

FRAÇÕES

São representações numéricas da forma $\frac{a}{b}$, onde $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ e $b \neq 0$, e que significam

“a dividido por b”. O “a” é chamado de numerador e o “b” de denominador.

Grosso modo, podemos dizer que “b” é o número de partes iguais em que repartimos um certo objeto, e “a” o número de partes que estamos considerando.

Por exemplo, vamos representar graficamente algumas frações:

$\frac{1}{2}$ pode ser representado por



$\frac{2}{3}$ pode ser representado por



Significa: dividir um objeto em 2 partes iguais e “tomar” 1.	Significa: dividir um objeto em 3 partes iguais e “tomar” 2.
--	--

Outro exemplo:

$\frac{4}{3}$ pode ser representado por



ou seja: dividir dois objetos idênticos em 3 partes iguais cada, e “tomar” 4 dessas partes.

FRAÇÕES EQUIVALENTES

Duas frações são ditas equivalentes, quando a divisão dos numeradores pelos respectivos denominadores é um valor constante. Ou seja, podemos dizer que uma é igual à outra.

Por exemplo: $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, pois $3 \div 4 = 6 \div 8 = 0,75$.

Aliás, $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{0,75}{1} = 0,75$

Quando duas frações são equivalentes, é possível obter a 1ª a partir da 2ª, multiplicando-se ou dividindo-se o numerador e o denominador da 2ª por um valor fixo.

Por exemplo: $\frac{6}{8} = \frac{6 \div 2}{8 \div 2} = \frac{3}{4}$

ou: $\frac{0,75}{1} = \frac{0,75 \times 4}{1 \times 4} = \frac{3}{4}$

Na prática, sempre que temos uma fração, procuramos representá-la através de sua equivalente que possui numerador e denominador inteiros e sem divisores comuns. Veja os exemplos a seguir:

$$\frac{25}{10} = \frac{25 \div 5}{10 \div 5} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{70}{210} = \frac{70 \div 10}{210 \div 10} = \frac{7}{21}$$

$$\frac{1,5}{3} = \frac{1,5 \times 10}{3 \times 10} = \frac{15}{30} = \frac{15 \div 15}{30 \div 15} = \frac{1}{2}$$

Esse processo pode ser chamado de "simplificação" da fração.

Exercício: "simplifique" as frações abaixo.

1) $\frac{600}{400} =$

3) $\frac{2,5}{5} =$

5) $\frac{16}{24} =$

2) $\frac{125}{150} =$

4) $\frac{0,1}{10} =$

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NA FORMA FRACIONÁRIA

SOMA (E DIFERENÇA)

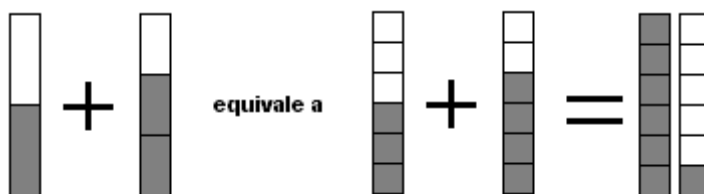
Somar duas ou mais frações que possuam denominadores diferentes pode ser muito difícil, pois não temos como compará-las.

A solução é "igualar" os denominadores, encontrando frações equivalentes às originais.

Exemplo: para efetuar a operação $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$, vamos lançar mão da seguinte representação gráfica.

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \quad \text{equivale a} \quad \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$$

Ou seja, o que se fez foi reescrever $\frac{1}{2}$ como $\frac{3}{6}$ (que são frações equivalentes) e $\frac{2}{3}$ como $\frac{4}{6}$. Aí, é só contar o número de " $\frac{1}{6}$ " que se obteve.



Para se encontrar o denominador comum, podemos usar o processo do MMC. Mas, é importante observar que o denominador comum NÃO PRECISA ser o MMC. Qualquer múltiplo comum entre os denominadores originais serve.

Por exemplo, se em vez de $\frac{3}{6} + \frac{4}{6}$, tivéssemos usado as frações equivalentes $\frac{6}{12} + \frac{8}{12}$, o resultado seria $\frac{14}{12}$, que equivale a $\frac{7}{6}$.

Observação: o mesmo raciocínio vale para a subtração, bastando "diminuir" em vez de "adicionar".

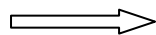
Genericamente, podemos escrever: $\boxed{\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{a \times mc(bd) / b \pm c \times mc(bd) / d}{mc(bd)}}$

Observação: nem sempre convém pegar como múltiplo comum, o simples produto entre os denominadores; pode ser muito trabalhoso, no caso de várias frações envolvidas na conta. Às vezes, é mais prático usar o MMC (Mínimo Múltiplo Comum).

SOMAS E SUBTRAÇÕES – EXEMPLO COM MMC:

MMC (4; 6; 3):

$$\frac{3}{4} + \frac{5}{6} - \frac{1}{3} - 4$$



Calcula o MMC dos **denominadores** (4; 6; 3) = 12

$$\begin{array}{r} 4 \ 6 \ 3 \div 2 \\ 2 \ 3 \ 3 \div 2 \\ 1 \ 3 \ 3 \div 3 \\ 1 \ 1 \ 12 \end{array}$$

Substitui os denominadores pelo MMC:

$$\begin{aligned} \frac{3}{12} + \frac{5}{12} - \frac{1}{12} - \frac{4}{12} &= \frac{(12 \div 4) \times 3}{12} + \frac{(12 \div 6) \times 5}{12} - \frac{(12 \div 3) \times 1}{12} - \frac{(12 \div 1) \times 4}{12} = \\ &= \frac{9}{12} + \frac{10}{12} - \frac{4}{12} - \frac{48}{12} = \frac{-33}{12} = \frac{-11}{4} \end{aligned}$$

Desafio: tente realizar o mesmo cálculo usando o produto "4 x 6 x 3 x 1". Você deverá chegar ao mesmo resultado, porém com maior trabalho "braçal".

Exemplos de somas ou subtrações:

1) $\frac{16}{24} + \frac{3}{16}$

O MMC de 24 e 16 é 96.

$$96 \div 24 = 4 \quad \text{e} \quad 96 \div 16 = 6$$

Então, reescrevemos a operação usando as frações equivalentes, cujos denominadores são iguais a 96:

$$\frac{16}{24} + \frac{3}{16} = \frac{16 \times 4}{24 \times 4} + \frac{3 \times 6}{16 \times 6} = \frac{64}{96} + \frac{18}{96} = \frac{64+18}{96} = \frac{82}{96} = \frac{41}{48}$$

Note que tivemos de "simplificar" o resultado 82 / 96, para obtermos 41 / 48

2) $\frac{21}{6} - \frac{25}{4}$

O MMC de 6 e 4 é 12.

$$12 \div 6 = 2 \quad \text{e} \quad 12 \div 4 = 3$$

Então, reescrevemos a operação usando as frações equivalentes cujos denominadores são iguais a 12:

$$\frac{21}{6} - \frac{25}{4} = \frac{21 \times 2}{6 \times 2} - \frac{25 \times 3}{4 \times 3} = \frac{42}{12} - \frac{75}{12} = \frac{42-75}{12} = \frac{-33}{12} \text{ ou } -\frac{33}{12}$$

Note que a "Regra dos Sinais" teve de ser observada, mesmo os números estando na forma fracionária.

Exercícios:

$$\begin{array}{llll}
 6) \frac{7}{10} + \frac{3}{8} + \frac{1}{5} & 7) \frac{4}{7} + \frac{3}{4} - \frac{5}{14} & 8) \frac{-31}{6} + \frac{4}{5} - \frac{1}{10} & 9) \frac{2a}{5} + \frac{4a}{6} \quad 10) \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{8} \\
 11) \frac{\sqrt{3}}{7} + \frac{\sqrt{3}}{5} & 12) \frac{1}{4} + \frac{6}{8} - 1 & 13) \frac{5}{7} + \frac{3}{8} + 2 & 14) \frac{3}{10} - \frac{8}{3} - 5 \\
 15) \frac{\sqrt{2}}{7} - \frac{1}{10} + a & 16) \frac{1}{ab} - \frac{2}{a} & 17) \frac{4}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{2}
 \end{array}$$

PRODUTO

O produto entre frações é muito simples: basta multiplicar entre si os numeradores e os denominadores.

Genericamente: $\boxed{\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}}$

Exemplo: $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{2 \times 4}{3 \times 5} = \frac{8}{15}$

Exercícios:

$$\begin{array}{llll}
 18) \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} & 19) \frac{5}{4} \times \frac{3}{10} & 20) \frac{a}{7} \times \frac{4}{5} & 21) \frac{a}{2} \times \frac{6}{3} \\
 22) \frac{b}{7} \times \frac{5}{6b} & 23) \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} & 24) \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} & 25) \frac{\sqrt{2}}{3} \times \frac{3\sqrt{8}}{2} \\
 26) \frac{\sqrt{a}}{a} \times \frac{\sqrt{ab}}{b} & 27) \frac{\sqrt{a^2b+a^2}}{a} \times \frac{\sqrt{b}}{b}
 \end{array}$$

RAZÃO (Divisão)

A divisão entre um número “a” qualquer e um “b” qualquer (diferente de zero) é definida como o produto de “a” pelo inverso de “b”.

Assim, o mesmo vale para as frações:

Exemplo: $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{2 \times 6}{3 \times 5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

Genericamente: $\boxed{\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}}$, também pode ser escrito assim:

$$\boxed{\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}}$$

Exercícios:

28) $\frac{2}{3} \div \frac{3}{2}$

29) $\frac{4}{5} \div \frac{2}{25}$

30) $\frac{a}{7} \div \frac{7a}{2}$

31) $\frac{1}{2} \div \sqrt{2}$

----- Respostas -----

- | | | | | | |
|--------------------|------------------------|---------------------------|-----------------------------------|---------------------|-----------------------|
| 1) 3/2 | 2) 5/6 | 3) 1/2 | 4) 1/100 | 5) 2/3 | |
| 6) 51/40 | 7) 27/28 | 8) -27/15 | 9) 16a/15 | 10) $5\sqrt{2} / 8$ | 11) $12\sqrt{3} / 35$ |
| 12) 0 | 13) 173/56 | 14) -221/30 | 15) $(70a - 7 + 10\sqrt{2}) / 70$ | | |
| 16) $(1-2b)/(ab)$ | | 17) $(4\sqrt{2} - 3) / 6$ | 18) 8/15 | 19) 3/8 | |
| 20) $4a / 35$ | 21) $ab / 6$ | 22) 5/42 | 23) 1 | 24) 1 | 25) 2 |
| 26) $\sqrt{b} / b$ | 27) $(\sqrt{b^2+b})/b$ | 28) 4/9 | 29) 10 | 30) 2/49 | |
| 31) $\sqrt{2} / 4$ | | | | | |

REGRAS DOS SINAIS

Antes de qualquer operação envolvendo sinais, é preciso entender que o sinal "+" é sinônimo de "positivo", "afirmação", "crédito", "direito", "ganho", e que "-" é sinônimo de "negativo", "negação", "débito", "obrigação", "perda".

SOMA OU SUBTRAÇÃO

A rigor, a subtração nada mais é do que soma de sinais contrários.

Ao somarmos valores de mesmo sinal, ocorre um aumento da "força" desse sinal.

SOMANDO DOIS POSITIVOS:

Somar dois positivos, significa juntar dois créditos em um único valor. O resultado, é um crédito maior.

$$+ \quad + \quad + \quad = \quad +$$

Exemplo:

$$5 \quad + \quad 3 \quad = \quad 8$$

SOMANDO DOIS NEGATIVOS:

Somar dois negativos, significa juntar dois débitos em um único valor. O resultado, é um débito maior.

$$- \quad + \quad - \quad = \quad -$$

Exemplo:

$$-5 \quad + \quad (-3) \quad = \quad -8$$

Ao somarmos valores de sinais opostos, um sinal "enfraquece" o outro, prevalecendo o "mais forte".

SOMANDO UM POSITIVO A UM NEGATIVO

Somar um valor positivo a um valor negativo, significa reduzir um crédito. O resultado poderá ser um crédito menor, ou um débito.

$$+ \quad + \quad - \quad = \quad + \text{ (se o crédito for maior que o débito)}$$

Exemplo:

$$5 \quad + \quad (-3) \quad = \quad 2$$

ou

$$+ \quad + \quad - \quad = \quad - \text{ (se o crédito for menor que o débito)}$$

Exemplo:

$$3 \quad + \quad (-5) \quad = \quad -2$$

MULTIPLICAÇÃO OU DIVISÃO

Dividir um número "a" por um número "b" significa multiplicar "a" pelo inverso de "b".
Portanto, a regra dos sinais é a mesma nas duas operações:

MULTIPLICANDO DOIS NÚMEROS COM MESMO SINAL:

Se positivos, significa "afirmar" uma "afirmação"; se negativos "negar" uma "negação".
Logo, o resultado sempre será uma "afirmação":

$$+ \quad \times \quad + \quad = \quad +$$

Exemplo:

$$5 \quad \times \quad 3 \quad = \quad 15$$

$$- \quad \times \quad - \quad = \quad +$$

Exemplo:

$$-5 \quad \times \quad (-3) \quad = \quad 15$$

MULTIPLICANDO NÚMEROS COM SINAIS CONTRÁRIOS:

Se o primeiro é positivo e o segundo negativo, equivale a "afirmar" uma "negação"; se o primeiro é negativo e o segundo positivo, equivale a "negar" uma "afirmação". Em ambos os casos, o resultado é uma "negação":

$$+ \quad \times \quad - \quad = \quad -$$

Exemplo:

$$5 \quad \times \quad (-3) \quad = \quad -15$$

$$- \quad \times \quad + \quad = \quad -$$

Exemplo:

$$-5 \quad \times \quad 3 \quad = \quad -15$$

EXERCÍCIOS - Efetue os cálculos abaixo:

- 1) $23 - 32 =$ 2) $-7 + 3 =$ 3) $-25 - 35 =$ 4) $-21 + 32 =$
5) $-8 \times (-3) =$ 6) $7 \times (-5) =$ 7) $42 / (-7) =$ 8) $-10 / (-5) =$

Respostas:

- 1) -9 2) -4 3) -60 4) 11 5) 24 6) -35 7) -6 8) 2

Mais exercícios:

1) Efetue as adições:

a) $(+4) + (+3) =$	b) $(+14) + (+12) =$	c) $(+22) + (+9) =$	d) $(+50) + (+72) =$
e) $(-5) + (-1) =$	f) $(-18) + (-7) =$	g) $(-142) + (-69) =$	h) $(-58) + (-13) =$
i) $(+8) + (-2) =$	j) $(+14) + (-12) =$	k) $(-10) + (+12) =$	l) $(-26) + (+42) =$

2) Efetue as subtrações:

a) $(+5) - (+3) =$	b) $(+15) - (+10) =$	c) $(+8) - (-3) =$	d) $(+14) - (-15) =$
e) $(-5) - (+1) =$	f) $(-28) - (+12) =$	g) $(-24) - (-10) =$	h) $(-38) - (-12) =$
i) $(-20) - (-30) =$	j) $(-14) - (-20) =$	k) $(-10) - (+12) =$	l) $(-6) - (+6) =$
m) $(+8) - (-8) =$	n) $(-19) - (-19) =$	o) $(-15) - (+10) =$	p) $(+17) - (-7) =$

3) Heródoto, historiador e geógrafo grego, nasceu no ano -484 e faleceu no ano -425.
Usou a prosa para descrever as regiões pelas quais passou e as guerras de sua época.
Determine quantos anos Heródoto viveu.

Respostas:

- 1) a) 7 b) 26 c) 31 d) 122 e) -6 f) -25 g) -211 h) -71 i) 6 j) 2 k) 2 l) 16
 2) a) 2 b) 5 c) 11 d) 19 e) -6 f) -40 g) -14 h) -26 i) 10 j) 6 k) -22 l) -12
 m) 16 n) 0 o) -25 p) 24
 3) 59 anos

EQUAÇÕES

São "frases matemáticas". Ou seja, são sentenças que envolvem quantificações (números, unidades de medida e grandezas).

Exemplos:

Cinco mais três são iguais a oito. $\Leftrightarrow \quad 5 \quad + \quad 3 \quad = \quad 8$

Doze divididos por quatro são três. $\Leftrightarrow \quad 12 \quad / \quad 4 \quad = \quad 3$

INCÓGNITA

É um valor desconhecido, geralmente representado por uma letra.

Exemplos:

Xis menos cinco são sete. $\Leftrightarrow \quad x \quad - \quad 5 \quad = \quad 7$

Dois ípsilon multiplicados por seis são trinta. $\Leftrightarrow \quad 2y \quad x \quad 6 \quad = \quad 30$

ISOLANDO UMA INCÓGNITA

Quando temos uma incógnita em uma equação, é comum (mas nem sempre necessário) tentarmos descobrir o valor (se houver) dessa incógnita. Para isso, a técnica geral é tentar "isolar" essa incógnita em um dos lados da equação, através de diversas operações (somadas, subtrações, multiplicações, divisões, potenciações e radiciações).

Por exemplo, queremos descobrir o valor de "x", na equação abaixo:

$$3x - 5 = 25$$

Há várias possibilidades. Uma delas é a seguinte:

$$3x - 5 + 5 = 25 + 5$$

Ou seja, somamos cinco em ambos os lados da equação. "Desaparece" o cinco negativo à esquerda, e "aparece" um cinco positivo à direita. O resultado é o seguinte:

$$3x = 30$$

Agora, dividimos ambos os lados por três. "Desaparece" o três que está multiplicando à esquerda e "aparece" um três dividindo à direita. Fica assim:

$$3x / 3 = 30 / 3$$

O resultado, é que xis é igual a dez:

$$x = 10$$

Outro exemplo:

Vejamos um problema "concreto": suponha que meia melancia, mais três pesos de um quilograma cada foram colocados em um prato de uma balança de dois pratos. No outro prato, foi colocado um peso de cinco quilogramas, fazendo a balança ficar equilibrada.

Pergunta: quanto "pesaria" uma melancia inteira?

Como ainda não sabemos quanto pesa a melancia, vamos dizer que pesa "x".

Então, meia melancia pesaria $x/2$.

Assim, podemos montar a equação:

$$x/2 + 3 = 5$$

Ou, seja, meia melancia mais três quilogramas pesam cinco quilogramas (segundo a balança).

Aí, executamos as seguintes operações:

$$\begin{array}{rclcl} x/2 & + & 3 - 3 & = & 5 - 3 \\ & & x/2 & = & 2 \\ & & 2 \cdot x/2 & = & 2 \cdot 2 \\ & & x & = & 4 \end{array}$$

Logo, a melancia inteira pesaria quatro quilogramas.

As operações foram: "tirar" três quilos de cada lado da balança e multiplicar por dois ambos os lados da equação, para obter uma melancia inteira.

ATENÇÃO:

Para não se "perder" nas operações, observe as seguintes regras práticas:

1ª - escreva a equação;

2ª - copie a mesma equação na linha abaixo da primeira, colocando o sinal de "=" bem embaixo da linha de cima;

3ª - execute a primeira operação nesta segunda linha (não mexa na primeira);

4ª - reescreva a equação com os resultados obtidos na segunda linha, logo abaixo (terceira linha);

5ª - execute a segunda operação nessa terceira linha;

6ª - proceda assim, até que num lado da equação sobre a incógnita (o "x") e, do outro, um número (este número será o valor de "x").

Para saber se acertou: substitua o "x" na equação original pelo valor encontrado, execute os cálculos e veja se a equação "fecha" - isto se chama Prova Real.

EXERCÍCIO I: Isole as incógnitas das seguintes equações:

1) $x + 5 = 7$

2) $x + 10 = 8$

3) $x - 9 = 1$

4) $x - 10 = -5$

5) $2x + 2 = 10$

6) $3x - 4 = 8$

7) $-x + 2 = 3$

8) $-x - 3 = -5$

9) $-4x + 8 = -24$

10) $x/2 - 4 = 10$

11) $-x/3 + 3 = 12$

12) $(2/3)x - 9 = 11$

13) $3x + 4 = 2x - 5$

14) $-7x - 2 = 3x + 8$

15) $x/4 - 2 = -3x/4$

EXERCÍCIO II:

1) Encontrar o valor da variável

a) $2x + 7 = 19$

b) $x - 4x + 7 - 2x - 2 = 0$

c) $3x + 4a = 5$

d) $ax - 4a + 7 - 2a - 2 = 0$

e) $5a + 3x - 4b + 2 - x = 0$

f) $\frac{-x}{4} - \frac{5}{6} + 2x = \frac{5}{4}$

2) Escrever "y" em termos de "x":

a) $5y + 3x - 4y + 2 - x = 0$

b) $2x - y + \frac{2}{3}x + 5 = 0$

3) Resolva os seguintes problemas:

a) A soma de um número com sua própria metade, é igual a 9. Que número é esse?

b) Qual o número cujo dobro, aumentado de 5 é igual a 91?

c) A soma de dois números consecutivos é igual a 145. Que número são esses?

d) Três pessoas se associaram para montar um negócio. A segunda, entrou com o triplo do valor que a primeira, e a terceira, com metade do que entrou a segunda.

Considerando que houve, após um tempo, um lucro de R\$33.000,00 (50% do capital inicial), que foi dividido entre os sócios, na mesma proporção do valor que cada um investiu.

Quanto cada um recebeu?

Quanto cada um investiu?

Respostas:

Exercício I

- 1) $x=2$ 2) $x=-2$ 3) $x=10$ 4) $x=5$ 5) $x=4$ 6) $x=4$
 7) $x=-1$ 8) $x=2$ 9) $x=8$ 10) $x=28$ 11) $x=-27$
 12) $x=30$ 13) $x=-9$ 14) $x=-1$ 15) $x=2$

Exercício II

- 1) a) $x=6$ b) $x=1$ c) $x=(5-4a)/3$ d) $x=(6a-5)/a$
 e) $x=(-5a+4b)/2$ f) $x=25/21$
 2) a) $y = -x-2$ b) $y=(8/3)x+5$
 3) a) 6 b) 43 c) 72 e 73
 d) O 1º recebeu R\$18.000,00, o 2º recebeu R\$54.000,00 e o 3º recebeu R\$27.000,00
 O 1º investiu R\$12.000,00, o 2º investiu R\$36.000,00 e o 3º investiu R\$18.000,00

POTENCIAÇÃO E RADICIAÇÃO

POTENCIAÇÃO

Potenciação de um número é o produto de fatores iguais a esse número;

a) $3^2 = 3.3 = 9$ b) $5^3 = 5.5.5 = 125$

(OBS.: os números: "3.3" e "5.5.5" são ditos fatores, ou bases)

Propriedades da POTENCIAÇÃO

Propriedade 01 $1^0 = 1$

Propriedade 02 $0^n = 0$ $n \rightarrow \text{número} \neq 0$

Propriedade 03 $1^n = 1$ *qualquer* $n \in \mathbb{R}$

Propriedade 04 $a^n . b^n = (a.b)^n$

Ex.1) $2^2 . 3^2 = (2.3)^2 = 36$

Propriedade 05 $(a^p . b^q)^n = a^{pn} . b^{qn}$

Ex.1) $(2^3 . 3^2)^4 = 2^{3.4} . 3^{2.4} = 26.873.856$

Propriedade 06 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

$$\text{Ex.1)} \quad 2^3 \cdot 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

Propriedade 07 $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$$\text{Ex.1)} \quad \frac{5^4}{5^2} = 5^{4-2} = 5^2 = 25$$

Propriedade 08 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\text{Ex.1)} \quad 5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$$

Propriedade 09 Potência de base 10^n

$$\text{Ex.1)} \quad 10^2 = 10 \cdot 10 = 100$$

Propriedade 10 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ para $b \neq 0$

$$\text{Ex.1)} \quad \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

Propriedade 11 Potência de base negativa e expoente “par” $\rightarrow$ resultado é sempre positivo;

$$\text{Ex.1)} \quad (-2)^2 = -2 \cdot -2 = 4$$

Propriedade 12 Potência de base negativa e expoente “ímpar” $\rightarrow$ resultado é sempre negativo;

$$\text{Ex.1)} \quad (-2)^3 = -2 \cdot -2 \cdot -2 = -8$$

EXERCÍCIOS POTENCIAÇÃO:

1) 0^{10}

2) 10^0

3) 1^{50}

4) 50^1

5) 5^3

6) 3^5

7) 2^6

8) 6^2

9) $(3^2 \cdot 2^3)^6$

10) $\left(\frac{4}{5}\right)^2$

11) 3^{-2}

12) $2^6 \div 2^4$

13) $(-3)^6$

14) $(-2)^3$

15) $x^8 \div x^3$

16) 5^{-3}

Respostas:

- 1) 0 2) 1 3) 1 4) 50 5) 125 6) 243 7) 64 8) 36 9) 139314069504
 10) 16/25 11) 1/9 12) 4 13) 729 14) -8 15) x^5
 16) 1/125

RADICIAÇÃO

É a operação pela qual se extrai a raiz de um número;

“Raiz enézima” (n-ézima) – Chama-se raiz enézima de um número “a” a um número “b” de tal forma que: $b^n = a$

$$\text{Isto é, } \sqrt[n]{a} = b \text{ pois } b^n = a$$

Onde:

$n \rightarrow$ índice

$a \rightarrow$ radicando

$b \rightarrow$ raiz

$\sqrt{} \rightarrow$ Sinal de Radical

$$\text{Ex. 1) } \sqrt{4} = 2 \quad \text{Pois } 2^2 = 4$$

Propriedades da RADICIAÇÃO

$$\text{Propriedade 01 } \sqrt[n]{a} = b = b^n = a$$

$$\text{Propriedade 02 } \sqrt[n]{a^p} = a^{\frac{p}{n}}$$

$$\text{Propriedade 02 } \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

a) - EXERCÍCIOS RADICIAÇÃO:

$$1) \sqrt[3]{2^3} \quad 2) \sqrt{4^6} \quad 3) \sqrt[5]{x^6} \quad 4) \sqrt[7]{a^9}$$

b) - SIMPLIFICAR OS RADICAIS:

$$5) \sqrt{8} \quad 6) \sqrt{12} \quad 7) \sqrt{20} \quad 8) \sqrt{50}$$

c) - SIMPLIFICAR USANDO FATORAÇÃO:

$$9) \sqrt{243} \quad 10) \sqrt[3]{625} \quad 11) \sqrt[4]{2048}$$

d) – COLOCAR SOB FORMA DE RADICAL AS SEGUINTE POTÊNCIAS COM EXPOENTE FRACIONÁRIO, SIMPLIFICANDO O RESULTADO QUANDO POSSÍVEL:

$$12) 4^{\frac{2}{3}}$$

$$13) 4^{\frac{3}{2}}$$

$$14) x^{\frac{10}{9}}$$

$$15) a^{\frac{m}{n}}$$

Respostas:

$$1) 2$$

$$2) 64$$

$$3) x^{6/5}$$

$$4) a^{9/7}$$

$$5) 2\sqrt{2}$$

$$6) 2\sqrt{3}$$

$$7) 2\sqrt{5}$$

$$8) 5\sqrt{2}$$

$$9) 9\sqrt{3}$$

$$10) 5^3\sqrt{5}$$

$$11) 32^4\sqrt{2}$$

$$12) 2^3\sqrt{2}$$

$$13) 8$$

$$14) \sqrt[9]{x^{10}}$$

$$15) \sqrt[n]{a^m}$$

Radicais Semelhantes

Dois ou mais radicais são semelhantes quando tem o mesmo índice e o mesmo radicando; assim são semelhantes os radicais:

$$a) \sqrt{2} \text{ e } 5\sqrt{2}$$

$$b) \sqrt[3]{a}, 7\sqrt[3]{a} \text{ e } 10\sqrt[3]{a}$$

$$c) 10\sqrt[7]{3} \text{ e } -8\sqrt[7]{3}$$

$$d) \frac{4}{8}\sqrt[4]{x} \text{ e } -\frac{1}{2}\sqrt[4]{x}$$

Operações com Radicais

Adição e Subtração

1º Caso: Os radicais são semelhantes; regra: conserva-se o radical e somam-se os coeficientes.

$$a) 2\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$$

$$b) 7\sqrt[3]{2} + 6\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2}$$

2º Caso: Os radicais tornam-se semelhantes somente depois de simplificados.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{32} &\Rightarrow \sqrt{2} + \sqrt{4 \cdot 2} + \sqrt{16 \cdot 2} \\ \sqrt{2} + 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} &= 7\sqrt{2} \end{aligned}$$

Multiplicação e Divisão

1º Caso: Os radicais tem o mesmo índice; regra: conserva-se o sinal de radical e multiplica-se ou divide-se os radicandos entre si.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{3} &= \sqrt{6} & \text{b)} \quad \sqrt{6} \div \sqrt{3} &= \sqrt{2} \\ \text{c)} \quad \sqrt[7]{2} \times \sqrt[7]{5} &= \sqrt[7]{10} & \text{d)} \quad 5\sqrt[4]{3} \div 2\sqrt[4]{2} &= \frac{5}{2}\sqrt[4]{\frac{3}{2}} \end{aligned}$$

2º Caso: Os radicais tem índices diferentes;

$$\text{a)} \quad \sqrt[3]{2^2} \times \sqrt[4]{2} \Rightarrow \sqrt[12]{2^8} \times \sqrt[12]{2^3} = \sqrt[12]{2^{11}}$$

mmc = 12

Mais Exercícios de Matemática Básica

1) Efetue as adições: a) $12,48 + 19 =$ b) $12,5 + 0,07 =$ c) $12,8 + 3,27 =$ d) $31,3 + 29,7 =$ e) $107,03 + 32,7 =$ f) $83,92 + 16,08 =$ g) $275,04 + 129,3 =$ h) $94,28 + 36,571 =$ i) $189,76 + 183,24 =$ j) $13,273 + 2,48 =$	2) Efetue as subtrações: a) $85,3 - 23,1 =$ b) $97,42 - 31,3 =$ c) $250,03 - 117,4 =$ d) $431,2 - 148,13 =$ e) $400 - 23,72 =$ f) $1050,37 - 673,89 =$ g) $3 - 1,07 =$ h) $98 - 39,73 =$ i) $43,87 - 17 =$ j) $193 - 15,03 =$
3) Efetue as multiplicações: a) $200 \times 0,3 =$ b) $130 \times 1,27 =$ c) $93,4 \times 5 =$ d) $208,06 \times 3,15 =$ e) $0,3 \times 0,7 =$ f) $112,21 \times 3,12 =$ g) $12,1 \times 4,3 =$ h) $243,5 \times 2,53 =$ i) $357 \times 0,5 =$ j) $793 \times 0,07 =$	4) Efetue as divisões: a) $3 : 2 =$ b) $21 : 2 =$ c) $7 : 50 =$ d) $9,6 : 3,2 =$ e) $4064 : 3,2 =$ f) $1,5 : 2 =$ g) $4,8 : 30 =$ h) $1,776 : 4,8 =$ i) $7,502 : 12,4 =$ j) $0,906 : 3 =$ k) $50,20 : 5 =$ l) $21,73 : 1,06 =$ m) $35,28 : 9,8 =$

5) Calcule as potências: a) $10^6 \times 10^2 =$ b) $10^{-12} \times 10^3 =$ c) $2,3 \cdot 10^{10} \times 4 \cdot 10^7 =$ d) $2,5 \cdot 10^{-7} \times 4 \cdot 10^{12} =$ e) $10^{-7} : 10^{-2} =$ f) $10^{-7} : 10^{-2} =$ g) $3,8 \cdot 10^2 : 2 \cdot 10^{-3} =$ h) $1,8 \cdot 10^4 : 0,2 \cdot 10^{-6} =$	6) Encontre as raízes das seguintes equações: a) $15 + x = 7$ b) $(3/2)a = 3$ c) $x - 1 = 5x + 10$ d) $5(x - 1) + 3(x + 1) = 30$ e) $5 + 3(x+5) = x-1$ f) $3(x + 3) - 2(2x+3) = 8(x-3)$ g) $4(x - 1)(x + 4) - (x + 2)(x + 4) = 3(x + 2)(x - 1)$ h) $\frac{x}{x+2} + \frac{3}{x-2} = 1$ i) $\frac{x}{6} - \frac{1}{2} = 4 + \frac{x-3}{3}$ j) $\frac{x-2}{3} - \frac{x+3}{2} = 5 + x$
7) Encontre as raízes das seguintes equações do 2º grau: a) $x^2 + x - 6 = 0$ b) $x^2 + 2x + 5 = 0$ c) $-4x^2 + 1 = 0$ d) $x^2 - 7x = 0$ e) $x^2 - 2x = 0$	f) $x^2 - 16 = 0$ g) $x^2 + 14x + 49 = 0$ h) $3x^2 + x - 14 = 0$ i) $3x^2 + 8x = 0$ j) $15x^2 - 6 = 0$ k) $x^2 - (16/25) = 0$

Instrução: Para os exercícios 8 a 16, construa as respectivas equações, isole as incógnitas e dê as respostas.

- 8) Izamar comprou seis caixas de lápis, contendo cada uma doze lápis iguais, pagando R\$ 2,40 pela compra. Quanto pagará se comprar oito caixas iguais às primeiras?
- 9) Se trinta litros de um combustível custam R\$ 16,95, quantos custarão oitenta litros do mesmo combustível?
- 10) Um automóvel faz 180 Km com 15 litros de álcool. Quantos litros de álcool esse automóvel gastaria para percorrer 210 Km?
- 11) Uma usina produz 350 litros de álcool com 5 toneladas de cana-de-açúcar. Quantos litros ela produzirá com 12.500 Kg de cana-de-açúcar? Para produzir 8.750 litros de álcool são necessárias quantas toneladas de cana-de-açúcar?
- 12) Uma padaria produz 400 pães com 10 Kg de farinha de trigo. Quantos pães ela produzirá com 12,5 Kg de farinha? Quantos quilogramas de farinha são necessários para a produção de 750 pães?
- 13) Para se construir uma roda dentada com uma determinada máquina, perdem-se 30 gramas de material. Depois de 10 dias utilizando essa mesma máquina, que produz 150 dentadas por dia, quantos quilogramas de material serão perdidos?

- 14) Com uma área de absorção de raios solares de $1,2\text{m}^2$, uma lancha com motor movido a energia solar consegue produzir 400 watts por hora de energia. Aumentando-se essa área para $1,5\text{m}^2$, qual será a energia produzida?
- 15) Se uma vela de 36 cm de altura diminui 1,8 mm por minuto, quanto tempo levará para se consumir?
- 16) Na extremidade de uma mola colocada verticalmente, foi pendurado um corpo com a massa de 10Kg e verificamos que ocorreu um deslocamento no comprimento da mola de 54cm. Se colocarmos um corpo com 15Kg de massa na extremidade dessa mola, qual será o deslocamento no comprimento da mola?

Respostas

1) a) 31,48
e) 139,73
i) 373

b) 12,57
f) 100
j) 15,753

c) 16,07
g) 404,34

d) 61
h) 130,851

2) a) 62,2
e) 376,28
i) 26,87

b) 66,12
f) 376,48
j) 177,97

c) 132,63
g) 1,93

d) 283,07
h) 58,27

3) a) 60
e) 0,21
i) 178,5

b) 165,1
f) 35,9072
j) 55,51

c) 467
g) 52,03

d) 655,389
h) 616,055

4) a) 1,5
e) 1270
i) 0,605
m) 3,6

b) 10,5
f) 0,75
j) 0,302

c) 0,14
g) 0,16
k) 10,04

d) 3
h) 0,37
l) 20,5

5) a) 10^8
e) 10

b) 10^{-9}
f) 10^{-5}

c) $9,2 \cdot 10^{17}$
g) $1,9 \cdot 10^5$

d) 10^6
h) $9 \cdot 10^{10}$

6) a) $x = -8$
e) $x = -21/2$
i) $x = -21$

b) $a = 2$
f) $x = 3$
j) $x = -43/7$

c) $x = -11/4$
g) $x = 6$

7) a) $x = -2, 3$
e) $x = 0, 2$
i) $x = 0, -38$

b) não possui raiz real
f) $x = \pm 4$
j) $x = \pm \sqrt{\frac{2}{5}}$

c) $x = \pm(1/2)$
g) $x = -7$
k) $x = \pm(4/5)$

d) $x = 4$
h) $x = -10$
d) $x = 0, 7$
h) $x = -7/3, 2$

8) R\$3,20
12) 500 pães, 18,75Kg
16) 81cm

9) R\$45,20
13) 45 Kg

10) 17,5
14) 500 watts / h

11) 850 l, 125 ton
15) 3h 20min