Guía 8

Circunferencia y Parábola

1. Determine la ecuación de la circunferencia,
   a) de centro el punto (3,-2) y radio 5.
   b) de centro el punto (0,5) y radio 5.
   c) de centro el punto (0, 0) y radio 4.
   d) de centro el punto (-6, 0) y radio 2.

2. Encuentre el centro y radio de las circunferencias :
   a. $x^2 + y^2 - 7 = 0$.
   b. $x^2 + y^2 - 4x + 6y + 12 = 0$.
   c. $2x^2 + 2y^2 - 3x + 4y = 1$.

3. Determine la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une los puntos : A (–3, 5) y B (7, 3).

4. Hallar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto (1,3)

5. Hallar el centro de la circunferencia que pasa por los puntos
   a. (1,-3); (-3,-7) y (-1,-1)
   b. (4, –1), (0, –7) y (-2,-3)

6. Determinar si las siguientes ecuaciones representan una circunferencia o no; si lo son determine su centro y radio.
   a. $2x^2 + 3y^2 - 6x + 10y + 7 = 0$
   b. $4x^2 - 4y^2 + 28x - 8y + 53 = 0$
   c. $16x^2 + 16y^2 - 64x + 8y + 177 = 0$

7. Dada la ecuación de la circunferencia $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 36$. Demostrar que el punto (2, 5) es interior a la circunferencia y el punto (-4, 1) es exterior.

8. Determine la ecuación de la circunferencia cuyo diámetro es el segmento que une los puntos : A (–3, 5) y B (7, –3).

9. Una cuerda de la circunferencia $x^2+y^2=25$ está sobre la recta cuya ecuación es $x-7y+25=0$. Encuentre la longitud de la cuerda.

10. El centro de una circunferencia que pasa por $(1, -2)$ y $(-2, 2)$ está situado sobre la recta de ecuación $8x - 4y + 9 = 0$. ¿Cuál es su ecuación?

11. Determinar la ecuación de una circunferencia que pasa por el punto P(1,0), sabiendo que es concéntrica a la representada por la ecuación: $x^2+y^2-2x-8y+13=0$

12. Probar que el punto P(4,2) pertenece a la circunferencia $x^2+y^2-2x+4y=20$ y obtener la ecuación de la tangente a la circunferencia en ese punto.

13. Una circunferencia es tangente al eje de las x, pasa por el punto A(1,1) y tiene su centro sobre la recta $y = x - 1$. Obtener la ecuación de la circunferencia.

14. Determine las coordenadas del foco, longitud del lado recto y la ecuación de la directriz de las siguientes parábolas :

    a. $x^2 = 8y$

    b. $3y^2 = -4x$

    c. $x^2 = -2y$

15. Halle la ecuación de las parábolas conforme los datos que se indican:

    a. Foco F(0, 3), Directriz : $y + 3 = 0$.
    b. Foco F(0, 6), Directriz el eje X.
    c. Vértice V(3, −2), Foco F(3, 1).
    d. Vértice V(3, −1), Foco F(3, −4).

16. Grafique las siguientes parábolas e indique Las coordenadas del vértice, Las coordenadas del foco, La longitud del lado recto, La ecuación de la directriz.

    a) $4y^2-48x-20y=71$

    b) $x^2-4x+6y-8=0$.

    c) $3x^2-9x-5y-2=0$.

    d) $9x^2+24x+72y+16=0$.

17. Se arroja directamente hacia arriba desde el nivel del suelo una pelota con una velocidad inicial de $v_0 = 32 \, {}^{m}\!/_{seg}$. La altura viene dada por: $s = 32t - 16t^2$ con s medido en metros y t en segundos.

    a. Determinar la máxima altura que alcanza la pelota.
    b. Indicar en qué instante la pelota toca el suelo.

18. Hallar la ecuación de la parábola cuyo vértice está sobre la recta de ecuación: $2y - 3x = 0$, que su eje sea paralelo al eje de coordenadas x y que pase por los puntos (3, 5) y (3, -1).

19. Demuestre que el vértice es el punto de la parábola que está más cerca del foco.

20. En la fábrica de baldosas "Baldosix", la producción de ellas (P) se describe funcionalmente mediante $P(t) = -10t^2 + 8000t$, donde t indica la cantidad de días. Determine:

    c. Al cabo de cuántos días la producción es máxima y cuál es la cantidad de baldosas producidas.
    d. Grafique $P(t)$.
    e. Determine el conjunto de valores de t que hacen válida la situación planteada.

21. Considere las funciones $I(a) = 7a^2 + 29a + 4$ y $C(a) = 11a^2 - 11a + 4$ de ingreso y costo diario en dólares para cierto producto fabricado y vendido por una empresa.

    f. Haga un gráfico en un mismo plano de ambas curvas destacando cortes con los ejes coordenados e intersección con loe ejes.
    g. Sabiendo que Utilidad = Ingreso – Costo. Determine la función de utilidad en a = 6.
    Determine el máximo de utilidad que puede tener en el día.