	2,00	Armazena a base 2
3 $[y^x]$	8,00	Resultado

Radiciação

1º Caso: Raiz quadrada

Exemplo 7

Calcule $\sqrt{50}$

Teclas (modo RPN)	Visor	
50 [ENTER]	50,00	Armazena o radicando
[g] $[y^x]$	7,07	Resultado

1º Caso: Raiz n-ésima

A raiz n -ésima de um número a é dado por $\sqrt[n]{a}$. Escrevendo essa raiz na forma de potência temos $a^{\frac{1}{n}}$, e essa operação podemos realizar na HP12C.

Exemplo 8

Calcule $\sqrt[3]{125}$

Teclas (modo RPN)	Visor	
125 [ENTER]	125,0	Armazena o radicando
3 $[\frac{1}{x}] [y^x]$	5,00	Resultado

LOGARÍTMO

Dados os números reais positivos a e b , com $b \neq 1$, chamamos de logaritmo de a na base b , o número real c , que deve ser o expoente de b , para que a potência seja igual ao número a , ou seja:

$$\log_b a = c \Leftrightarrow a = b^c \quad \text{com } a > 0, b > 0 \text{ e } b \neq 1.$$

Neste caso “ a ” é chamado de logaritmando, “ b ” é chamado de base e “ c ” é o logaritmo.

De acordo com a definição, podemos escrever, por exemplo, $\log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 8 = 2^3$.

Esses logaritmos são chamados de logaritmos decimais. De modo análogo à base de 10, ao trabalhar na base e denotamos simplesmente por $\ln c = x$ (chamado de logaritmo natural). Em outras palavras, os símbolos \log_e e \ln são iguais.

Enfatizaremos o logaritmo escrito na base e , também conhecido como logaritmo natural, pois tal base é comum em muitos fenômenos naturais, bem como em várias aplicações nas áreas de administração e economia. As calculadoras científicas possuem as teclas \log e \ln que calculam o valor do logaritmo nessas bases. As calculadoras financeiras possuem pelos menos a tecla \ln , que fornece o logaritmo natural, por esse motivo estaremos priorizando essa notação para o desenvolvimento das propriedades e dos problemas adiante.

Exemplo 9

Durante quanto tempo um capital deve ser aplicado a uma taxa de 1,2% a.m. para triplicar seu valor inicial?

Utilizando a fórmula algébrica para o montante em juros compostos: $FV = PV(1+i)^n$ temos:

Suponha um capital inicial de R\$ 100,00. Desta forma segue-se:

$$300 = 100 \left(1 + \frac{1,2}{100} \right)^n \quad \text{Resolvendo essa equação encontramos:}$$

$(1,012)^n = 3$ Aplicando logaritmo natural nos dois membros da equação temos:

$$\ln(1,012)^n = \ln(3)$$

$$n \cdot \ln(1,012) = \ln(3)$$

$$n = \frac{\ln(3)}{\ln(1,012)}$$

Teclas (modo RPN)	Visor	
3 [g] [LN]	1,10	Calcula o valor do logaritmo natural de 3
1,012 [g] [LN]	0,01	Calcula o logaritmo natural de 1,012.
[÷]	92,10	Calcula o tempo necessário para o capital triplicar

1.10 – MEMÓRIA – REGISTRO DE ARMAZENAMENTO

Números (dados) na HP 12C são armazenados em memórias chamadas “registros de armazenamento” ou simplesmente “registros”. Como vimos acima, quatro registros especiais são usados para o armazenamento de números durante a execução de cálculos, e mais um (denominado o registro do último X, “LAST X”) é usado para armazenar o último número mostrado antes da execução da última operação. Além desses registros em que números são armazenados automaticamente, até 20 outros registros estão disponíveis para o armazenamento manual de números. Esses outros registros de armazenamento são designados R_0 a R_9 e R_{10} a R_{19} .

1.10.1 – Armazenamento e recuperação de números

Para armazenar um número que aparece no mostrador em um registro de armazenamento de dados procedemos da seguinte maneira:

1 – Aperte **[STO]** (*store* - armazenar)

2 – Digite o número do registro: 0 a 9 para registro de R_0 a R_9 , ou .0 a .9 para os registros de $R_{,0}$ a $R_{,9}$

Da mesma maneira para recuperar para o mostrador um número em um registro de armazenamento, aperte **[RCL]** (recuperar), e depois digite o número do registro.

Exemplo 10

Armazene as taxas abaixo nas respectivas memórias. Desligue a HP12C e recupere esses dados.

Poupança	0,6875%	R_1
Dólar	R\$1,86	R_2
INPC	0,50%	R_3

Teclas (modo RPN)	Visor	
0,6875 [STO] 1	0,6875	Armazena o índice da poupança em R_1
1,86 [STO] 2	1,86	Armazena o valor em reais do dólar em R_2
0,50 [STO] 3	0,50	Armazena o índice do INPC em R_3

Para recuperar os dados, basta digitar **[RCL]** e a memória onde está armazenado o valor. Por exemplo, desejamos recuperar o índice da poupança, então:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[RCL] 1	0,6875	Recupera o valor do índice da poupança.

1.10.2 – Zerando os registros de armazenamento

Para zerar um único registro de armazenamento simplesmente armazene o valor zero. Não é necessário zerar um registro de armazenamento antes de armazenar um dado novo; a operação de armazenamento automaticamente zera o registro antes de armazenar o dado.

Para zerar todos os registros de armazenamento de uma só vez – incluindo os registros financeiros, os registros da pilha e o registro LAST X – aperte **[f] CLEAR [REG]**. Essa operação também zera o mostrador.

1.10.3 – Aritmética com registros de armazenamento

Suponha que você queira executar uma operação aritmética com o número no mostrador e um número em um registro de armazenamento, e depois armazenar o resultado no mesmo registro sem alterar o número no mostrador. A HP12C permite a execução dessa operação em um único passo.

1. Aperte **[STO]**
2. Aperte **[+]**, **[-]**, **[x]** ou **[÷]** para indicar a operação desejada.
3. Digite o número do registro.

Ao se fazer aritmética com registros de armazenamento, o novo número no registro é calculado segundo a regra abaixo:



Observação: Somente os registros R_0 a R_4 podem ser usados para essa operação.

Exemplo 11

No exemplo 10, atualizamos o saldo da conta corrente. Suponhamos que, como os dados armazenados na Memória Contínua da calculadora não são apagados, você a utilize para rastrear sua conta corrente. Você poderia usar os registros de armazenamento para rapidamente atualizar o saldo depois de fazer depósitos ou cheques.

Teclas (modo RPN)	Visor	
89,76 [STO] 0	89,76	Armazena o saldo atual no registro 0
32,95 [STO] [-] 0	32,95	Subtrai o primeiro cheque do saldo em R_0 .
68,90 [STO] [-] 0	68,90	Subtrai o segundo cheque
123,45 [STO] [-] 0	123,45	Subtrai o terceiro cheque
1670,50 [STO] [+] 0	1670,50	Adiciona o depósito
[RCL] 0	1534,96	Visualiza o saldo total

1.11 – FUNÇÕES DE PORCENTAGEM

A calculadora HP12C tem três teclas para solucionar problemas relacionados com porcentagens: [%], [Δ %] e [%T]. Você não precisa converter porcentagens nos equivalentes decimais; isso é feito automaticamente ao apertar qualquer uma dessas teclas.

1.11.1 – Porcentagem

No modo RPN, para determinar o valor que corresponde à porcentagem de um dado valor:

1. Digite o número base.
2. Aperte [ENTER]
3. Aperte [%].

Exemplo 12

Calcule 18% de R\$560,00.

Teclas (modo RPN)	Visor	
560 [ENTER]	560,00	Registra o número base
18 [%]	100,80	Calcula o valor

Exemplo 13

Um vendedor propõe a um cliente um desconto de 8%, caso o cliente compre 5 peças de roupa. Sabendo que cada peça de roupa tem um preço de tabela de R\$43,00, qual o valor que o cliente deverá pagar?

Teclas (modo RPN)	Visor	
43,00 [ENTER]	43,00	Registra o valor de cada peça de roupa
5 [x]	215,00	Calcula o valor a pagar sem o desconto
8 [%]	17,20	Calcula o desconto
[-]	197,80	Calcula o valor que o cliente deve pagar após o desconto de 8%

1.11.2 – Diferença percentual

No modo RPN para encontrar a diferença percentual entre dois números procedemos da seguinte maneira:

1. Digite o número base.
2. Aperte **[ENTER]** para separar, o segundo número do número base.
3. Digite o segundo número.
4. Aperte a tecla **[Δ%]**.

Observação: Se o segundo número for maior que o número base, a diferença será positiva, caso contrário negativa. Portanto uma resposta positiva indica um aumento, enquanto uma resposta negativa indica uma redução.

Exemplo 14

Ontem o valor de uma ação da Vale do Rio Doce caiu de R\$58,70 para R\$56,90. Qual a diferença percentual?

Teclas (modo RPN)	Visor	
58,70 [ENTER]	58,70	Registra o valor base
56,90 [Δ%]	-3,07	Indica uma queda de 3,07%

Exemplo 15

No mês de janeiro de 2007 o preço médio do litro de gasolina era de R\$2,48, já no mês de março do mesmo ano, o preço médio era contado em R\$2,59. Qual a diferença percentual entre os meses de janeiro e março?

Teclas (modo RPN)	Visor	
2,48 [ENTER]	2,48	Registra o número base
2,59 [Δ%]	4,44	Indica um aumento de 4,44%

1.11.3 – Porcentagem do total

No modo RPN, para calcular qual o percentagem um número é do outro:

1. Calcule o valor total somando os valores individuais, como em um cálculo aritmético complexo.
2. Digite o número cujo equivalente em percentagem deseja encontrar.
3. Aperte a tecla **[%T]**

Exemplo 16

Uma universidade, em 2006 apresentava os seguintes números em relação ao seu corpo discente: 640 alunos no curso de Administração, 280 alunos em Publicidade e Propaganda e 420 em Contabilidade. Qual percentagem dos alunos corresponde ao curso de Administração?

Teclas (modo RPN)	Visor	
640 [ENTER]	640	Registra o primeiro número
280 [+]	280	Acrescenta o segundo número
420 [+]	420	Acrescenta o terceiro número para chegar ao total.
640 [%T]	47,76	Calcula qual percentagem o número 640 é do total, ou seja, 47,76%.

Observação: A HP 12C retém o valor total na memória depois de calcular a percentagem do total. Portanto, para calcular qual percentagem um outro valor é do total proceda da seguinte maneira:

1. Pressione **[CLx]** para zerar o mostrador
2. Digite o outro valor
3. Aperte a tecla **[%T]** novamente.

Para calcular qual percentagem um número é de um total, quando você já sabe o valor do total:

1. Digite o valor total
2. Aperte a tecla **[ENTER]** para separar o segundo número do total
3. Digite o número cujo equivalente em percentagem deseja calcular
4. Aperte a tecla **[%T]**

Exemplo 17

Sabe que uma empresa o número total de funcionários é 1260. No departamento vendas trabalham 340 pessoas; qual o percentual de pessoas que trabalham nesse departamento?

Teclas (modo RPN)	Visor	
1260 [ENTER]	1260	Registra o número total de funcionários
340 [%T]	26,98	Calcula a porcentagem que corresponde o número 340 em relação ao número total de 1260 funcionários, ou seja, 26,98%.

1.12 – FUNÇÕES CALENDÁRIO

As funções calendários fornecidas pela HP 12C – **[DATE]** e **[ΔDYS]** trabalham com datas entre 15 de outubro de 1582 a 25 de novembro de 4046.

1.12.1 – Formato data

Para todas as funções de calendário a calculadora utiliza dois formatos de data: mês-dia-ano e dia-mês-ano.

Para configurar a HP 12C para o formato mês-dia-ano, aperte a tecla **[g]** **[M.D.Y]**. Para entrar uma data com esse formato ativado, procedemos da seguinte maneira:

Observação: Prepare a HP 12C para 6 casas decimais, **[f]** 6

1. Digite o mês, com um ou dois dígitos.
2. Aperte a tecla do ponto decimal (.).
3. Digite os dois dígitos do dia.
4. Digite os quatro dígitos relativos ao ano.

As datas são exibidas no mesmo formato.

Para configurar a HP 12C para o formato dia-mês-ano, aperte **[g]** **[D.M.Y]**.

Para entrar uma data com esse formato ativado, procedemos da seguinte maneira:

Observação: Prepare a HP 12C para 6 casas decimais, **[f]** 6

1. Digite o dia, com um ou dois dígitos.
2. Aperte a tecla do ponto decimal (.).
3. Digite o mês, com dois dígitos.
4. Digite os quatro dígitos relativos ao ano.

1.12.2 – Datas futuras ou passadas

Para calcular a data e dia que certo número de dias está depois, ou antes, de uma data fornecida procede-se da seguinte maneira:

1. Digite a data fornecida e aperte **[ENTER]**
2. Digite o número de dias
3. Se a outra data estiver no passado, aperte **[CHS]**
4. Aperte **[g] [DATE]**

Exemplo 18

Se você comprasse um computador no dia 25 de março de 2002, e o vendedor lhe propor um pagamento para 150 dias após a data da compra, qual seria a data do vencimento?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[g] [D.M.Y]		Configura a calculadora para o formato dia-mês – ano
25,032002 [ENTER]	25,032002	Registra a data
150 [g] [DATE]	22.08.2002 4	A data de vencimento é 22 de agosto de 2002, uma quinta-feira.

Tabela de dias da semana.

A HP 12C trabalha com uma conversão dos dias da semana da seguinte maneira:

Indicador na HP 12C	Dia da semana
1	Segunda-feira
2	Terça-feira
3	Quarta-feira
4	Quinta-feira
5	Sexta-feira
6	Sábado
7	Domingo

Exemplo 19

Você sabe em que dia da semana nasceu?

Suponha que uma pessoa tenha nascido no dia 25 de junho de 1978, em que dia da semana ela nasceu?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[g] [D.M.Y]		Configura a calculadora para o formato dia-mês –ano
25,061978 [ENTER]	25.061978	Registra a data do nascimento da pessoa
0 [g] [DATE]	25.061978 7	O zero pede a calculadora que conte zero dias após a data de 25 de junho de 1978, mas 0 dias é o mesmo dia, então a pessoa nasceu em um dia de domingo.

1.12.3 – Número de dias entre datas

Para calcular o número de dias entre duas datas procede-se da seguinte maneira:

1. Digite a data mais antiga e aperte **[ENTER]**
2. Digite a data mais recente e aperte **[g] [Δ DYS]**

A resposta exibida no mostrador é o número exato de dias entre as duas datas, incluindo 29 de fevereiro, se houver. A HP 12C também calcula o número de dias entre duas datas com base no ano comercial (mês de 30 dias). Essa resposta fica retida na memória da calculadora; para mostrá-la, aperte a tecla **[x >< y]**.

Exemplo 20

Qual seria o número de dias, contados com base nas duas maneiras (exato e comercial) para calcular os juros simples acumulados de 3 de junho de 2002 e 28 de novembro de 2003?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[g] [D.M.Y]		Configura a calculadora para o formato dia-mês – ano
03,062002 [ENTER]	3.062002	Registra a primeira data
28,112003 [g] [Δ DYS]	543	O mostrador exibe o número exato de dias.
[x >< y]	535	O mostrador exibe o número de dias baseado no ano comercial.

1.13 A FUNÇÃO RND

Esta função fica acima da tecla [PMT]. RND significa **to round out** (arredondar). Para acessá-la digita-se primeiro f e depois RND. Têm como função zerar toda a mantissa oculta nos registradores da máquina.

- Digite **123,456789**
- Execute [f] **3**
- Execute [f] [**RND**] (RND = Rounded)
- Execute [f] **9**

Foi arredondado para 123,457 na memória (e não apenas no visor, como quando foi executado **f3**).

- Digite **12,34**
- Execute [g] [**FRAC**] (FRAC = Fractionary)

Restou apenas a parte fracionária na memória.

- Digite **12,34**
- Execute [g] [**INTG**] (INTG = integer)

Restou apenas a parte inteira.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Com base na sua data de nascimento, calcule quantos dias de vida você possui hoje.
2. Realizamos uma aplicação financeira junto a bolsa de mercadorias futura, com data de 23.11.2001, para o prazo de 245 dias. Qual da data de vencimento da aplicação? Que dia da semana cairá?
3. Qual o dia da semana das datas abaixo e quantos dias há entre elas?
a) 04.07.93 à 28.08.93 =
b) 07.10.93 à 25.11.93 =
4. Qual o dia da semana das seguintes datas:
a) 28.06.2003 =
b) 07.10.1993 =
5. Data do empréstimo: 23.08.93, período do empréstimo 31 dias. Qual a data de vencimento e o dia da semana?
6. Data do empréstimo: 16.08.93, data de vencimento 13.09.93, qual o período em dias?
7. Data do empréstimo 13.09.93, período de 31 dias, qual a data de vencimento e o dia da semana?

INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é desenvolver junto à HP12C os conceitos de juros, capitalização simples e composta e ainda mostrar suas aplicações através de exemplos numéricos.

Inicialmente apresentamos os principais registradores financeiros da HP12C, o fluxo de caixa e sua simbologia, seguidos de juros simples e compostos.

Finalizamos o capítulo com a definição de Valor Atual e Valor Futuro, respectivamente, capital e montante e suas aplicações através de exemplos numéricos.

2.1 - REGISTROS FINANCEIROS

A calculadora HP 12C além de possuir os registros de armazenamento de dados mencionados no capítulo anterior, tem cinco registros especiais para cálculos financeiros. Esses registros são denominados por **[n]**, **[i]**, **[PV]**, **[PMT]** e **[FV]**. Essas teclas são responsáveis pelos cálculos financeiros e armazenagem do resultado no registro correspondente.

Observações:

1 - Para armazenar um número em um registro financeiro, digite o número e aperte a tecla correspondente **[n]**, **[i]**, **[PV]**, **[PMT]** ou **[FV]**.

2 - Para exibir um número armazenado em um registro financeiro, aperte **[RCL]** (*Recall*) seguida pela tecla correspondente.

2.2 - ZERANDO OS REGISTROS FINANCEIROS

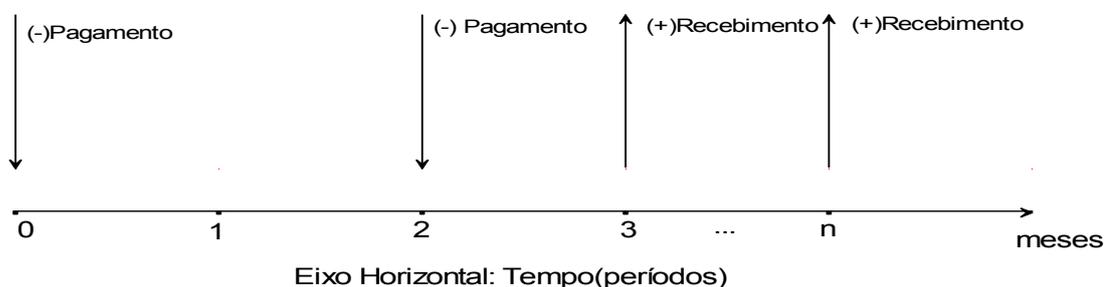
Toda função financeira utiliza os números armazenados em algum dos registros financeiros. Antes de começar um novo cálculo financeiro, é recomendável apertar **[f] CLEAR [FIN]** para zerar todos os registros financeiros.

2.3 - FLUXO DE CAIXA - CONCEITOS E CONVENÇÕES BÁSICAS

Denomina-se fluxo de caixa o conjunto de entradas e saídas de dinheiro (caixa) ao longo do tempo. Podemos ter fluxos de caixa de empresas, de investimentos, de projetos, de operações financeiras, etc.

A elaboração do fluxo de caixa é indispensável na análise de rentabilidade e custos de operações financeiras, e no estudo de viabilidade econômica de projetos e investimentos.

A representação do fluxo de caixa é feita por meio de tabelas e quadros ou diagramas, como mostra a figura abaixo.



2.4 - CAPITAL

Chamamos de capital a qualquer valor monetário que uma pessoa (física ou jurídica) empresta para outra durante certo tempo. Tendo em vista que o emprestador se abstém de usar o valor emprestado, e ainda, em função de uma perda de poder aquisitivo do dinheiro pela inflação e do risco de não pagamento, surge o conceito de juro, que será definido abaixo.

2.5– JUROS

2.5.1 - Conceito

Definem-se juros como sendo a remuneração do capital, a qualquer título.

Assim, são válidas as seguintes expressões como conceito de juros:

- a) remuneração do capital empregado em atividades produtivas;
- b) custo do capital de terceiros;
- c) remuneração paga pelas instituições financeiras sobre o capital nelas aplicado.

2.5.2 - Unidade de Medida

Os juros fixados por meio de uma taxa percentual que sempre se refere a uma unidade de tempo (ano, semestre, trimestre, mês, dia).

12% ao ano = 12% a.a

4% ao semestre = 4% a.s

1% ao mês = 1% a.m.

20% ao dia = 0,20% a.d

A obtenção do valor dos juros do período, em unidades monetárias, é sempre feita pela aplicação da taxa de juros sobre o capital aplicado. Assim, por exemplo, um capital de \$1.000,00 aplicado a uma taxa de juros de 8% a.a. proporciona, no final de um ano, um valor de juros igual a:

2.5.3 - Regimes de Capitalização Adotados

Os regimes de juros adotados no curso de Matemática Comercial e Financeira são conhecidos como juros simples e compostos.

No regime de juros simples, apenas o capital inicial, também chamado de principal, rende juros. Nesse regime não se somam os juros do período ao capital para o cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Juros não são capitalizados e, em consequência disso, não redem juros.

No regime de juros compostos, somam-se os juros do período ao capital para cálculo de novos juros nos períodos seguintes. Juros são capitalizados e passam a render juros.

2.6– CÁLCULOS DE JUROS SIMPLES

Os juros simples apresentam uma grande vantagem operacional sobre os juros compostos. Isso porque, para calculá-los, precisamos fazer apenas duas multiplicações, enquanto que os juros compostos são calculados com potenciação. Apesar de existirem fórmulas para o cálculo de juros simples, muitos preferem utilizar o conceito de porcentagem e o da lógica. Por exemplo, uma aplicação de R\$ 2.000,00, que rende 3% a.m. (juros simples), após 4 meses renderá $4 \times 3\% = 12\%$. Calculando 12% de R\$2.000,00, teremos R\$ 240,00. Inversamente, se tivermos o principal, os juros e a taxa, em nossas contas aparecerá também uma divisão se quisermos descobrir a prazo necessário para aplicação. Isso poderia ficar um pouco mais complicado se estivéssemos trabalhando com unidades diferentes para prazos e taxas. Por esse motivo, muitos preferem trabalhar com fórmulas matemáticas. Além disso, as planilhas eletrônicas exigem um bom relacionamento com as fórmulas. Nesse contexto buscamos encorajar o aluno a criar suas próprias fórmulas, específicas para cada situação, mas isso não o obrigará a resolver a maior parte dos exercícios através delas.

2.7 - FÓRMULA DOS JUROS SIMPLES

$$J = PV \cdot \frac{i}{100} \cdot n$$

Onde:

J = Juros simples

PV = Principal

i = taxa de juros

n = prazo

2.8 - JUROS SIMPLES NA HP12C

A HP 12C apresenta grandes limitações para o cálculo dos juros simples – automaticamente, ela só calcula os juros. Além disso, a taxa de juros deve estar expressa em anos e o prazo em dias.

Ela calcula automaticamente os juros simples ordinários (utilizando o ano comercial) e exatos (usando um ano de 365 dias), simultaneamente. É possível exibir qualquer um dos dois, conforme descrito no procedimento abaixo. Além do mais, com os juros acumulados no mostrador, você pode calcular o valor total (principal mais juros acumulados - montante) apertando [+].

1. Digite ou calcule o número de dias e aperte [n]
2. Digite a taxa de juros anual e aperte [i]
3. Digite o valor do principal e aperte [CHS] [PV]
4. Aperte [f] [INT] para calcular e exibir os juros ordinários acumulados.
5. Se você deseja calcular os juros exatos acumulados, aperte [R↓] [x><y]
6. Aperte [+] para calcular o total do principal o total do principal mais os juros acumulados exibidos no mostrador.

As quantidades [n], [i] e [PV] podem ser indicadas em qualquer ordem.

Exemplo 1

Um primo precisa de um empréstimo para pagar a mensalidade da faculdade e lhe pede R\$ 520,00 emprestado durante um prazo de 60 dias. Você empresta o dinheiro a juros simples ordinários de 7%. Qual o valor dos juros acumulados que ele lhe deverá após 60 dias e qual será o valor total devido?

Teclas (modo RPN)	Visor	
60 [n]	60,00	Registra o número de dias
7 [i]	7,00	Armazena a taxa de juros anual (ordinários)
520,00 [CHS] [PV]	-520,00	Registra o principal
[f] [int]	6,06	Juros ordinários acumulados
[+]	526,06	Valor total: Principal mais juros acumulados.

Para calcular o valor dos juros no ano civil em vez do ano comercial, procedemos da seguinte maneira:

Teclas (modo RPN)	Visor	
60 [n]	60,00	Registra o número de dias
7 [i]	7,00	Armazena a taxa de juros anual (ordinários)
520,00 [CHS] [PV]	-520,00	Registra o principal
[f] [int] [R↓] [x><y]	5,98	Juros exatos acumulados
[+]	525,98	Valor total: Principal mais juros acumulados.

Exemplo 2

Quais os juros pagos pelo uso de R\$ 500,00 de uma conta especial se a taxa cobrada pelo banco é de 12% a.m. e o dinheiro foi usado por 11 dias?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]	0,00	Apaga os registros financeiros
500 [PV]	500,00	Armazena o principal
11 [n]		Armazena o período
12 [ENTER]		
12[x] [i]	144,00	Registra a taxa anual de juros
[f] [INT]	-22,00	Calcula os juros

2.9- JUROS COMPOSTOS

No regime de juros compostos, os juros de cada período, quando não são pagos no final do período, devem ser somados ao capital e, conseqüentemente, também passam a render juros.

A esse processo dá-se o nome de capitalização de juros, e como ele acontece no regime de juros compostos costuma ser chamado de capitalização composta.

2.9.1 - Dedução da Expressão Genérica.

A expressão genérica do valor futuro (FV), no regime de juros compostos, em função dos parâmetros n, i e PV, são baseados no fluxo de caixa apresentado na simbologia desenvolvida anteriormente.

O valor futuro FV, ou montante, resultante da aplicação de um principal PV, durante n períodos da capitalização no regime de juros compostos, é obtido pela seguinte expressão:

$$FV = PV (1 + i)^n$$

Em que a unidade referencial de tempo da taxa de juros i deve coincidir com a unidade referencial de tempo utilizada para definir o número de períodos n.

Geralmente a taxa de juros é fornecida como taxa anual (também denominada a taxa **nominal**): quer dizer, a taxa de juros por ano. Porém, em problemas de juros compostos, a taxa de juros armazenada no registro i deve ser sempre expressa em termos do período de capitalização básico, que pode ser anos, semestres, trimestres, bimestres, meses, dias ou qualquer outra unidade de tempo.

Exemplo 3

Você realizou um depósito em uma conta poupança no dia 18 de janeiro de 2005 no valor de R\$ 480,00. Considerando uma taxa de rentabilidade líquida (livre de qualquer tipo de imposto) de 0,78% ao mês, qual o valor acumulado no dia 18 de junho de 2005?

Teclas (modo RPN)	Visor	
5 [n]	5	Registra o tempo que o dinheiro ficou depositado
0,78 [i]	0,78	Registra os juros referentes a cada mês.
480 [CHS] [PV]	-480,00	Registra o valor depositado no dia 18 de janeiro de 2005
0 [PMT]	0	Indica que não houve nenhum pagamento seriado uniforme nesse período.
[FV]	499,01	Calcula o montante no dia 18 de junho de 2005.

2.7 - SIMBOLOGIA ADOTADA

A simbologia e convenções utilizadas em todos os diversos elementos de um fluxo de caixa são idênticas àquelas adotadas por todas as calculadoras da marca HP (podendo utilizar uma genérica da marca Aurora FN 1000), inclusive pela HP-12C.

2.7.1 - Convenção de Final de Período - Série PMT Postecipada

A representação dos fluxos de caixa, de acordo com essa convenção, se faz no final de cada período, todos os valores monetários que ocorrem durante um período são indicados no final do período correspondente, uma vez que não podem ser representados ao longo dos períodos, pois os mesmo não são contínuos.

Para especificar esse modo de vencimento procede-se da seguinte maneira:

- Aperte [g] [END] para pagamentos realizados no final do período.

2.7.2 - Convenção no Início de Período - Série PMT Antecipada

A representação dos fluxos de caixa, de acordo com essa convenção, se faz no início de cada período, todos os valores monetários que ocorrem durante um período são indicados no início do período correspondente, uma vez que não podem ser representados ao longo dos períodos, pois os mesmos não são contínuos.

Para especificar esse modo de vencimento procede-se da seguinte maneira:

- Aperte [g] [BEG] para pagamentos realizados no início do período.

2.8 – PRINCIPAIS ELEMENTOS DE UM FLUXO DE CAIXA

A calculadora HP-12C adota as seguintes convenções e simbologia para definir os elementos de fluxo de caixa.

n

O número de períodos de capitalização de juros, expressos em anos, semestres, meses, trimestres, meses ou dias, podendo tomar os valores 0, 1, 2, 3...

Assim por exemplo, se os períodos correspondem a meses temos:

$n = 0$ indica a data de hoje, ou a data do início do 1º mês;

$n = 1$ indica a data do final do 1º mês e assim por diante.

i

Taxa de juros por período de capitalização, expressa em porcentagem, e sempre mencionando a unidade de tempo considerada (ano, semestre, trimestre, mês ou dia). Por exemplo:

$i = 10\%$ ao ano = 10% a.a. = 0,10

PV

Valor presente (*Present Value*), ou seja, valor do capital inicial (principal) aplicado. Representa na escala horizontal do tempo, o valor monetário colocado na data inicial, isto é, no ponto correspondente a $n = 0$.

FV

Valor futuro (*Future Value*), ou seja, valor do montante acumulado no final de n períodos de capitalização, com a taxa de juros i . Representam na escala horizontal do tempo, os valores monetários colocados nas datas futuras, isto é, nos pontos correspondentes a $n = 1, 2, 3...$

PMT

Valor de cada prestação da Série Uniforme (*Periodic Payment*) que ocorre no final de cada período (Série Postecipada). Representa na escala horizontal do tempo, o valor de cada uma das prestações iguais que ocorre no final dos períodos 1, 2, 3...

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Considerar em todos os problemas o ano comercial com meses de 30 dias.

1. Determinar o montante acumulado em seis trimestres, com uma taxa de 1,2% ao mês, no regime de juros compostos, a partir de um principal de \$10.000,00.
2. Determinar o principal que deve ser investido para produzir um montante de \$20.000,00, num prazo de dois anos, com uma taxa de 12% ao semestre, no regime de juros compostos.

3. Um investidor aplicou \$ 10.000,00 para receber \$11.200,00 no prazo de um ano. Determinar a taxa de rentabilidade mensal investidor, no regime de juros compostos.
4. Determinar o montante acumulado em oito trimestres a partir de um principal aplicado de \$10.000,00, com uma taxa de 1,2% ao mês, no regime de juros compostos.
5. Determinar o número de meses necessários para se fazer um capital triplicar de valor, com uma taxa de 1% ao mês, no regime de juros compostos.
6. Um investidor deseja fazer uma aplicação financeira a juros compostos de 1,5% ao mês, de forma a garantir uma retirada de \$10.000,00 no final do 6º mês e outra de \$20.000,00 no final do 12ºmês, a contar da data de aplicação. Determinar o menor valor que deve ser investido para permitir a retirada desses valores nos meses indicados.
7. Uma empresa deseja liquidar uma nota promissória de \$10.000,00 vencida a três meses, e ainda antecipar o pagamento de outra de \$ 50.000,00 com cinco meses a decorrer até seu vencimento. Determinar o valor do pagamento a ser feito de imediato pela empresa para liquidar essas duas notas promissórias, levando em consideração uma taxa de 1,2% ao mês, juros compostos, e **assumindo os meses com 30 dias**.
8. Um banco de investimento que opera com juros compostos de 1% ao mês está negociando um empréstimo com uma empresa que pode liquidá-lo com um único pagamento de \$106.152,02, no final do 6º mês, a contar com a assinatura do contrato. Determinar o valor que deve ser abatido do principal desse empréstimo, no ato da contratação, para que esse pagamento seja limitado em \$ 90.000,00, e para que a taxa de 1% ao mês seja mantida.
9. Determinar o valor de uma aplicação financeira que produz um valor de resgate de \$ 10.000,00 ao final de 21 dias, com uma taxa de 1,5% ao mês, no regime de juros compostos.

Respostas

- 1 - \$12.395,08
- 2 - \$12.710,36
- 3 - 0,9489%
- 4 - %13.314,73
- 5 - $110 < n < 111$ meses
- 6 - \$25.873,17
- 7 - \$57.469,39
- 8 - \$15.215,93
- 9 - \$9.896,32

2.9– VALOR PRESENTE (ATUAL) E VALOR FUTURO (NOMINAL)

Estes conceitos são análogos aos vistos em juros simples. Valor futuro (FV) de um valor presente (PV) é o valor na data de seu vencimento. Valor presente (PV) numa data anterior ao vencimento, é o valor que, aplicado a juros compostos a partir desta data até a data do vencimento, produz um montante igual ao valor futuro. Chamamos de 0 a data focal (data de hoje) e sendo a data de vencimento igual a n, desta forma como já vimos anteriormente, temos que:

$$FV = PV(1 + i)^n$$

Exemplo 4

Uma pessoa tem uma dívida de \$10.000,00 vencível daqui a três meses. Qual seu valor atual hoje considerando uma taxa de juros de 1,5% a.m?

Teclas (modo RPN)	Visor	
3 [n]	3	Registra o tempo que o dinheiro ficará depositado.
1,5 [i]	1,5	Registra a taxa de juros.
0 [PMT]	0	Indica que não há pagamento ao longo do período.
10.000 [CHS] [FV]	10.000	Registra o valor futuro a ser resgatado.
[PV]	9563,17	Valor atual a ser depositado.

2.10.11 – Cálculos para períodos fracionários

Os exemplos apresentados até agora foram transações financeiras em que os juros começam a acumular no início do período de pagamento regular. Porém, muitas vezes os juros podem acumular antes do início do primeiro período de pagamento regular. Esse período, onde os juros começam a acumular antes do primeiro pagamento, não sendo um período igual aos períodos regulares é denominado de “período fracionário”.

Você pode calcular i , PV , PMT e FV para transações com um período fracionário, simplesmente entrando com um “n” não inteiro. Com esse valor de “n” calculadora entra no modo de período fracionário. A parte inteira de “n” especifica o número de períodos inteiros de pagamento e a parte fracionária especifica o tamanho do período fracionário como uma fração do período inteiro.

Os cálculos de i , PV , PMT e FV podem ser executados com juros simples ou compostos acumulados durante o período fracionário. Se o indicador de estados **C** no mostrador não estiver ligado, os juros simples são calculados. Para especificar os juros compostos, ligue o mostrador **C** pressionando as teclas **[STO] [EEX]**. Pressionado novamente **[STO] [EEX]** o indicador **C** é desligado e os cálculos são executados com juros simples para o período fracionário.

Exemplo 5

Um empréstimo no valor de R\$ 1800,00 por 24 meses tem uma taxa anual de 15% com pagamentos no final de cada mês. Se os juros começam a acumular nesse empréstimo em 15 de fevereiro de 2007 (com o primeiro período começando em 1º de março de 2007), calcule o pagamento mensal, com os dias extras contados com base no ano comercial e os juros compostos usados para o período fracionário.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
[g] [D.M.Y]		Configura o formato para dia-mês-ano
[g] [END]		Configura o modo de vencimento para o final de cada período.
[STO] [EEX]		Liga o indicador C no mostrador para que os juros compostos sejam usados para o período fracionário.
15.022007 [ENTER]	15,022007	Registra a data em que os juros começam a acumular.
01.032007 [g] [Δ DYS]	14	Número exato de dias
[x>y]	16	Número de dias extra com base no ano comercial
30 [\div]	0,53	Divide pelo número de dias em um mês para calcular a parte fracionária de n.
24 [+] [n]	24,53	Adiciona a parte fracionária de n ao número de períodos de pagamento completos, armazenando depois o resultado em n
15 [ENTER]	15	
12 [\div] [i]	1,25	Calcula e armazena i
1800 [PV]	1800	Armazena o principal
[PMT]	-87,85	Pagamento mensal

Exemplo 6

Um empréstimo de R\$ 3950,00 por 42 meses para comprar um carro começa a acumular juros em 19 de julho de 2003, com o primeiro período começando em 1º de agosto de 2003. Pagamentos de R\$120,00 são feitos o final de cada mês. Calcule a taxa anual usando o número exato de dias e juros simples para o período fracionário.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		
[STO] [EEX]		Desliga o indicador C , caso ele esteja ligado.
19.072003 [ENTER]	19,072003	Registra a data em que os juros começam a acumular.
01.082003 [g] [Δ DYS]	13	Número exato de dias
30 [÷]	0,43	Divide pelo número de dias em um mês para calcular a parte fracionária de n.
42 [+][n]	42,43	Adiciona a parte fracionária de n ao número de períodos de pagamento completos, armazenando depois o resultado em n
3950 [PV]	3.950,00	Armazena o principal
120 [CHS] [PMT]	-120,00	Armazena o PMT
[i]	1,16	Calcula a taxa de juros periódica (mensal)
12 [x]	13,95	Calcula a taxa de juros anual.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- Uma dívida de \$80.000,00 vence daqui a 5 meses. Considerando uma taxa de juros de 1,3% a.m., obtenha seu valor atual nas seguintes datas:
 - hoje;
 - daqui a 2 meses; e
 - 2 meses antes do vencimento.
- Quanto devo aplicar hoje a juros compostos e à taxa de 1,5% a.m. para fazer frente a um compromisso de \$27.000,00 daqui a 2 meses?
- Uma dívida de \$50.000,00 vence daqui a 2 meses e outra de \$60.000,00 vence daqui a 4 meses. Quanto devo aplicar hoje a juros compostos e à taxa de 1,8% a.m. para pagar essas duas dívidas?
- Uma pessoa tem as seguintes dívidas para pagar:
 - \$60.000,00 daqui a 2 meses;
 - \$70.000,00 daqui a 3 meses;
 - \$80.000,00 daqui a 4 meses.

Quanto deverá aplicar hoje a juros compostos e à taxa de 2% a.m. para sanar todas essas dívidas?

RESPOSTAS

- 1 – a) \$74.996,80 b) \$76.959,39 c) \$77.959,87
2 - \$26.207,87
3 - \$104.115,07
4 - \$197.540,32

INTRODUÇÃO

A HP-12C está baseada na condição de que a unidade referencial de tempo da taxa de juros coincide com a unidade referencial de tempo dos períodos de capitalização. Um taxa de 6%, por exemplo, pode ser interpretada como sendo: a) uma taxa de 6% ao ano, e nesse caso os períodos de capitalização (n) correspondem a anos; b) um taxa de 6% ao semestre, e nesse caso os períodos de capitalização (n) correspondem a semestres, e assim por diante.

Entretanto, nos problemas práticos, as taxas de juros e os períodos de capitalização nem sempre satisfazem essas condições. Neste capítulo, vamos mostrar como as taxas de juros são informadas no mercado e como adequá-las às condições padronizadas pela HP-12C .

3.1 – TAXA EFETIVA

Taxa efetiva é a taxa de juros em que a unidade referencial de seu tempo coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. São exemplos de taxas efetivas:

- 2% ao mês, capitalizados mensalmente;
- 3% ao trimestre, capitalizados trimestralmente;
- 6% ao semestre, capitalizados semestralmente;
- 10% ao ano, capitalizados anualmente.

Nesse caso, tendo em vista a coincidência nas unidades de medida dos tempos da taxa de juros e dos períodos de capitalização, costuma-se dizer: 2% ao mês, 3% ao trimestre, 6% ao semestre, 10% ao ano.

A taxa efetiva é utilizada nas calculadoras financeiras e nas funções financeiras das planilhas eletrônicas.

3.2- TAXAS PROPORCIONAIS – JUROS SIMPLES

Taxas proporcionais são taxas de juros fornecidas em unidades de tempo diferentes que, ao serem aplicadas a um mesmo principal durante um mesmo prazo, produzem um mesmo montante acumulado no final daquele prazo, no regime de **juros simples**.

O conceito de taxas proporcionais está, portanto, diretamente ligado ao regime de juros simples, e é esclarecido pelos exemplos abaixo.

Exemplo 1

Determinar os montantes acumulados no final de quatro anos, a partir de um principal de \$100, 00, no regime de juros simples, com as seguintes taxas de juros:

- a) 12% ao ano
- b) 6% ao semestre
- c) 1% ao mês

Resolução

a)

Teclas (modo RPN)	Visor	
12 [ENTER]	12,00	Registra a taxa de juros ao ano
4 [x] [i]	48,00	Calcula a taxa de juros ao longo dos quatro anos (juros simples)
1 [n]	1,00	Indica para a HP 12C que o período é 1, pois multiplicamos a taxa anual por 4.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal.
[FV]	148,00	Calcula o montante no final de quatro anos.

b)

Teclas (modo RPN)	Visor	
6 [ENTER]	6,00	Registra a taxa de juros ao semestre
8 [x] [i]	48,00	Calcula a taxa de juros ao longo dos quatro anos (juros simples)
1 [n]	1,00	Indica para a HP 12C que o período é 1, pois multiplicamos a taxa anual por 8.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal.
[FV]	148,00	Calcula o montante no final de quatro anos.

c)

Teclas (modo RPN)	Visor	
1 [ENTER]	1,00	Registra a taxa de juros ao mês
48 [x] [i]	48,00	Calcula a taxa de juros ao longo dos quatro anos (juros simples)
1 [n]	1,00	Indica para a HP 12C que o período é 1, pois multiplicamos a taxa anual por 48.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal.
[FV]	148,00	Calcula o montante no final de quatro anos.

Ressaltamos que os cálculos foram realizados no regime de juros simples, e que nos três casos o principal e o prazo foram os mesmos. Nota que para esse tipo de cálculo a HP 12C não é muito eficaz, fato é que temos de adaptá-la para resolver montante em juros simples.

Como o montante obtido no final de quatro anos foi sempre igual a R\$ 148, 00, podemos concluir que as taxas de 12% a.a., 6% a.s. e 1% a.m. são proporcionais, pois produzem o mesmo montante, ao serem aplicadas sobre o mesmo principal, pelo mesmo prazo no regime de juros simples.

3.3- TAXAS EQUIVALENTES – JUROS COMPOSTOS

Taxas equivalentes são taxas de juros fornecidas em unidades de tempo diferentes que ao serem aplicadas a um mesmo principal durante um mesmo prazo produzem um mesmo montante acumulado no final daquele tempo, no regime de juros compostos.

O conceito de taxas equivalentes está, portanto, diretamente ligado ao regime de juros compostos, e é esclarecido pelos exemplos dados abaixo.

Assim vemos que a diferença entre taxas equivalentes e taxas proporcionais se prende exclusivamente ao regime de juros considerado. As taxas proporcionais se baseiam em juros simples e as taxas equivalentes se baseiam em juros compostos.

Exemplo 2

Determinar os montantes acumulados no final de quatro anos, a partir de um principal de \$100, 00, no regime de juros compostos, com as seguintes taxas de juros:

- 12,6825% ao ano
- 6,1520% ao semestre
- 1% ao mês

a)

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
4 [n]	4,00	Armazena o tempo.
12,6825 [i]	12,68	Armazena a taxa de juros ao ano.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	161,22	Valor futuro (montante)

b)

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
8 [n]	8,00	Armazena o tempo.
6,1520 [i]	6,15	Armazena a taxa de juros ao semestre.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	161,22	Valor futuro (montante)

c)

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
48 [n]	48,00	Armazena o tempo.
1 [i]	1,00	Armazena a taxa de juros ao mês.
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	161,22	Valor futuro (montante)

Observamos que os cálculos foram realizados no sistema de juros compostos, e que nos três casos o principal e o prazo foram os mesmos.

Como o montante obtido no final de quatro anos foi sempre o mesmo, R\$161,22, pode concluir que as taxas 12,6825% ao ano, 6,1520% ao semestre e 1% ao mês são taxas equivalentes, pois produzem o mesmo montante ao serem aplicadas sobre o mesmo principal, pelo mesmo prazo, no regime de juros compostos.

Exemplo 3

Determinar a taxa anual e semestral que é equivalente à taxa de 1% ao mês.

Resolução: Suponha inicialmente que você tenha a disposição R\$ 100,00 para realizar um investimento que lhe dê uma rentabilidade de 1% a.m.

Taxa anual

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
12 [n]	12	Armazena o período de 12 meses
1 [i]	1	Armazena a taxa de juros mensal
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	112,68	Calcula o valor futuro ao longo do 12 meses.
100[-]	12,68	Taxa anual equivalente à 1% a.m.

Taxa semestral

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
6 [n]	6	Armazena o período de 12 meses
1 [i]	1	Armazena a taxa de juros mensal
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	106,15	Calcula o valor futuro ao longo do 6 meses.
100[-]	6,15	Taxa anual equivalente à 1% a.m.

Exemplo 4

Determinar a taxa mensal que é equivalente à taxa de 10% ao ano.

Nesse caso, suponha que você tenha R\$ 100,00 para aplicar durante um ano; qual o valor futuro acumulado no final de um ano, sabendo que a taxa é de 10% a.a.? Logicamente, teremos um valor futuro de R\$ 110,00. Sendo assim, qual a taxa mensal que nos levaria a acumular um R\$ 110,00 em um ano com um investimento de R\$ 100,00?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
12 [n]	12,00	Armazena o período
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
110 [FV]	110,00	Armazena o valor futuro (montante)
[i]	0,80	Calcula a taxa mensal equivalente à 10% a.a.

3.4- TAXA NOMINAL

Taxa nominal é a taxa de juros em que a unidade referencial de seu tempo *não* coincide com a unidade de tempo dos períodos de capitalização. A taxa nominal é sempre fornecida em termos *anuais*, e os períodos de capitalização podem ser semestrais, trimestrais, mensais ou diários. São exemplos de taxas nominais:

- 12% ao ano, capitalizados mensalmente;
- 24% ao ano, capitalizados semestralmente;
- 10% ao ano, capitalizados trimestralmente;
- 18% ao ano, capitalizados diariamente.

A taxa nominal, apesar de bastante utilizada no mercado, não representa uma taxa efetiva e, por isso, não deve ser usada nos cálculos financeiros, no regime de juros compostos.

Toda taxa nominal traz em seu enunciado uma taxa efetiva implícita, que é a taxa de juros a ser aplicada em cada período de capitalização. Essa taxa efetiva implícita é sempre calculada de forma proporcional, no regime de juros simples.

Nos exemplos anteriores, a taxas efetivas que estão implícitas nos enunciados das taxas nominais são as seguintes:

- 12% ao ano, capitalizados mensalmente; $\frac{12\% \text{ a.a}}{12 \text{ meses}} = 1\% \text{ ao mês}$
- 24% ao ano, capitalizados semestralmente; $\frac{24\% \text{ a.a}}{2 \text{ semestres}} = 12\% \text{ ao semestre}$
- 10% ao ano, capitalizados trimestralmente; $\frac{10\% \text{ a.a}}{4 \text{ trimestres}} = 2,5\% \text{ ao trimestre}$
- 18% ao ano, capitalizados diariamente; $\frac{18\% \text{ a.a}}{360 \text{ dias}} = 0,05\% \text{ ao dia}$

Devemos então abandonar os valores das taxas nominais e realizar todos os cálculos financeiros, no regime de juros compostos, com valores das taxas efetivas correspondentes, ou seja, 1% ao mês, 12% ao semestre, 2,5% ao trimestre e 0,05% ao dia.

Conforme podemos observar, a taxa efetiva implícita de uma taxa nominal anual é sempre obtida no regime de juros simples. A taxa anual equivalente a essa taxa efetiva implícita é sempre maior que a taxa nominal que lhe deu origem, pois essa equivalência é sempre feita no regime de juros compostos. Essa taxa anual equivalente será tanto maior quanto maior for o número de períodos de capitalização da taxa nominal.

Exercício Resolvido

Determinar as taxas efetivas anuais que são equivalentes a uma taxa nominal de 9% ao ano, com os seguintes períodos de capitalização:

- Mensal;
- Trimestral;

a) Semestral.

$$i_m = \frac{i_N}{12} = \frac{9}{12} = 0,75\% \text{ ao mês}$$

a) Podemos obter esse resultado na HP-12C, pelos seguintes procedimentos:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
12 [n]	12	Armazena o período de 12 meses
0,75 [i]	0,75	Armazena a taxa de juros mensal
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	109,38	Calcula o valor futuro ao longo dos 12 meses.
100[-]	9,38	Taxa anual equivalente à 0,75% a.m.

b) Capitalização trimestral – taxa efetiva trimestral

$$i_t = \frac{i_N}{4} = \frac{9\%}{4} = 2,25\% \text{ ao trimestre}$$

Podemos obter esse resultado na HP-12C, pelos seguintes procedimentos:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
4 [n]	4	Armazena o período de 4 trimestres
2,25 [i]	2,25	Armazena a taxa de juros trimestral
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	109,30	Calcula o valor futuro ao longo dos 4 trimestres.
100[-]	9,30	Taxa anual equivalente à 2,25% a.t.

c) Capitalização Semestral – Taxa efetiva semestral

$$i_s = \frac{i_N}{2} = \frac{9\%}{2} = 4,5\% \text{ ao semestre}$$

Podemos obter esse resultado na HP-12C, pelos seguintes procedimentos:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
2 [n]	2	Armazena o período de 2 semestres
4,5 [i]	4,5	Armazena a taxa de juros semestral
100 [CHS] [PV]	-100,00	Armazena o principal
[FV]	109,20	Calcula o valor futuro ao longo dos 2 semestres.
100[-]	9,20	Taxa anual equivalente à 4,5% a.s.

Se repetirmos esse mesmo problema para as taxas nominais de 12% a.a., 24%a.a. e 36%a.a., obtemos os resultados indicados na tabela abaixo, com duas casas decimais:

Taxa nominal anual (%)	Taxas efetivas anuais equivalentes (em %) quando o período de capitalização for			
	anual	semestral	trimestral	Mensal
9,0	9,0	9,20	9,30	9,38
12,0	12,0	12,36	12,55	12,68
24,0	24,0	25,44	26,25	26,82
36,0	36,0	39,24	41,16	42,58

Ao analisarmos os valores da tabela acima, podemos tirar as seguintes conclusões:

- a) a taxa efetiva anual é sempre maior que a taxa nominal anual correspondente;
- b) a diferença entre essas duas taxas aumenta quando:
 - aumenta o número de períodos de capitalização;
 - aumenta o valor da taxa nominal.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

Considere em todos os problemas o ano comercial com 360 dias.

- 1) Determinar as taxas mensal e diária proporcional à taxa de 3,6% ao trimestre.
- 2) Determinar as taxas trimestral e anual proporcionais à taxa de 0,9% ao mês.
- 3) Determinar as taxas mensal e trimestral equivalentes à taxa de 9,0% ao ano.
- 4) Determinar a taxa diária equivalente à taxa de 6% ao semestre.
- 5) Determinar as taxas efetivas trimestral e anual equivalente à taxa de 1,05% ao mês.
- 6) Determinar as taxas efetivas anuais equivalentes às taxas de 2,0% ao trimestre e 4% ao semestre.
- 7) Determinar a taxa efetiva mensal equivalente a uma taxa nominal de 8,5% ao ano, capitalizados trimestralmente.
- 8) Determinar as taxas efetivas trimestral e anual equivalentes à taxa nominal de 11,4% ao ano, capitalizados mensalmente.
- 9) Determinar o montante acumulado no final de dois ano ao se aplicar um principal de \$1.000,00 à taxa de 10,20% ao ano, capitalizados mensalmente.

RESPOSTAS

- 1- 1,2 % ao mês; 0,04 % ao dia.
- 2- 2,7 % ao trimestre; 10,8 % ao ano.
- 3 - 0,72073 % ao mês; 2,17782 % ao trimestre.
- 4 - 0,03238 % ao dia
- 5 - 3,18319 % ao trimestre; 13,35373 % ao ano.
- 6 - 8,24322 % ao ano; 8,16 % ao ano.
- 7 - 0,70337 % ao mês
- 8 - 2,87716 % ao trimestre; 12,01492 % ao ano.
- 9 - \$1.225,24

INTRODUÇÃO

Neste capítulo desenvolveremos e apresentaremos as principais fórmulas usadas na solução de problemas envolvendo uma série uniforme de valores monetários (pagamentos ou recebimentos), no regime de juros compostos, ao longo de intervalos regulares e mostrar suas aplicações.

Essa modalidade de prestação é usualmente conhecida como Modelo Price, no qual todas as prestações têm o mesmo valor, que genericamente representamos por PMT.

O fato de as prestações terem o mesmo valor permite a obtenção de fórmulas simplificadas para capitalização e o desconto dessas parcelas, mediante a utilização da expressão para a soma de termos de uma progressão geométrica.

4.1 - ANUIDADES OU SÉRIES

De modo geral, uma série ou uma anuidade corresponde a toda e qualquer seqüência de entradas ou saídas de caixa com um dos seguintes objetivos:

- 1 – amortização de uma dívida
- 2 – capitalização de um montante

As séries podem ser classificadas de diferentes formas:

Quanto ao número de prestações	Finitas: quando ocorrem durante um período determinado de tempo. Infinitas: quando ocorrem de forma ad eternum, isto é, quando os pagamentos ou recebimentos duram infinitamente.
Quanto a periodicidades dos pagamentos	Periódicas: quando os pagamentos ou recebimentos ocorrem a intervalos constantes. Não periódicas: quando os pagamentos ou recebimentos acontecem em intervalos irregulares de tempos
Quanto ao valor das prestações	Uniformes: quando os pagamentos ou recebimentos são sempre de mesmo valor. Não uniformes: quando os pagamentos ou recebimentos apresentam valores distintos.
Quanto ao prazo dos pagamentos	Postecipadas: quando os pagamentos ou recebimentos iniciam após no final do primeiro período. Antecipada: quando os pagamentos ou recebimentos ocorrem na entrada, do início da série.
Quanto ao primeiro pagamento	Diferidas: ou com carência, quando houver um prazo maior que um período entre a data do recebimento do financiamento e a data de pagamento da primeira prestação. Não diferidas: quando não existir prazo superior a um período entre o início da operação e o primeiro pagamento ou recebimento.

4.2 - CÁLCULOS COM SÉRIES UNIFORMES NA HP 12C

As principais funções financeiras da HP 12C para operações com séries uniformes são:

[n]	Número de pagamentos, aproximado para o inteiro superior.
[i]	Taxa da série (válido para séries uniformes e não uniformes)
[PV]	Do inglês Present Value, valor presente, capital, etc.
[PMT]	Do inglês Payment, valor da prestação (ou pagamento)
[FV]	Do inglês Future Value, valor futuro, montante, etc.

Para operar com o registrador PMT da HP 12C, e preciso inicialmente determinar se a série calculada é postecipada (configurada por [g] [END]) ou antecipada (configurada por [g] [BEG]).

É de extrema necessidade fazer considerações em relação as convenções dos sinais da HP 12C. Desembolsos de caixa devem ser colocados com sinal negativo e recebimentos com o sinal positivo. No caso de a convenção dos sinais não ser respeitada e todos os parâmetros serem abastecidos com o mesmo sinal, a HP 12C alerta o usuário com a seguinte mensagem:

- **Error 5:** erro em operações com juros compostos. Provavelmente, algum valor foi colocado com o sinal errado (todos os valores tem o mesmo sinal) ou valores de i , PV e FV são tais que não existe solução n .

Exemplo 1

Determinar o valor das prestações anuais de um financiamento realizado com a taxa efetiva de 8% ao ano no regime de juros compostos, sabendo-se que o valor do principal é de R\$ 1800,00 e que o prazo da operação é de 6 anos.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
8 [i]	8,00	Armazena a taxa de juros
1800 [PV]	1800,00	Armazena o valor principal do financiamento
6[n]	6,00	Armazena o tempo do financiamento
[PMT]	-389,37	Calcula o valor das prestações

Exemplo 2

Um congelador no valor de R\$ 950,00 a vista é vendido em 12 pagamentos mensais iguais e sem entrada no valor de R\$ 100,00 cada. Qual a taxa de juros mensal cobrada pela loja?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
12 [n]	12,00	Armazena o período
950 [PV]	950,00	Armazena o valor principal
100[CHS] [PMT]	-100,00	Armazena o valor das prestações
[i]	3,79	Calcula a taxa de juros mensal.

Esse procedimento faz com que a Hp12 C (versão Gold e Platinum) operem com certa demora, cerca de 40 segundos (quanto maior o número de períodos, maior será o tempo gasto). A nova versão da Hp12C – Prestige apresenta um desempenho melhor para a realização deste procedimento.

Exemplo 3

O principal de R\$ 87.000,00, colocado a juros compostos à taxa de 3,5% ao mês, elevou-se no fim de certo tempo a R\$ 114.563,00. Calcule esse tempo.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
3,5 [i]	3,50	Armazena a taxa de juros
87.000 [CHS] [PV]	87.00,00	Armazena o principal
114563 [FV]	114.563,00	Armazena o valor futuro
[n]	8,00	Calcula o tempo – período.

Exemplo 4

Determinar o valor principal de um financiamento realizado com uma taxa efetiva de 1% ao mês, no regime de juros compostos, e que deve ser liquidado em 12 prestações mensais, sucessivas de R\$ 1200,00?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
12 [n]	12,00	Armazena o período
1 [i]	1,00	Armazena a taxa de juros
1200 [CHS] [PMT]	-1200,00	Armazena o valor das prestações
[PV]	13.506,09	Calcula o principal do financiamento

Exemplo 5

Um investidor efetua quatro depósitos anuais, sucessivos no valor de R\$500,00, capitalizados a uma taxa de 9% ao ano, determine o montante após esses quatro anos.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[g] [BEG]		Coloca a HP no modo antecipado
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
4 [n]	4,00	Armazena o período
9 [i]	9,00	Armazena a taxa anual de juros
500 [CHS] [PMT]	-500,00	Armazena o valor das prestações
[FV]	2.286,56	Calcula o valor futuro - montante

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Um empréstimo, cujo principal é de \$ 20.000,00, foi realizado a juros compostos, e deve ser liquidado mediante o pagamento de 12 prestações mensais, iguais e sucessivas. Determinar o valor dessas prestações sabendo – se que a taxa de juros cobrada é de 12% ao ano, capitalizados mensalmente, e que a 1ª prestação ocorre 30 dias após a liberação dos recursos.

2) Um principal de \$10.000,00, deve ser liquidado em quatro prestações semestrais, iguais e sucessivas. Determinar o valor dessas prestações para uma taxa de 1,5% ao mês, a juros compostos.

3) Um empresário deseja obter um financiamento para adquirir um equipamento, cujo valor à vista é de \$10.000,00. Para diminuir o valor das prestações, ele pretende dar uma entrada de \$ 3.000,00 por ocasião da compra. Determinar o valor das 24 prestações mensais, iguais e sucessivas, para a parte financiada, sabendo - se que o financiamento é realizado a juros compostos de 15% ao ano, capitalizados mensalmente, e que a 1ª prestação ocorre 30 dias após a liberação dos recursos.

4) Um equipamento cujo valor à vista é de \$25.000,00 está sendo financiado a juros compostos de 12% ao ano, capitalizados mensalmente, no prazo de um ano. Determinar o valor que deve ser dado de sinal, a título de entrada, para que o valor das 12 prestações mensais, iguais e sucessivas, seja limitado a \$ 1.7000,00. Assumir que a 1ª ocorre 30 dias após a liberação dos recursos.

5) Um cliente de uma agência de automóveis adquiriu um veículo financiado em 24 prestações de \$1.500,00 com uma taxa de juros de 1% ao mês, no regime de juros compostos. No final de um ano, esse cliente procurou a mesma agência para vender esse automóvel, e a agência lhe ofereceu \$18.000,00, para pagamento à vista. Determinar a parcela que deve ser paga ao cliente para que a agência adquira esse veículo assumindo o restante do financiamento, com a mesma taxa de 1% ao mês.

6) Um financiamento cujo principal é igual a \$10.000,00 deve ser liquidado com 10 prestações mensais, sucessivas e iguais a \$ 1.075,00. Determinar a **taxa interna de retorno** desse financiamento, no regime de juros compostos, assumindo que a 1ª prestação ocorre 30 dias após a liberação dos recursos.

7) Um financiamento, com o principal de \$ 10.000,00, deve ser liquidado em 10 prestações mensais, iguais e sucessivas, com uma taxa de 1,2% ao mês, no regime de juros compostos. Assumir os meses com 30 dias e determinar o valor dessas prestações nas seguintes hipóteses: **a 1ª prestação deve** ser paga 30 dias após a liberação dos recursos; a 1ª prestação deve ser paga no ato da liberação dos recursos, a título de entrada; a 1ª prestação deve ser paga 120 dias após a liberação dos recursos.

8) Um financiamento de \$10.000,00 deve ser liquidado mediante o pagamento de 12 prestações mensais de \$900,00. Determinar a **taxa efetiva mensal** desse financiamento, no regime de juros compostos, nas seguintes hipóteses: **a 1ª** prestação ocorre 30 dias após a liberação do principal; a 1ª prestação ocorre na mesma data da liberação do principal.

9) Um empréstimo de \$100.000,00 é realizado com uma taxa de 10% ao ano, no regime de juros compostos, e deve ser amortizado no prazo de 10 anos, com os dois primeiros anos de carência. Determinar o valor das oito prestações anuais, iguais e sucessivas, que deverão ser pagas a partir do final do 3º ano, nas seguintes hipóteses: os juros devidos nos dois primeiros anos de carência são pagos no final de cada ano; os juros devidos nos dois primeiros anos de carência não são pagos e sim capitalizados.

10) Um investidor efetuou 10 depósitos mensais de \$2.000,00 numa instituição financeira e verificou que o saldo a sua disposição, imediatamente após a efetivação de seu último depósito, era de \$ 21.000,00. Determinar a taxa de remuneração mensal desses depósitos no regime de juros compostos.

RESPOSTAS

1 - $PMT = \$1.776,98$

2 - $PMT = \$3.110,05$

3 - $PMT = \$339,41$

4 - Sinal = \$5.866,37

5 - \$1.117,38

6 - 1,3370 % a.m.

7 a) $PMT = \$1.067,18$; b) $PMT = \$1.054,53$; c) $PMT = \$1.106,06$

8 a) 1,2043 % a.m. ; 1,4313 % a.m.

9 - a) $PMT = \$18.744,40$; b) $PMT = \$22.680,73$

10 - 1,0794 % a.m.

INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar operações que envolvem séries não uniformes (fluxo de caixas não homogêneos) de pagamento, que apresentam períodos diferentes. Basicamente, dois critérios são empregados nas análises: a taxa interna de retorno (TIR ou IRR) e o valor presente líquido (VPL ou NPV).

5.1 – SÉRIES COM PRESTAÇÕES DIFERENTES

As séries não uniformes apresentam valores de prestações diferentes. Desde modo utilizamos dois parâmetros no seu estudo: o VPL e a TIR

- VPL: Valor Presente Líquido (ou NPV, do inglês. Net Present Value) representa a soma, na data zero, de todos os fluxos de caixa da série não uniforme. Às vezes, é denominado Valor Atual Líquido (ou VAL)
- TIR: Taxa Interna de Retorno (ou IRR, do inglês, Internal Rate of Return) corresponde ao valor da taxa de juros que torna nulo o valor do VPL.

5.2 – REPRESENTAÇÃO DE FLUXO DE CAIXA NÃO HOMOGÊNEO

Na HP 12C podemos realizar cálculos com um fluxo de caixa não homogêneos, isto é, parcelas diferidas ao longo dos n períodos.

Assim temos:

CF_0 = parcela do fluxo de caixa no ponto 0 (Cash Flow no ponto 0)

CF_1 = parcela do fluxo de caixa no ponto 1 (Cash Flow no ponto 1)

CF_2 = parcela do fluxo de caixa no ponto 2 (Cash Flow no ponto 2)

...

CF_n = parcela do fluxo de caixa no ponto n (Cash Flow no ponto n)

Vamos sempre chamar de CF_0 a parcela do fluxo de caixa colocada no ponto zero da escala de tempo. Essa parcela normalmente corresponde ao investimento inicial e, nesse caso, tem sinal negativo, por representar desembolso, ou seja, uma saída de caixa.

Vamos sempre chamar genericamente de CF_j qualquer parcela do fluxo de caixa que ocorrer a partir do final do 1º período até o final do último período (n).

5.3 – VALOR PRESENTE LÍQUIDO

O Valor Presente Líquido (VPL, também chamado de valor atual) determina o valor líquido o investimento, descontado com a Taxa Mínima de Atratividade (TMA, também chamada de taxa de desconto) na data zero. Através deste cálculo podemos avaliar um determinado projeto de investimento na data presente.

Normalmente, a grandeza colocada na data zero corresponde ao investimento inicial e tem sinal negativo, uma vez que representa a saída de caixa.

A taxa interna de retorno (TIR) de um fluxo de caixa é a taxa de desconto que faz seu valor presente líquido ser igual a zero.

O VPL é igual a **zero** quando as grandezas futuras, ao serem descontadas com uma determinada taxa, produzem um valor presente para o fluxo de caixa igual ao investimento inicial (desembolso) colocado na data zero.

Um projeto de investimento é considerado atrativo quando o VPL for **positivo**, sendo que o projeto que apresentar maior VPL será o projeto mais atrativo.

Exemplo 1

Uma empresa cuja TMA é de 12% a.a. pretende efetuar um investimento de R\$ 10.000,00 que tem retorno projetado conforme a seguir:

1º ano	R\$ 1.000,00
2º ano	R\$ 2.500,00
3º ano	R\$ 2.500,00
4º ano	R\$ 2.500,00
5º ano	R\$ 3.500,00
6º ano	R\$ 4.500,00

Determine o valor presente líquido e verifique se o projeto de investimento é viável.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
10000 [CHS] [g] [CFo]	-10.000,00	Armazena o valor do investimento
1.000 [g] [CFj]	1.000,00	Armazena o retorno do 1º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 2º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 3º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 4º ano
3.500 [g] [CFj]	3.500,00	Armazena o retorno do 5º ano
4.500 [g] [CFj]	4.500,00	Armazena o retorno do 6º ano
12 [i]	12,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	519,92	Calcula o VPL

Com base nos cálculos acima, verificamos que o VPL é de R\$ 519,92, positivo e, portanto este projeto de investimento é viável tomando com base a análise por meio do VPL.

Podemos ainda, resolver esse exercício de uma maneira mais rápida. Veja abaixo um outro procedimento:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
10000 [CHS] [g] [CFo]	-10.000,00	Armazena o valor do investimento
1.000 [g] [CFj]	1.000,00	Armazena o retorno do 1º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 2º ano
3 [g] [Nj]	3,00	Indica que o valor de 2.500,00 teve três entradas de caixa.
3.500 [g] [CFj]	3.500,00	Armazena o retorno do 5º ano
4.500 [g] [CFj]	4.500,00	Armazena o retorno do 6º ano
12 [i]	12,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	519,92	Calcula o VPL

Exemplo 2

A Comercial Trio Liro gostaria de analisar a possibilidade de investimento em um novo modelo de caminhão de entregas. Sabe-se que o veículo custará \$40.000,00 e deverá gerar fluxos de caixas anuais iguais a \$8.000,00 durante os 10 anos de sua vida útil. Após o horizonte analisado, estima-se que o bem apresentará um valor residual igual a \$4.000,00. O custo de capital da empresa é estimado em 12% a.a. Analise a viabilidade desde projeto.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
40000 [CHS] [g] [CFo]	-40.000,00	Armazena o valor do investimento
8.000 [g] [CFj]	8.000,00	Armazena o retorno anualmente
9 [g] [Nj]	9,00	Indica que o valor de 8.000,00 teve 9 entradas consecutivas e iguais
12.000 [g] [CFj]	12.000,00	Armazena o valor do último retorno mais o valor residual do caminhão
12 [i]	12,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	6.489,68	Calcula o VPL

O VPL obtido foi positivo, indicando que os fluxos futuros somados na data zero superam o investimento inicial. Nesse caso, o projeto de investimento deveria ser aceito.

Exemplo 3 – Análise do VPL com informações de custo de projeto

Uma empresa está estudando a alternativa de aquisição de um caminhão para executar o transporte entre as filiais da empresa. O investidor tem a alternativa de aquisição de um caminhão novo ou usado para executar este serviço. A TMA da empresa é de 18% a.a. para um período de cinco anos do uso do caminhão. As informações de aquisição e de custos anuais com consumo de combustível e manutenção dos caminhões são:

Dados	Caminhão Novo	Caminhão Usado
Custo de aquisição	R\$ 145.000,00	R\$ 65.000,00
Valor Residual	R\$ 65.000,00	R\$ 30.000,00
Custo Anual	R\$ 30.000,00	R\$ 45.000,00

Caminhão Novo

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
145000 [CHS] [g] [CFo]	-145.000,00	Armazena o valor do investimento
30.000 [CHS] [g] [CFj]	-30.000,00	Armazena o custo anualmente
4 [g] [Nj]	4,00	Indica que o custo de 30.000,00 durante os quatro primeiros anos.
65.000 [ENTER] 30.000 [-] [g] [CFj]	35.000,00	Armazena diferença entre o valor residual e o custo de manutenção do caminhão com quinto ano.
18 [i]	18,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	-210.403,03	Calcula o VPL

Caminhão Usado

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
65000 [CHS] [g] [CFo]	-65.000,00	Armazena o valor do investimento
45.000 [CHS] [g] [CFj]	-45.000,00	Armazena o custo anualmente
4 [g] [Nj]	4,00	Indica que o custo de 30.000,00 durante os quatro primeiros anos.
30.000 [ENTER] 45.000 [-] [g] [CFj]	-15.000,00	Armazena diferença entre o valor residual e o custo de manutenção do caminhão com quinto ano.
18 [i]	18,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	-192.609,42	Calcula o VPL

Análise dos resultados:

Mesmo considerando que o custo operacional anual do caminhão usado é 50% superior ao do caminhão novo, em função do valor do investimento do caminhão novo, a melhor alternativa é o caminhão usado, pois apresenta o menor VPL, ou seja, você terá menos custo ao longo dos cinco anos.

Exemplo 4

A empresa de confecção Pano Bom planeja aumentar sua produção anual de camisas. Para poder realizar esse aumento será necessário um investimento no valor de R\$ 35.000,00 com retorno estimado nos próximos cinco anos de R\$6.000,00, R\$8.000,00, R\$ 10.000,00, R\$ 12.000,00 e R\$14.000,00 respectivamente. Sabe-se que a empresa tem a sua disposição uma taxa mínima de atratividade de 14% a.a. Com base nesses dados verifique se o investimento é viável.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
35000 [CHS] [g] [CFo]	-35.000,00	Armazena o valor do investimento
6.000 [g] [CFj]	6.000,00	Armazena o retorno do 1º ano
8.000 [g] [CFj]	8.000,00	Armazena o retorno do 2º ano
10.000 [g] [CFj]	10.000,00	Armazena o retorno do 3º ano
12.000 [g] [CFj]	12.000,00	Armazena o retorno do 4º ano
14.000 [g] [CFj]	14.000,00	Armazena o retorno do 5º ano
14 [i]	14,00	Armazena a TMA
[f] [NPV]	-2.455,26	Calcula o VPL

Análise dos resultados:

Com base no VPL obtido, verificamos que o investimento não é viável, pois apresenta um VPL negativo, ou seja, retorna menos do que o investido.

5.3 – TAXA INTERNA DE RETORNO – TIR

A taxa interna de retorno (TIR) representa o valor do custo de capital que torna o VPL **nulo**. Corresponde, portanto a uma taxa que remunera o valor investido no projeto. Quando superior ao custo de capital do projeto, este deve ser aceito.

A TIR representa também a taxa efetiva recebida no investimento, desde que os valores de retorno sejam reaplicados pela TIR, podendo ser calculada ao ano, ao mês ou qualquer outro período. Normalmente, é calculada de forma anual.

Para a determinação da TIR, é fundamental que todos os valores referentes a ingresso de recursos financeiros sejam considerados com o sinal positivo, enquanto as saídas de recursos com sinal negativo. Logo, só é possível a determinação da TIR quando no projeto forem analisados receitas, custos e despesas, não sendo possível a determinação da TIR quando só forem conhecidos valores de custo do projeto.

Para analisar a TIR, basta compará-la com a TMA. Se a TIR for **superior** à TMA, o projeto é atrativo; no entanto, se a TIR for **inferior** à TMA, significa que o rendimento esperado do projeto é inferior ao nível mínimo desejado pelo investidor. É evidente que se a TIR for **negativo**, o projeto apresentará prejuízo efetivo.

Exemplo 5

Uma empresa cuja TMA é de 12% a.a. pretende efetuar um investimento de R\$ 10.000,00 que tem retorno projetado conforme a seguir:

1º ano	R\$ 1.000,00
2º ano	R\$ 2.500,00
3º ano	R\$ 2.500,00
4º ano	R\$ 2.500,00
5º ano	R\$ 3.500,00
6º ano	R\$ 4.500,00

Determine a taxa interna de retorno (TIR).

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
10000 [CHS] [g] [CFo]	-10.000,00	Armazena o valor do investimento
1.000 [g] [CFj]	1.000,00	Armazena o retorno do 1º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 2º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 3º ano
2.500 [g] [CFj]	2.500,00	Armazena o retorno do 4º ano
3.500 [g] [CFj]	3.500,00	Armazena o retorno do 5º ano
4.500 [g] [CFj]	4.500,00	Armazena o retorno do 6º ano
[f] [IRR]	13,50	Calcula a TIR – 13,5% a.a.

Análise dos resultados

Nesse projeto a TIR obtida foi de 13,5% a.a., o que mostra que foi superior a TMA que nesse caso era de 12%.a.a., logo o projeto deve ser aceito.

Observação:

Para o cálculo da taxa interna de retorno (TIR) a HP12C Gold e a Platinum apresentam um rendimento vagaroso para a realização deste cálculo, podendo demorar até 40 segundos, dependendo do número de entradas existentes no fluxo de caixa do projeto. A HP12C Prestige, apresenta um rendimento melhor para esse tipo de cálculo podendo realizar o mesmo procedimento quatro vezes mais rápido do que a Gold ou Platinum.

Exemplo 6

Determine a taxa interna de retorno do investimento dado pelo fluxo de caixa abaixo:



Inicialmente verificamos que o período não é regular, e nem mesmo as entradas de caixa. A HP 12C sempre trabalha com períodos regulares, e sendo assim teremos de transformar em período em regular. Pense que cada dia seja um período e assim poderemos encontrar a taxa diária, depois simplesmente converteremos para mensal.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
234,81 [CHS] [g] [CFo]	-234,81	Armazena o valor do investimento na data zero.
0 [g] [CFj]	0,00	Armazena a parcela de nº 1
29 [g] [Nj]	29,00	Armazena as 29 primeiras parcelas
100 [g] [CFj]	100,00	Armazena a 30ª parcela
0 [g] [CFj]	0,00	Armazena a 31ª parcela
41 [g] [Nj]	41,00	Armazena as próximas 41 parcelas
170 [g] [CFj]	170,00	Armazena a 72ª parcela
[f] [IRR]	0,25	Calcula a taxa interna de retorno diária
Cálculo da taxa interna de retorno mensal		
[i]	0,25	Armazena a taxa diária
100 [CHS] [PV]	-100,00	Valor suposto para investimento inicial
30 [n]	30,00	Armazena o tempo de 30 dias
[FV]	107,78	Calcula o montante após 30 dias
100 [-]	7,78	Calcula a taxa interna de retorno mensal, igual a 7,78%a.n.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) A Transportadora Rápido Como o Vento pensa em comprar um novo caminhão no valor de \$70.000,00. Os fluxos de caixa decorrentes do investimento estão apresentados na tabela seguinte. Sabendo que o custo de capital da empresa é igual a 12%a.a., estime o VPL e a TIR.

Período	Fluxo
0	(70.000,00)
1	50.000,00
2	40.000,00
3	30.000,00

2) Um banco concede a uma empresa um empréstimo de \$600.000,00 para ser pago em 3 prestações vencíveis em 1,2 e 3 meses com valores de \$200.000,00, \$300.000,00 e \$400.000,00, respectivamente. Qual a taxa de juros desse empréstimo?

3) Um equipamento é vendido à vista por \$1.300.00,00 ou então tal quantia pode ser financiado com \$300.000,00 de entrada mais três parcelas mensais de \$400.000,00 cada uma. Qual a taxa de juros desse financiamento?

4) Uma matéria-prima é vendida por \$90.000,00 em 3 parcelas mensais e iguais, sem acréscimo sendo a primeira dada como entrada. Se o pagamento for efetuado a vista, há um desconto de 5% sobre o preço de venda.

a) Qual a taxa de juros do financiamento?

b) Qual a melhor alternativa para o comprador, se ele consegue aplicar seu dinheiro a 1,7% a.m.?

5) Uma pessoa aplicou \$500.000,00 e recebeu \$200.000,00 após 1 mês, \$250.000,00 após 2 meses e \$300.000,00 após 3 meses. Qual a taxa interna de retorno?

6) Aplicando \$120.000,00 uma pessoa recebe \$40.000,00 após 3 meses, \$60.000,00 após 5 meses e \$90.000,00 após 7 meses.

a) Qual a taxa interna de retorno desse investimento?

b) Supondo que a taxa de atratividade do investidor seja de 6% a.m. verifique se ele deve ser feito.

7) Uma mercadoria cujo valor à vista é de \$3.500,00 pode ser paga em 4 prestações mensais e iguais, sendo dados ao cliente 2 meses de carência (ou seja, a primeira prestação vence três meses após a compra). Sendo de \$1.134,91 o valor de cada uma das prestações, calcule a taxa mensal de juros pela financiadora.

8) Uma empresa obteve um financiamento no valor de \$10.000,00 à taxa de 120%a.a., capitalizados mensalmente. A empresa pagou \$6.000,00 no final do primeiro mês e \$3.000,00 no final do segundo mês. Calcule o valor a ser pago no final do terceiro mês para liquidar a dívida.

RESPOSTAS

1 -NPV: 27884,0197; TIR:36,3742

2- 20,61% a.m.

3 – 9,7% a.m.

4 – a) 5,36% b) à vista

5 – 21,65% a.m.

6 – 8,85% a.m. Sim deve ser feito

7 – 6% a.m.

8 - \$2.750,00

INTRODUÇÃO

Os objetivos deste capítulo consistem em discutir de forma mais clara e simples possível os principais conceitos associados aos sistemas de amortização, que, basicamente, podem ser três tipos principais: americano, francês ou com amortizações constantes.

A necessidade de recursos obriga àqueles que querem fazer investimentos a tomarem empréstimos e assumirem dívidas que são pagas com juros de forma que variam de acordo com contratos estabelecidos entre as partes interessadas.

As formas de pagamento dos empréstimos são chamadas **sistemas de amortização**.

Os sistemas de amortização são os mais variados, alguns prevendo pagamento único, outros possibilitando parcelamentos. Alguns desses sistemas de amortização são mais comuns e tem até denominações próprias, como o sistema PRICE. Outros não têm denominações próprias e, quando utilizados, são descritos pormenorizadamente nos contratos de empréstimo.

Quando a forma escolhida para a amortização de uma dívida prevê pagamento parcelado, existe interesse, tanto por parte do devedor como por parte do credor, em conhecer, a cada período de tempo, o estado da dívida, isto é, o total pago e o saldo devedor. Por isso, é comum a elaboração de *demonstrativos* que acompanham cada pagamento do empréstimo. Não existe um modelo único de demonstrativo mas todos eles devem constar o *valor de cada pagamento* e o *saldo devedor*, devendo, ainda, o valor de cada pagamento ser subdividido em *juros* e *amortização* (*devolução do principal emprestado*).

A seguir são descritos alguns sistemas de amortização, seguidos de exemplos, para os quais são calculados os valores dos pagamentos e, nos casos de parcelamento, são elaborados os demonstrativos e/ou planilhas.

6.1 – SISTEMAS E METODOLOGIAS DE CÁLCULOS DE JUROS E AMORTIZAÇÕES

As classificações dos sistemas de amortização são usualmente feitas com base na forma de cálculos das anuidades. Geralmente, os sistemas podem ser de três tipos principais: americano, francês (PRICE) ou de amortizações constantes (SAC).

Nos sistema americano, os juros são pagos periodicamente, sendo o principal quitado apenas no final da operação. Alguns ativos financeiros, como os *bonds* (títulos de dívida pública ou corporativa) ou as debêntures, empregam esse sistema na determinação do ressarcimento dos juros e da quitação do principal.

No sistema francês, também denominado de Tabela Price, as prestações são constantes, ou seja, as séries são sempre uniformes. Assim, o pagamento dos juros é decrescente, enquanto as amortizações do principal são crescentes.

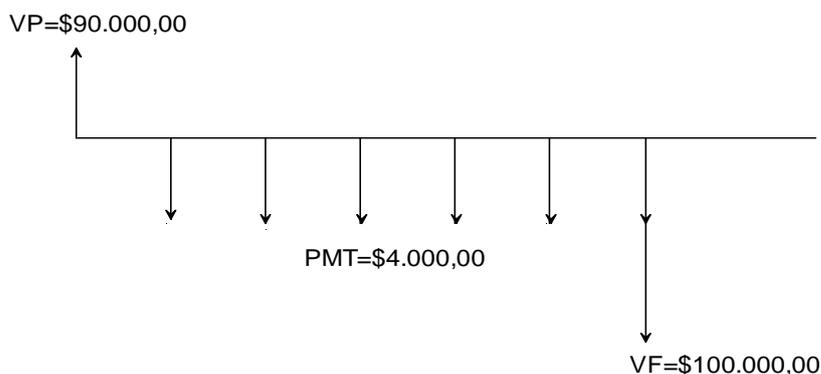
No sistema de amortizações constantes, ou simplesmente, SAC, as amortizações são uniformes e o pagamento de juros decai com o tempo. Logo, as prestações são decrescentes.

6.2 – SISTEMA AMERICANO

Consiste no pagamento do principal (ou capital inicial ou valor presente) no final do período que caracteriza o prazo de empréstimo, enquanto os juros são sempre pagos periodicamente.

Exemplo 1

Uma empresa pensa em lançar debêntures no mercado nacional, com valor nominal igual a \$100.000,00, vencimento em três anos e pagamento de juros nos valor de \$4.000,00. Se a debênture estiver sendo vendida hoje por \$90.000,00, qual a taxa de juros semestral efetivamente paga pela empresa?



Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [FIN]		Zerar os registros financeiros
6 [n]	6,00	Armazena o período
90.000 [PV]	90.000,00	Armazena o valor presente
4000 [CHS] [PMT]	-4.000,00	Armazena o pagamento
100.000 [CHS] [FV]	-100.000,00	Armazena o valor futuro
[g] [END]		Configura a HP12C no modo postecipado
[i]	6,04	Calcula a taxa semestral efetiva

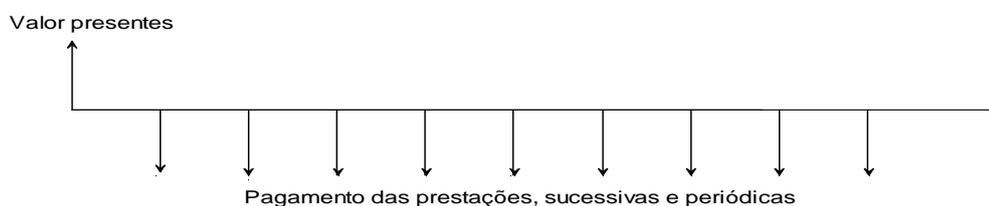
Exemplo 2

Um valor de R\$15.000,00 é financiado à taxa de 10% a.a. para ser amortizado pelo sistema americano, com 3 anos de carência. Sabendo-se que os juros são pagos anualmente, construir a planilha de amortização.

Ano	Saldo Devedor	Amortização	Juros	Prestação
0	15.000,00
1	15.000,00	...	1.500,00	1.500,00
2	15.000,00	...	1.500,00	1.500,00
3	15.000,00	...	1.500,00	1.500,00
4	...	15.000,00	1.500,00	16.500,00
Total		15.000,00	6.000,00	21.000,00

6.3 – SISTEMA FRANCÊS – TABELA PIRCE

Nessa modalidade de amortização, a dívida é resgatada ou quitada mediante uma série de n pagamentos periódicos, sucessivos e iguais. Quando as prestações são mensais e a taxa apresentada é anual com capitalização mensal, o sistema recebe francês recebe o nome de Tabela Price. Corresponde às series uniformes já estudadas anteriormente.



A calculadora HP12C permite que os cálculos com o sistema francês sejam executados da mesma forma que as operações com séries uniformes. Adicionalmente, outros cálculos, como a determinação dos juros ou amortização pagas em cada prestação, são facilitadas pela função [f] [AMORT]

Exemplo 3

Um empréstimo no valor de R\$ 400,00 deve ser pago em três parcelas mensais e iguais, com a primeira vencendo 30 dias após a liberação do principal. A taxa acordada para esta operação é de 20%a.m. Qual o valor dos juros e da amortização quitada em cada parcela?

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] [REG]		Limpa a memória da Hp12C
400 [PV]	400,00	Armazena o valor do empréstimo
20 [i]	20,00	Armazena o taxa de juros do empréstimo
3[n]	3,00	Armazena o período do empréstimo
[g] [END]		Coloca a H12C no modo postecipado
[PMT]	-189,90	Calcula o valor de cada pagamento
1 [f] [AMORT]	-80,00	Calcula os juros pagos no período 1
[x><y]	-109,89	Calcula a amortização no período 1
[RCL] [PV]	290,11	Calcula o saldo devedor após o 1º pagamento
1 [f] [AMORT]	-58,02	Calcula os juros pagos no período 2
[x><y]	-131,87	Calcula a amortização no período 2
[RCL] [PV]	158,24	Calcula o saldo devedor após o 2º pagamento
1 [f] [AMORT]	-31,65	Calcula os juros pagos no período 3
[x><y]	-158,24	Calcula a amortização no período 3
[RCL] [PV]	0,00	Calcula o saldo devedor após o 3º pagamento

TABELA DE AMORTIZAÇÃO

Período	Saldo Inicial	Pagamentos			Saldo Devedor
		Juros	Amortização	Prestação	
0					400,00
1	400,00	80,00	109,89	189,89	290,11
2	290,11	58,02	131,87	189,89	158,24
3	158,24	31,65	158,24	189,89	0,00
Total		169,67	400,00	569,67	

Exemplo 4

O financiamento de um equipamento no valor de R\$57.000,00 é feito pelo sistema francês de amortização em seis meses, à taxa de 15%a.m., construa uma tabela de amortização.

Período	Saldo Inicial	Pagamentos			Saldo Devedor
		Juros	Amortização	Prestação	
0					57.000,00
1	57.000,00	8550,00	6511,50	15.061,50	50.488,50
2	50.488,50	7.573,27	7.488,23	15.061,50	43.000,27
3	43.000,27	6.450,04	8.611,46	15.061,50	34.388,80
4	34.388,80	5.158,32	9.903,18	15.061,50	24.485,62
5	24.485,62	3.672,84	11.388,66	15.061,50	13.096,96
6	13.096,96	1.964,54	13.096,96	15.061,50	0,00
Total		33.369,01	57.000,00	90.369,00	

6.4 – SISTEMA SAC

Nesse sistema de amortização a dívida (PV) assumida é quitada em n parcelas iguais, em que o valor de cada amortização é igual a VP/n . Os juros incidentes sobre o saldo devedor são quitados juntamente com a amortização do principal. Assim, como saldo devedor e o pagamento de juros decrescem, as parcelas são decrescentes.

Exemplo 5

Um empréstimo no valor de \$16.000,00 deve ser quitado em quatro parcelas mensais mediante o pagamento do Sistema de Amortização Constante – SAC. A taxa de juros mensal da operação é igual a 2%. Calcule o valor de cada parcela, sabendo que a primeira será paga dentro de 30 dias.

Período	Saldo Inicial	Pagamentos			Saldo Devedor
		Juros	Amortização	Prestação	
0					16.000,00
1	16.000,00	320,00	4.000,00	4.320,00	12.000,00
2	12.000,00	240,00	4.000,00	4.240,00	8.000,00
3	8.000,00	160,00	4.000,00	4.160,00	4.000,00
4	4.000,00	80,00	4.000,00	4.080,00	0,00
Total		800,00	16.000,00	16.800,00	

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Um principal de \$10.000,00 é financiado pelo prazo de quatro meses, a uma taxa de 1,5% ao mês, no regime de juros compostos. Determinar os valores dos juros pagos no final do 4º mês, no Sistema PRICE.

2) Um principal de \$10.000,00 é financiado pelo prazo de quatro meses, a uma taxa de 1,5% ao mês, no regime de juros compostos. Determinar os valores dos juros pagos no final do 4º mês, no Sistema de Amortizações Constantes - SAC.

3) Um financiamento com um principal de \$10.000,00 deve ser liquidado num prazo de cinco anos, a uma taxa de juros compostos de 9% ao ano, por meio dos Sistema Price, determinar o valor dos juros contidos na 3ª prestação.

4) Uma instituição financeira oferece financiamentos de 24 meses e deseja que todos os seus planos de financiamento sejam equivalentes, no regime de juros compostos, a uma taxa efetiva de 1,5% ao mês. Considerar um principal de \$10.000,00 e determinar os valores das parcelas do seguinte plano de financiamento:

- a) Plano A: 24 prestações mensais, série postecipada;
- b) Plano B: 24 prestações mensais de \$ 250,00, mais quatro prestações semestrais iguais;
- c) Plano C: 4 prestações semestrais de \$1.000,00, mais 24 prestações mensais iguais;
- d) Plano D: 24 prestações mensais de \$200,00, mais duas parcelas intermediárias iguais, sendo a primeira no final do 8º mês e a segunda no final do 16º mês.

5) Um financiamento cujo principal é \$10.000,00 deve ser liquidado por meio de 12 prestações mensais, a serem pagas a partir de 30 dias após a liberação dos recursos. As seis primeiras prestações são iguais a \$1.000,00 e as seis últimas prestações também devem ter valores iguais. Determinar o valor dessas últimas seis prestações para que a taxa efetiva de juros desse financiamento seja igual a 1,2% ao mês, no regime de juros compostos.

6) Um empresário deseja obter um financiamento para adquirir um equipamento, cujo valor à vista é de \$10.000,00. Para diminuir o valor das prestações, ele pretende dar uma entrada de \$ 3.000,00 por ocasião da compra. Determinar o valor das 24 prestações mensais, iguais e sucessivas, para a parte financiada, sabendo - se que o financiamento é realizado a juros compostos de 15% ao ano, capitalizados mensalmente, e que a 1ª prestação ocorre 30 dias após a liberação dos recursos.

7) Uma mercadoria cujo valor à vista é de \$3.500,00 pode ser paga em 4 prestações mensais e iguais, sendo dados ao cliente 2 meses de carência (ou seja, a primeira prestação vence três meses após a compra). Sendo de \$1.134,91 o valor de cada uma das prestações, calcule a taxa mensal de juros pela financiadora.

8) Uma loja de microinformática está anunciando vendas de impressoras a laser por R\$ 1400,00 a vista, ou em cinco parcelas mensais e iguais sem entrada. Se a taxa de juros compostos cobrada pela loja é igual a 2,5% a.m., desenvolva a planilha de amortização para todo o período supondo o sistema:

SAC
Price

RESPOSTAS

- 1) \$38,34
- 2) \$37,50
- 3) \$585,70
- 4)
- a) \$499,24 b) \$1.552,65 c) \$338,71 d) \$3.576,88
- 5) \$792,07
- 6) \$339,41
- 7) 6% a.m.

INTRODUÇÃO

Neste capítulo desenvolveremos os conceitos básicos de estatística utilizando a HP12C. Iniciamos apresentando as funções das teclas estatísticas presentes na calculadora e em seguida as medidas estatísticas, tais como: média, média ponderada, desvio padrão e coeficiente de correlação de Pearson.

8.1 FUNÇÕES DAS TECLAS – ESTATÍSTICAS

Veja abaixo as principais teclas de funções estatísticas existentes na HP12C. Ao longo deste capítulo faremos uso de todas elas.

[g] [\overline{xw}] – média ponderada

[g] [\hat{x}, r] – estimativa linear de x/ correlação linear (x, y)

[g] [\hat{y}, r] – estimativa linear y/ correlação linear (x, y)

[g] [n!] – fatorial de n

[g] [\overline{x}] – média aritmética

[g] [s] – desvio padrão da população

[$\Sigma+$] – somatório (+)

[g] [$\Sigma-$] – somatório (-)

8.2 - ACUMULANDO ESTATÍSTICAS

A HP – 12C pode realizar cálculos estatísticos com uma ou duas variáveis, Os dados são introduzidos na calculadora usando-se a tecla $\Sigma+$, a qual automaticamente calcula estatísticas dos dados e as armazena nos registradores R_1 e R_6 . (Tais registradores serão doravante denominados “registradores estatísticos”).

Antes de começar a acumular estatísticas para um novo conjunto de dados, você deve apagar os registradores estatísticos, pressionando [f] CLEAR [Σ]

Nos cálculos estatísticos com uma variável, para introduzir cada dado, denominado “o valor de x”, introduza o x no visor e então pressione [$\Sigma+$].

Nos cálculos estatísticos com duas variáveis, para introduzir cada par de dados, denominados “o valor de x e o valor de y”:

1. Introduza o y no visor.
2. Pressione [ENTER].
3. Introduza o x no visor.
4. Pressione [$\Sigma+$].

Cada vez que você pressionar [$\Sigma+$], a calculadora fará o seguinte:

O conteúdo R_1 será incrementado de uma unidade, e o resultado será copiado no visor.

- O valor de x será adicionado ao conteúdo de R_2 .
- O valor de x ao quadrado será adicionado ao conteúdo de R_3 .
- O valor de y será adicionado ao conteúdo de R_4 .

- O valor de y ao quadrado será adicionado ao conteúdo de R_5 .
- O produto dos valores de x e y será adicionado ao conteúdo de R_6 .

A tabela abaixo mostra como as estatísticas acumuladas são armazenadas.

Registradores	Estatística
R_1 (e o visor)	n número de pares de dados acumulados
R_2	$\sum x$ somatório dos valores x
R_3	$\sum x^2$ somatório dos valores de x^2
R_4	$\sum y$ somatório dos valores de y .
R_5	$\sum y^2$ Somatório dos valores de y^2 .
R_6	$\sum x y$ somatório dos produtos dos valores de x e y

8.3 – MÉDIA

Ao se pressionar **[g] [x̄]** calcula-se as médias (médias aritméticas) dos valores de x (\bar{x}) e dos valores de y (\bar{y}). A média dos valores de x aparece no visor assim que **[x̄]** é pressionada; para apresentar a média dos valores de y , pressione **[x><y]**.

Exemplo 1

Uma empresa realizou os seguintes depósitos de R\$13.580,00; R\$21.678,96; R\$8.098,75; R\$45.096,23; R\$11.569,05 e R\$24.556,90 em sua conta corrente nos seis primeiros dias do mês. Qual o valor de médio depositado pela empresa?

Teclas (modo RPN)	Visor	
13580,00 [Σ+]	1,00	Armazena o 1º depósito.
21678,96 [Σ+]	2,00	Armazena o 2º depósito.
8089,75 [Σ+]	3,00	Armazena o 3º depósito.
45096,23 [Σ+]	4,00	Armazena o 4º depósito.
11569,05 [Σ+]	5,00	Armazena o 5º depósito.
24556,90 [Σ+]	6,00	Armazena o 6º depósito.
[g] [x̄]	20.761,82	Calcula o depósito médio.

Exemplo 2

Uma pesquisa feita com sete vendedores de sua empresa revelou dados constantes na tabela dada a seguir. Quantas horas trabalha um vendedor, em média, por semana? Quanto ele vende, em média, por mês?

Vendedor	Horas por Semana	Vendas por Mês
1	32	R\$ 1.700,00
2	40	R\$ 2.500,00
3	45	R\$ 2.600,00
4	40	R\$ 2.000,00
5	38	R\$ 2.100,00
6	50	R\$ 2.800,00
7	35	R\$ 1.500,00

Para calcular as médias das horas trabalhadas e das vendas desta amostra:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [Σ]	0,00	Zerar os registros estatísticos
1700 [ENTER]	32,00	
32 [Σ+]	1,00	Armazena o 1º par
2500 [ENTER]	40,00	
40 [Σ+]	2,00	Armazena o 2º par
2600 [ENTER]	45,00	
45 [Σ+]	3,00	Armazena o 3º par
2000 [ENTER]	40,00	
40 [Σ+]	4,00	Armazena o 4º par
2100 [ENTER]	38,00	
38 [Σ+]	5,00	Armazena o 5º par
2800 [ENTER]	50,00	
50 [Σ+]	6,00	Armazena o 6º par
1500 [ENTER]	35,00	
35 [Σ+]	7,00	Armazena o 7º par
[g] [x̄]	40,00	Média das horas mensais trabalhadas (x)
[x>y]	2.171,43	Média das vendas (y)

8.4 – MÉDIA PONDERADA

Você pode calcular a média ponderada de um conjunto de números se você conhecer os pesos de cada um dos itens em questão.

1. Pressione [f] CLEAR [Σ].
2. Introduza o valor do item, pressione [ENTER], introduza seu peso e pressione [Σ+]. Introduza o valor do segundo item, pressione [ENTER], introduza o segundo peso e pressione [Σ+]. Prossiga até introduzir todos os valores dos itens e seus pesos correspondentes. A regra para introdução dos dados é “item [ENTER] peso [Σ+]”.
3. Pressione [g] [x̄ w] para calcular a média ponderada dos itens.

Exemplo 3

Um estudante ao examinar o edital de um concurso público para o preenchimento de uma vaga em uma agência bancária, verificou que as provas classificatórias não tinham o mesmo peso. Para a classificação o estudantes deveria conseguir nota média igual ou superior à 70% com os respectivos pesos. Segue abaixo uma tabela com as notas e os pesos das disciplinas desse estudante. Pergunta-se: Ele foi classificado?

Disciplina	Nota	Peso
Direito	8,75	2
Português	6,5	2
Conhecimentos Gerais	9,4	1
Informática	9,3	1
Matemática	7,4	3

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [Σ]	0,00	Apaga os registradores estatísticos.
8,75 [ENTER] 2 [Σ+]	1,00	Armazena a 1ª nota e seu peso
6,5 [ENTER] 2 [Σ+]	2,00	Armazena a 1ª nota e seu peso
9,4 [ENTER] 1 [Σ+]	3,00	Armazena a 1ª nota e seu peso
9,3 [ENTER] 1 [Σ+]	4,00	Armazena a 1ª nota e seu peso
7,4 [ENTER] 3 [Σ+]	5,00	Armazena a 1ª nota e seu peso
[g] [x̄ w]	7,93	Calcula a nota média

O estudante foi classificado.

8.5 – CORRIGINDO ESTATÍSTICAS ACUMULADAS

Se você descobrir que introduziu dados incorretos, as estatísticas acumuladas podem ser facilmente corrigidas:

- Se o dado (ou par de dados) tiver acabado de ser introduzido, e $[\Sigma+]$ tiver sido pressionada, pressione $[g]$ $[LSTx]$ $[g]$ $[\Sigma-]$.
- Se o dado (ou par de dados) não for o mais recentemente introduzido, introduza o dado (ou par de dados) incorretos novamente, como se fosse um novo dado, e então pressione $[g]$ $[\Sigma-]$, ao invés de $[\Sigma+]$.

Tal procedimento cancela o efeito do dado (ou par de dados) incorreto. Basta agora introduzir o dado corretamente, usando $[\Sigma+]$ como se fosse um novo dado.

8.6 - DESVIO PADRÃO

Quase nunca uma única medida é suficiente para descrever de modo satisfatório um conjunto de dados. Tomemos como exemplo a caso da média aritmética, que é uma medida de locação, ou seja, de tendência central, largamente empregada, e consideremos os dois conjuntos de observações dados por:

$$A = \{25,28,31,34,37\} \quad e \quad B = \{17,23,30,39,46\}$$

Qual a média aritmética dos dois conjuntos?

Observação: O conjunto B apresenta maior dispersão de dados que o conjunto A. Torna-se então necessário estabelecer medidas que indiquem o grau de dispersão ou variabilidade, em relação ao valor central.

O desvio-padrão é uma medida que mede a grau de dispersão de um conjunto de dados.

Na HP12C ao se pressionar $[g]$ $[s]$ calcula-se o desvio padrão do valores x (s_x) e dos valores de y (s_y). (O desvio padrão do valores de x aparece no visor assim que $[s]$ é pressionada; para apresentar o desvio padrão dos valores de y , pressione $[x>y]$).

Exemplo 4

Utilizando os dados do exemplo 2, calcular os desvios padrão dos valores de x e de y .

Teclas (modo RPN)	Visor	
$[g]$ $[s]$	6,03	Desvio padrão das horas trabalhadas
$[x>y]$	482,06	Desvio padrão das vendas.

8.5.1 - SIGNIFICADO DO DESVIO PADRÃO

O desvio padrão depende da soma dos quadrados dos desvios dos dados da variável com relação a sua média. Portanto, quanto menor for o desvio padrão, mais valores da variável se aproximarão da média. Analisando a expressão do desvio padrão, podemos chegar a conclusões importantes:

- Qualquer dado da amostra ou variável com desvio menor do que o desvio padrão da variável estará mais próximo da média do que qualquer outro valor com desvio maior;
- Quanto mais dados se afastarem da média, maior serão os desvios e, conseqüentemente, maior será o desvio padrão da variável;
- Duas variáveis com média iguais e desvios padrão diferentes têm distribuições de freqüência com formas diferentes. A distribuição da variável com maior desvio padrão será mais aberta do que a da variável com menor desvio padrão.
- Quanto menor for o desvio padrão, mais homogênea é a distribuição.

8.6 - ESTIMAÇÃO LINEAR

Estando acumuladas as estatísticas de duas variáveis nos registradores estatísticos, você pode estimar um novo valor de y (\hat{y}), a partir de um novo valor de x , e estimar um novo valor de x (\hat{x}) a partir de um novo valor de y .

Para calcular \hat{y} :

1. Introduza um novo valor de x .
2. Pressione **[g]** [\hat{y} , r].

Para calcular \hat{x} :

1. Introduza um novo valor de y .
2. Pressione **[g]** [\hat{x} , r].

Exemplo 5

Usando os dados estatísticos acumulados no exemplo 2, estime o valor das vendas de um novo vendedor que trabalhe 48 horas por semana.

Teclas (modo RPN)	Visor	
48 [G] [\hat{y} , r]	2.747,58	Valor estimado das vendas em 48 horas de trabalho por semana

A confiabilidade de uma estimativa linear depende da proximidade do ajuste dos pares de dados a uma reta, se traçados num gráfico. A medida mais comum dessa confiabilidade é o coeficiente de correlação de Pearson, r . Este valor é automaticamente calculado toda vez que \hat{y} ou \hat{x} é calculado; para apresentá-lo, basta pressionar **[x>y]**.

8.6.1 - Interpretação do coeficiente de Pearson:

Para podermos tirar algumas conclusões significativas sobre o comportamento simultâneo das variáveis analisadas, é necessário que $0,6 \leq |r| \leq 1$.

- Se $0 < |r| < 0,3$ há uma **correlação muito fraca** entre as variáveis e, praticamente, nada podemos concluir sobre a relação entre as variáveis em estudo.
- Se $0,3 \leq |r| < 0,6$ a **correlação é relativamente fraca** entre as variáveis.
- Se $0,6 \leq |r| \leq 1$ a **correlação é altamente significativa** entre as variáveis.

Se o coeficiente de correlação de Pearson estiver muito próximo de +1 ou de -1 isso indicará que os dados se ajustam muito bem a uma reta. Por outro lado, um coeficiente de correlação próximo de zero indica que os pares de dados não se ajustam a uma reta; e, conseqüentemente, que uma estimativa linear, usando tais dados não será muito confiável.

Exemplo 6

Verifique a confiabilidade da estimativa linear no exemplo anterior, apresentando o coeficiente de correlação de Pearson.

Teclas (modo RPN)	Visor	
[x>y]	0,90	O coeficiente de correlação é próximo de 1, de modo que a venda calculada no exemplo anterior se constitui numa boa estimativa.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1) Calcule a média aritmética da série:

a) $X = (1, 2, 8, 10, 12, 16, 21, 30)$

b) $Y = (5, 6, 6, 10, 11, 11, 20)$

c) $Z = (3.4, 7.8, 9.23, 12.15)$

2) Calcule a média aritmética da série:

x_i	f_i
2	1
3	4
4	3
5	2

3) Uma loja vende cinco produtos básicos A, B, C, D, E. O lucro por unidade comercializada destes produtos vale respectivamente \$ 200,00; \$ 300,00; \$ 500,00; \$ 1.000,00; \$ 5.000,00. A loja vendeu em determinado mês 20; 30; 20; 10; 5 unidades respectivamente. Qual foi o lucro médio por unidade comercializada por esta loja?

4) Um caminhão cujo peso vazio é 3.000 kg será carregado com 480 caixas de 10 kg cada, 350 caixas de 8 kg cada, 500 caixas de 4 kg cada e 800 caixas de 5 kg cada. O motorista do caminhão pesa 80 kg e a lona de cobertura da carga pesa 50 kg.

a) Se este caminhão tem que passar por uma balança que só permite passagens a caminhões com peso máximo de 15 toneladas, este caminhão passará pela balança?

b) Qual o peso médio das caixas carregadas no caminhão?

5) Calcule a idade média dos alunos de uma classe de primeiro ano de determinada Faculdade, em anos.

Idade (anos) x_i	N.º de Alunos f_i
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4

RESPOSTAS

1) a) 12,5 b) 9,857 c) 8,145

2) 3,6

3) 682,35/peça

4) a) Não b) 6,385/kg

5) 18,84 anos/aluno

INTRODUÇÃO

Um programa corresponde às ações físicas de teclado e uso de memórias da máquina, sendo então, simplesmente uma seqüência de teclas armazenadas na calculadora. Toda vez que precisar calcular algo usando a mesma seqüência de teclas várias vezes, você pode poupar tempo, incorporando essas operações em um programa. Em vez de pressionar todas as teclas cada vez, você aperta somente uma tecla para iniciar o programa: a calculadora faz o resto automaticamente.

8.1 – COMO FUNCIONA E COMO PROGRAMAR NA HP12C

Criar um programa consiste em escrever o programa e depois armazená-lo. Veja os principais procedimentos:

1. Escreva em um papel a seqüência de teclas que você usaria para calcular o resultado ou resultados esperados.
2. Aperte [f] [R/S] para configurar a calculadora no Modo de Programação. Quando a calculadora está no modo de programação, as funções não são executadas quando suas teclas são executadas, mas sim armazenadas na calculadora. O indicador de estado PRGM estará presente no mostrador quando a calculadora estiver no Modo de Programação.
3. Aperte [f] CLEAR [PRGM] para apagar qualquer programa anterior que possa estar armazenado na calculadora.
4. Selecione o modo deseja utilizar (RPN ou ALG). Os programas criados no modo RPN somente poderão ser executados no modo RPN e de modo análogo para ALG.
5. Digite a seqüência de teclas que você escreveu no passo 1. Pule as teclas iniciais que registram os dados, que seriam diferentes cada vez que o programa fosse executado.

Exemplo 1

Elaborar um programa para o cálculo de juros simples, dada uma taxa mensal, um período de tempo na mesma unidade e o capital inicial.

Sabemos que a fórmula dos juros simples é dada por: $J = c \cdot \frac{i}{100} \cdot n$.

Determine os juros simples de uma aplicação de R\$ 800,00 a uma taxa de 4% ao mês durante 8 meses.

Se fossemos realizar esse cálculo na HP12C de forma manual seria da seguinte maneira:

Teclas (modo RPN)	Visor	
[f] CLEAR [REG]		Zerar todos os registros
800 [ENTER]	800,00	Armazena o capital (PV)
4 [x]	3200,00	Multiplica pela taxa de juros
100 [÷]	32,00	Calcula os juros mensais – 4% a.m.
8 [x]	256,00	Calcula os juros durante os 4 meses.

Vejamos agora o procedimento no Modo de Programação.

Inicialmente observamos que os valores que estão em negrito não poderão ser digitados no programa, pois eles são variáveis, e, portanto deverão ser digitados somente quando executado o programa.

Passos	Programa	Visor	Instruções
	[f] [R/S]		Acessando o modo de programação
	[f] CLEAR [PRGM]		Limpendo todos os programas
1	[RCL] [PV]	001. 45 13	45 = linha 4, coluna 5 13 = linha 1, coluna 3
2	[RCL] [i]	002. 45 12	45 = linha 4, coluna 5 12 = linha 1, coluna 2
3	[x]	003. 20	20= linha 2, coluna 0
4	1	004. 1	Armazena o número 100, que será usado na fórmula.
5	0	005. 0	
6	0	006. 0	
7	[÷]	007. 10	10 = linha 1, coluna 0
8	[RCL] [n]	008. 45 11	45 = linha 4, coluna 5 11 = linha 1, coluna 1
9	[x]	009. 20	20 = linha 2, coluna 0
10	[f] [R/S]	0,00	Para sair do modo programação.

Testando do programa.

Determine os juros simples de uma aplicação de R\$ 800,00 a uma taxa de 4% ao mês durante 8 meses.

Teclas (modo RPN)	Visor	
800 [PV]	800,00	Armazena o capital (PV)
4 [i]	4,00	Armazena a taxa de juros
8 [n]	8,00	Armazena o tempo em meses.
[R/S]	256,00	Roda o programa executando o cálculo dos juros.

Determine os juros simples de uma aplicação de R\$ 3.900,00 a uma taxa de 4% ao mês durante 5 meses.

Teclas (modo RPN)	Visor	
3900 [PV]	3900,00	Armazena o capital (PV)
4 [i]	4,00	Armazena a taxa de juros
5 [n]	5,00	Armazena o tempo em meses.
[R/S]	780,00	Roda o programa executando o cálculo dos juros.

Exemplo 2

Cálculo de equivalência de taxas de juros mediante programação na HP12C.

Por meio de abastecimento da taxa no registrador [i], do período fornecido de capitalização no registrador [PV] e o do período de capitalização desejado no registrador [FV], é possível converter taxas equivalentes pela execução do programa via [R/S].

Nessas condições, queremos programar a fórmula da taxa equivalente em juros compostos na HP12C.

$$i_q = \left[\left(1 + \frac{i_t}{100} \right)^{\frac{q}{t}} - 1 \right] \cdot 100$$

Em que:

- ✓ i_q é a taxa que queremos, na forma percentual;
- ✓ i_t é a taxa que temos, também na forma percentual.

Vamos armazenar os seguintes dados:

- a taxa i_t - a taxa dada – na tecla [i]
- o período da taxa que eu quero (q) na tecla [PV] (**P**reciso **V**er)
- o período da taxa que eu tenho (t) na tecla [FV] (**F**ácil de **V**er)

Teclas (modo RPN)	Visor	Instruções
[f] [P/R]	000.	Configura a calculadora no Modo de Programação
[f] [PRGM]	000.	Limpa os programas existentes
[RCL] [i]	001. 45 12	Início da entrada da rotina
1	002. 1	
0	003. 0	
0	004. 0	
[÷]	005. 10	
1	006. 1	
[+]	007. 40	
[RCL] [PV]	008. 45 13	
[RCL] [FV]	009. 45 15	
[÷]	010. 10	
[y ^x]	011. 21	
1	012. 1	
[-]	013. 30	
1	014. 1	
0	015. 0	
0	016. 0	
[x]	017. 20	
[g] [GTO] 000	018. 43 33 000	Volta para a primeira linha do programa
[f] [P/R]		Encerra o modo de programação da HP12C

Exemplo 3

Este programa calcula o total geral do número de dias (exatos), valor total dos cheques, valor total do desconto, valor total líquido a receber na operação de desconto de cheques mediante a uma taxa i de desconto.

Representante				Taxa de juros	4% a.m.
Data base	Bom para	Nº de dias	VR Cheque	VR Juros	VR Líquido
30/04/2007	11/06/2007	42	1.120,32	62,74	1.057,58
30/04/2007	18/06/2007	49	705,90	46,12	659,78
30/04/2007	03/07/2007	64	1.000,00	85,33	914,67
30/04/2007	01/08/2007		1.350,00		
30/04/2007	25/07/2007		2.670,50		
30/04/2007	15/08/2007		2798,56		
TOTAL GERAL					

Agora armazenaremos o programa na memória da calculadora HP 12C.

Teclas (modo RPN)	Visor	Instruções
[f] [P/R]	000.	Configura a HP12 no modo programação
[f] CLEAR [PROGM]	000.	Apaga a memória de programação
[RCL] 0	001. 45 0	
[g] [Δ DYS]	002. 43 26	
[CHS]	003. 16	
[R/S]	004. 31	Parada no programa – Exibe o número de dias

[STO] [+] 1	005. 44 40 1	
[RCL] [i]	006. 45 12	
[x]	007. 20	
3	008. 3	
0	009. 0	
[÷]	010. 10	
[RCL] [FV]	011. 45 15	
[STO] [+] 2	012. 44 40 2	
[x>y]	013. 34	
[%]	014. 25	
[R/S]	015. 31	Parada no programa – Exibe os juros
[STO] [+] 3	016. 44 40 3	
[-]	017. 30	
[STO] [+] 4	018. 44 40 4	
[f] [R/S]		

Legenda para a programação acima:

- [i] Taxa de juros
- [FV] valor nominal do cheque
- [STO] [0] Coloque na memória [0] a dada base
- Aperte [R/S] para mostrar número de dias
- Aperte [R/S] para mostrar os juros
- Aperte [R/S] para mostrar o valor líquido.

O TOTAL GERAL	
Dias	R1
Valor dos cheques	R2
Valor dos juros	R3
Valor líquido	R4

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

- 1) Calcule a taxa mensal equivalente a 80% a.a.
- 2) Calcule a taxa diária equivalente a 50%a.t.
- 3) Calcule a taxa mensal equivalente a 38%a.a.

RESPOSTAS

- 1) 5,02% a.m 2) 045%a.d. 3) 2,72%a.m.

BIBLIOGRAFIA

- [1] BRUNI, Adriano Leal. Matemática Financeira com HP12C e Excel. 3ªed. SP: Atlas, 2004.
- [2] HAZZAN, Samuel; POMPEO, José Nicolau. Matemática Financeira. 5ª ed. SP: Saraiva, 2003.
- [3] KUHNEN, Osmar Leonardo, Matemática financeira Empresarial. SP: Atlas, 2006.
- [4] LAPONI, J.C. Matemática financeira usando Excel - Como medir criação de valor. SP: Laponi, 2002.
- [5] MATHIAS, Washington Franco. Matemática Financeira. 3ª ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- [6] PUCCINI, Abelardo de Lima; PUCCINI Adriana. Matemática Financeira: Objetiva e Aplicada. Edição Compacta. SP: Saraiva, 2006.
- [7] PUCCINI, Alberto de Lima. Matemática Financeira: objetiva e aplicada. 7.ed. SP: Saraiva, 2004.
- [8] SAMANEZ, C.P. Matemática financeira. SP: Makron Books, 2002.
SOBRINHO, José Dutra Vieira. Matemática Financeira. SP: Atlas, 2000.
- [9] TOSI, Armando José. Matemática Financeira com utilização do Excel 2000. SP: Atlas 2000.
- [10] VERAS, Lilia L. Matemática Financeira. 2ed. SP: Atlas, 2001.

ANEXO

1 - CÓDIGOS DE ERRO

Eventualmente, na operação da HP12C pode ocorrer alguma falha, resultando em um procedimento incorreto, muitas vezes indicado por uma mensagem de erro. As principais mensagens de erro da calculadora serão descritas a seguir:

Error 0: erro em operações matemática. Exemplos: divisão de número por zero, raiz quadrada número negativo, logaritmo de número menor ou igual a zero, fatorial de número não inteiro.

Error 1: ultrapassagem da capacidade de armazenamento e processamento da máquina: a magnitude do resultado é igual ou superior a 10100. Por exemplo, fatorial de 73. Note que a mensagem de erro não aparece: apenas uma série de nove aparece no visor.

Error 2: operações estatísticas com erro. Por exemplo, média com n igual a zero.

Error 3: erro no cálculo da taxa interna de retorno (IRR). Nesse caso, a mensagem informa que o cálculo é complexo, podendo envolver múltiplas respostas, e não poderá prosseguir, a menos que você forneça uma estimativa para a taxa interna de retorno (IRR)

Error 4: erro em operações com a memória da calculadora. Por exemplo: tentativa de introdução de mais de 99 linhas de programação; tentativa de desvio (GTO) para uma linha inexistente em um programa; tentativa de operação com os registradores de armazenamento (R5 a R9 ou R.0 a R.9); tentativa de utilização de um registrador ocupado com linha de programação.

Error 5: erro em operações com juros compostos. Provavelmente, algum valor foi colocado com o sinal errado (todos os valores têm o mesmo sinal) ou os valores de i, PV e FV são tais que não existe solução para n.

Error 6: problemas com o uso de registradores de armazenamento. O registrador de armazenamento especificado não existe, ou foi convertido em linha de programação. O número de fluxo de caixa inseridos foi superior a 20.

Error 7: problemas no cálculo da taxa interna de retorno (IRR). Não houve troca de sinal no fluxo de caixa.

Error 8: problemas com o calendário. Pode ser decorrente do emprego da data inapropriada ou em formato impróprio; tentativa de adição de dias além da capacidade da máquina.

Error 9: problemas no auto-teste. Ou o circuito da calculadora não está funcionando corretamente, ou algum procedimento no auto-teste apresentou falhas.