

Guía 2

Cuantificadores - Conjunto

- Dadas las funciones proposicionales; $p(x) : x$ es par; $q(x) : x$ es múltiplo de 5; $r(x) : x \geq 10$ Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones
 - $(\forall x \in \mathbb{N})(p(x) \vee r(x))$
 - $(\forall x \in \mathbb{N})(\overline{p(x)} \wedge q(x))$
 - $(\exists w \in \mathbb{N})(r(w) \Rightarrow q(w))$
 - $(\forall w \in \mathbb{N})(\exists w \in \mathbb{N})(p(w) \Rightarrow (q(w) \vee r(w)))$
- Dadas las funciones proposicionales $p(x, y) : x - 3y \leq 1 \wedge q(x, y) : 2x + 3y < 2$ Determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones, donde $A = \{2, 1, -1, 23\} \wedge B = \left\{-4, \frac{-1}{2}, 1\right\}$
 - $(\exists x \in A)(\forall y \in B)[p(x, y) \Rightarrow q(x, y)]$
 - $(\forall x \in B)(\forall y \in A)[\overline{p(x, y)} \vee q(x, y)]$
 - $(\exists x \in A)(\exists y \in B)[p(x, y) \Leftrightarrow \overline{q(x, y)}]$
 - $(\forall x \in A)(\exists y \in B)[p(x, y) \wedge q(x, y)]$
- Negar las siguientes afirmaciones:
 - $\forall x \exists y (x + y = 1 \Rightarrow x = -y)$
 - $\forall x \forall y \{(x + y \text{ es par}) \Rightarrow (x \text{ es par} \wedge y \text{ es par})\}$
 - $\exists x \forall y (x < y \wedge x^2 \geq y)$
 - $\forall x \forall y \exists z (x < y \Rightarrow x + z = y)$
- Determine el valor de verdad, luego niegue la siguiente proposición
 $\exists n \in \mathbb{N} : (n \leq 1 \Rightarrow n^2 + 1 \geq 4n)$
- Demuestre las siguientes propiedades del complemento y la diferencia:
 - $A \subseteq B \Leftrightarrow B^c \subseteq A^c$
 - $(A^c)^c = A$
 - $(A \subseteq B \wedge B \subseteq C) \Rightarrow A \subseteq C$
- Sabiendo que $(M \subset N) \wedge (N \subset R)$ determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones
 - $(M \cap R) \cup N = M$ falso

6.2. $(N \cap R^c) \cup M = M$ verdadero

6.3. $(M^c \cap N^c) \cap R^c = M^c$ falso

7. Considere el siguiente diagrama y determine:

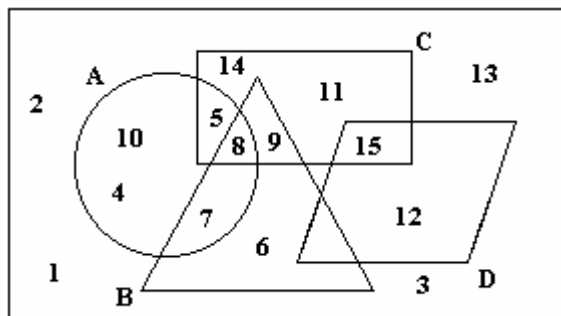
7.1. $B \cap A$

7.2. $D \cap B$

7.3. $B \cap C \cap A$

7.4. $(A \cup B \cup C \cup D)^c$

7.5. $C - (A \cup D)$



8. Demostrar que: $A, B, C \subseteq U$

8.1. $(A \cup B) \cup (A^c \cap B^c) = U$

8.2. $(A \cup B) \cap (A \cup B^c) = A$

8.3. $(A - B) - C = (A - C) - B$

8.4. $A - (B - C) = A \cap (B^c \cup C)$

8.5. $[(A - B) \cup (A \cap B)]^c = A^c$

8.6. $[A \cap (B^c \cup C)^c]^c \cup [(A \cap B^c) \cup (A \cap C)] \cup (A \cap C^c) = U$

8.7. $C \cup [A - (B \cap C)] - [(B \cap C) - A] = A \cup C$

8.8. Si $B - A = \emptyset$ entonces $[(A - C)^c - (B \cup C)^c] \cap [A \cup (C - B)] = C$

8.9. $(A \cap B) - (A \cap C) = (A \cap B) - (A \cup C)$

9. Demostrar que:

9.1. $A \subseteq B \Rightarrow \{A \cup (B - A)\} = B$

9.2. $(A - B) \cup (A \cap B) = A$

10. Demostrar que:

10.1. $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$

10.2. $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$

10.3. $A = B \Leftrightarrow A \Delta B = \emptyset$

10.4. $(A \cap B = \emptyset) \Rightarrow (A \Delta B = A \cup B)$

11. Demostrar que si

$$A \cap X = A \cap Y$$

$$A \cup X = A \cup Y$$

Entonces $X = Y$

12. Si de un conjunto se pueden obtener 16 subconjuntos, entonces ¿Por cuántos elementos está formado el conjunto?

13. Dado el conjunto $A = \{ t, a, d \}$, represente al conjunto potencia de A

14. El señor Castro en su tienda tiene una paloma, un gato y un conejo. ¿Cuáles son los diferentes resultados de ventas que puede lograr el señor Castro en estas condiciones?

15. Se sabe que de un grupo de 20 personas, 10 estudian música, 7 estudian fotografía, 4 estudian pintura y fotografía, 3 estudian música y pintura, 2 estudian fotografía y música y 1 estudia música, pintura y fotografía.

15.1. ¿Cuántos estudian solo fotografía?

15.2. ¿Cuántos estudian solo pintura?

16. Sea $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ escribir en símbolos y averiguar el valor de verdad de;

16.1. Hay un elemento que es mayor que los restantes.

16.2. Existe un único elemento cuyo cuadrado es 4

16.3. Para cada elemento existe otro que es menor o igual que él

16.4. Existe un elemento cuyo cuadrado es igual a si mismo.

17. Simplifique $B \cap \left[(B^c \cup A)^c \cup (A \cup B)^c \right]$

18. En un total de 250 personas encuestadas sobre su desayuno se obtuvieron las siguientes respuestas, 30 personas tomaban té con leche, 40 personas tomaban café con leche, 80 personas tomaban leche, 130 personas tomaban té o leche y 150 tomaban café o leche

18.1. ¿Cuántas personas tomaban té puro?

18.2. ¿Cuántas personas tomaban leche pura?

18.3. ¿Cuántas personas tomaban café puro?

18.4. ¿Cuántas personas no tomaba ninguna de estas tres cosas al desayuno?

19. En un curso compuesto por 22 alumnos; 11 estudian inglés y 11 francés, 6 estudian alemán e inglés; 3 estudian inglés y francés; 5 estudian alemán y francés y 2 estudian los tres idiomas. ¿Cuántos alumnos estudian sólo inglés?

20. Al investigar un grupo de 480 estudiantes sobre sus intereses de estudios superiores se obtuvo la siguiente información :

Todos los que querían estudiar Ingeniería Civil, también querían estudiar Ingeniería de Ejecución Ninguno quería estudiar Ingeniería Civil y Educación Parvularia

10 alumnos preferían estudiar otras carreras

60 querían estudiar Educación Parvularia e Ingeniería de Ejecución

440 quieren estudiar Ingeniería de Ejecución

180 quieren estudiar Ingeniería Civil

20.1 ¿Cuántos alumnos desean estudiar solamente Educación de Párvulos?

20.2 ¿Qué porcentaje se interesa por estudiar 2 de las carreras mencionadas?

21. Expresé mediante operatoria de conjuntos los siguientes diagramas de Venn.

