

## Guía 4

### Inecuaciones

1. Ordene, según la relación “>” los siguientes números

$$\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \sqrt[4]{\sqrt[3]{12}}, \pi, \frac{2}{3}, 2^{1/4}, \frac{5}{8}, \frac{13}{21}, e, \log(30), -(1-\sqrt[5]{-3}), 10^{-25}, \sqrt{\sqrt{11}}$$

2. Resuelva las siguientes inecuaciones de 1<sup>er</sup> grado

2.1.  $\frac{2x-3}{4} + 6 > 2 + \frac{4x}{3}$ , Resp:  $]-\infty, \frac{39}{10}[$

2.2.  $(x+5)(x+3) + (x+1)(3x+2) \leq (2x+9)^2$

2.3.  $(x+2)(x-4) < (x-4)(x+6)$  Resp  $]4, \infty[$

2.4.  $\frac{3}{2}\left(1-\frac{x}{3}\right) + \frac{2x}{3} + \frac{1}{6} \geq 3 - \frac{2}{3}\left(x-\frac{1}{2}\right)$  Resp.  $[2, \infty[$

2.5.  $\frac{2x}{3} - \frac{3}{2}\left(\frac{5x}{2} - 4\right) - \frac{1}{3} > \frac{2}{3}\left(\frac{5}{2} - 6x\right) - \frac{3x}{2}$  Resp.  $]-\frac{12}{11}, \infty[$

2.6.  $-12 < \frac{3}{4}(2-x) \leq 24$ , Resp:  $[-30, 18[$

2.7.  $x - \frac{x-2}{3} \leq \frac{1}{2} + x$ , Resp:  $]-\infty; \frac{1}{2}[$

2.8.  $x - \frac{x+2}{12} \leq \frac{5x}{2}$ , Resp:  $\left[-\frac{2}{9}, \infty\right[$

2.9.  $x - (5x-1) - \frac{7-5x}{10} \geq 1$ , Resp:  $]-\infty, \frac{-1}{5}[$

3. Determinar el valor de la constante en cada caso

3.1. Encontrar el valor de la constante k para que  $kx^2 - k(k-1)x + 2k < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

3.2. Encontrar el valor de la constante k para que  $4x^2 + (k+1)x + 2 - k = 0$  tenga como raíz al número 3

4. Resuelva las siguientes inecuaciones de 2<sup>do</sup> grado

- 4.1.  $x^2 - 5x + 6 \geq 0$ , Resp.:  $]-\infty, 2] \cup [3, \infty[$
- 4.2.  $3x^2 - 2x - 1 \leq x^2 + 3x + 2$  Resp.  $\left[-\frac{1}{2}, 3\right]$
- 4.3.  $(x - 2)^3 < (x - 2)^2$  Resp.  $]\infty, 3[ - \{2\}$
- 4.4.  $x^2 - 5x + 4 < 0$  Resp:  $]1, 4[$
- 4.5.  $x^2 - 1 > 0$ , Resp:  $]-\infty, -1[ \cup ]1, \infty[$
- 4.6.  $x^2 + 4x + 4 > 0$ , Resp:  $\mathbb{R} - \{-2\}$
- 4.7.  $x^2 - 5x + 9 > 0$ , Resp:  $\mathbb{R}$
- 4.8.  $x^2 - 6x + 9 \leq 0$ , Resp:  $\{3\}$
- 4.9.  $(x - 1)^2 + (x - 2)^2 > (x - 9)^2$ , Resp:  $]-\infty, -6 - 4\sqrt{7}[ \cup ]-6 + 4\sqrt{7}, \infty[$
- 4.10.  $(x - 2)(x + 2) < 8$ , Resp:  $]-2\sqrt{3}, 2\sqrt{3}[$
- 4.11.  $\begin{cases} x^2 - 3x + 2 > 0 \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases}$  Resp:  $]2, 4[$
- 4.12.  $\frac{x}{1-2x} + \frac{2x-3}{x-1} \geq 0$  Resp:  $]-\infty, \frac{1}{2}[ \cup \left[\frac{7-\sqrt{13}}{6}, 1\right[ \cup \left[\frac{7+\sqrt{13}}{6}, \infty\right[$
- 4.13.  $2x^2 + 3x - 2 \geq 0$
- 4.14.  $\frac{x-2}{x-4} \leq \frac{x+1}{x+2}$  Resp.  $]\infty, -2[ \cup ]0, 4[$
- 4.15.  $\frac{1-x}{2+x} - \frac{1+x}{2-x} \geq \frac{3x}{x^2-4}$  Resp.  $]-2, 0] \cup ]2, \infty[$
- 4.16.  $-3x^2 - x - 5 \geq 0$
- 4.17.  $-5x^2 - 3x - 4 \leq 0$
- 4.18.  $10x^2 + 9x + 2 < 0$

$$4.19. \quad \frac{34}{x-4} \leq \frac{2}{x-1} - 5$$

$$4.20. \quad 2x^2 + x + 9 > 0$$

$$4.21. \quad x^2 + x + 1 < 0$$

$$4.22. \quad x^2 + 2x \geq \frac{7}{1-x} - 7$$

$$4.23. \quad \frac{x+4}{x^2+3x+2} \geq \frac{2}{1-x}$$

$$4.24. \quad \frac{13-5x}{x^2+x+1} \leq \frac{2}{x-2}$$

5. Resuelva las siguientes inecuaciones irracionales

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 5.1. $\sqrt{x+2} > 3,$            | Resp: $]7, \infty[$                                     |
| 5.2. $\sqrt{x+5} \geq x+3$        | Resp: $[-5, -1]$  |
| 5.3. $\sqrt{x^2-6x-7} > x-1$      | Resp: $]\infty, -1]$                                    |
| 5.4. $\sqrt{3x+7} \leq x+3$       | Resp: $\left[-\frac{7}{3}, -2\right] \cup [-1, \infty[$ |
| 5.5. $\sqrt{2-x} > 3,$            | Resp: $]-\infty, -7[$                                   |
| 5.6. $1 + \sqrt{x-1} > 0,$        | Resp: $[1, \infty[$                                     |
| 5.7. $x - \sqrt{1-x^2} > 1,$      | Resp: $\emptyset$                                       |
| 5.8. $\sqrt{x^2-x} > 1-x,$        | Resp: $]1, \infty[$                                     |
| 5.9. $\sqrt{x^2+x+1} > x-2,$      | Resp: $\mathbb{R}$                                      |
| 5.10. $\sqrt{x-1} + x > 0,$       | Resp: $[1, \infty[$                                     |
| 5.11. $8x-3 > \sqrt{x^2-15x+54},$ | Resp: $\left]\frac{11+\sqrt{1381}}{42}, \infty\right[$  |

6. Determine el conjunto solución del los siguientes sistemas

$$6.1. \quad \left. \begin{array}{l} x^2 + 7x + 1 \leq x^2 + 9x \\ 10x - 2 \geq x + 7 \end{array} \right\}$$

$$6.2. \quad \left. \begin{array}{l} \sqrt{4x^2-8} \leq \frac{1}{2} - x \\ \sqrt{1-3x} \geq 9 \end{array} \right\}$$

7. Resuelva las siguientes inecuaciones

7.1.  $\sqrt{x-2} > \sqrt{x+4}$ , Resp:  $\phi$

7.2.  $\sqrt{x-2} < \sqrt{x+4}$ , Resp:  $]2, \infty[$

7.3.  $x+2 \leq \sqrt[3]{x^3 + 5x^2 + 20x - 7}$ , Resp:  $[3,5]$

7.4.  $\frac{1}{\sqrt{x+1}} < 2$ , Resp:  $]-\frac{3}{4}, \infty[$

7.5.  $\sqrt{x-1} \leq \sqrt{2x-3}$ ; Resp:  $[2, \infty[$

7.6.  $\sqrt{x-2} - \sqrt{x-6} < 8$ ; Resp:  $[6, \infty[$

7.7.  $\sqrt{3x-8} - \sqrt{5x+3} > \sqrt{x+6}$ ; Resp  $\phi$

7.8.  $\sqrt{x-2} + \sqrt{2-x} < 1$  Resp:  $\{2\}$

7.9.  $\frac{(x+3)^{25}(x-2)^{14}}{(x+18)^{13}} < 0$  Resp:  $] -18, -3[$

7.10.  $\frac{(x+1)^5}{(x^2+x+1)^7} < 0$  Resp:  $] -\infty, -1[$

7.11.  $\frac{x^3 - 26x^2 + 25x}{(x^2+x+1)(2x-2)} > x$  Resp:  $] -\infty, 0]$

7.12.  $\frac{\sqrt{x-2}(x^2+3x+4)}{(x^2+x+1)(x-3)} \geq 0$  Resp:  $]3, \infty[$

7.13.  $\frac{\sqrt{x+6}}{\sqrt{x+1}} < 0$ ; Resp  $\phi$

7.14.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}} \geq x$ ; Resp:  $]4, 2+\sqrt{5}]$

7.15.  $\frac{\sqrt[4]{x^2-x-2}(x^4-x^2-30)}{\sqrt[3]{2x+3}} \leq 0$ ; Resp:  $] -\infty, -\sqrt{6}] \cup ]-\frac{3}{2}, -1] \cup [2, \sqrt{6}]$

$$7.16. \quad \frac{\sqrt{x^2 - x - 30} \left( 4x^4 - 12x^2 + 9 \right)}{\left( x^2 - 6x + 13 \right) \sqrt{2x + 3}} \leq 0, \text{ Resp: } ]-\infty, -5]$$

$$7.17. \quad \frac{\left( 2x - x^2 - 3 \right) \sqrt{2x + 6}}{\left( x + 30 \right) \left( x^3 + 5x^2 + 6x \right)} < 0, \text{ Resp: } ]-3, -2[ \cup ]0, \infty[$$