

Guía 10

Funciones: Dominio, Recorrido, Biyectividad, Compuesta, ...

1. Determine el dominio y el recorrido de cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{3x-2}{x+3}$ (b) $f(x) = \sqrt{\frac{2-x}{3x+1}}$

c) $f(x) = \frac{4-x^2}{x+3}$ (c) $f(x) = \frac{2x}{x+1} - 3x$

2. Sea $F : [1,4] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \frac{4x-1}{2x+3}$ determine el recorrido

3. Sea $f(x) : A \rightarrow [2,4]$ tal que $f(x) = 2x + \frac{1}{x}$ determine A de modo que f sea una función

4. Sea $F(x) = x^2 - 4x + 1$ determine en cada caso:

a) Los interceptos con los ejes coordenados (si es que existen)

b) $\frac{F(x+h) - F(h)}{h}$

c) $F(x^2) - 2$

d) $F(x^2 - 2)$

e) $(F(x))^2 - 2$

5. Represente gráficamente las siguientes funciones :

a) $f(x) = 3x - 2$

b) $f(x) = 2x^2 - x + 5$

c) $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$

d) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-3}{x+1}}$

e) $f(x) = \sqrt{4-x^2}$

f) $f(x) = |3x+2|$

g) $f(x) = \begin{cases} 2x-3 & \text{si } x < 2 \\ x^2-1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

h) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ x^2-2 & \text{si } 1 \leq x \leq 4 \\ \frac{1}{x} & \text{si } 5 \leq x < 8 \end{cases}$

6. Determine si las siguientes funciones son inyectivas.

a) $f(x) = \frac{3x-2}{x^2-1}$

b) $f(x) = \frac{3x}{x+2} + \frac{2}{x}$

c) $f(x) = \sqrt{1-2x^2}$

d) $f(x) = -\sqrt{x^2 - 3}$

e) $f(x) = \sqrt{\frac{2x-4}{1-x}}$

f) $f(x) = |2x-1|$

7. Si $F : [1,2] \rightarrow \mathbb{R}$ determine el recorrido máximo para que la función $f(x) = \frac{2x+1}{x}$ sea epiyectiva (o sobre).

8. En cada caso determine f^{-1} haciendo las restricciones cuando corresponda

a) $f(x) = \frac{2-x}{x+3}$

b) $f(x) = \sqrt{2x^2 - 5}$

c) $f(x) = x(2-x)$

d) $f(x) = \frac{2x+3}{x} - \frac{1}{x^2}$

9. Defina $(g \circ f)(x)$ haciendo las restricciones correspondientes si es necesario:

a) $f(x) = 4x-1$, $g(x) = 2-x$

b) $f(x) = \frac{2x+1}{x}$, $g(x) = 4x+2$

c) $f(x) = 1 + \frac{3}{x-2}$, $g(x) = \sqrt{4+x}$

d) $f(x) = 4x+2$, $g(x) = x^2+1$

10. Se desea construir una caja sin tapa con base rectangular a partir de una hoja rectangular de 10 cm de ancho por 20 de largo, recortando un cuadrado en cada esquina y doblando los lados hacia arriba. Determine una fórmula para calcular el volumen como una función de x , donde x es la longitud del lado del cuadrado.

11. Se va a construir una ventana cuadrada coronada de un triángulo equilátero. Determine una fórmula para determinar el área de la ventana.