

# Guía 1

## Lógica

1. Sea  $p, q, r$  proposiciones, tales que:  $p$  es V,  $q$  es F y  $r$  una proposición cualesquiera. Determine el valor de verdad de:

1.1.  $(p \Rightarrow q) \wedge (p \vee q)$                       Solución: F

1.2.  $(\bar{p} \vee q) \Rightarrow (p \wedge r)$                       Solución: V

1.3.  $(r \vee \bar{q}) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$                       Solución: V

1.4.  $(p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \vee r)$                       Solución: V

2. Determine si las siguientes proposiciones son tautología, contradicción o contingencia.

2.1.  $(p \wedge q) \Rightarrow (p \vee \bar{q})$                       Tautología

2.2.  $p \Rightarrow (p \wedge q)$                       Contingencia

2.3.  $[p \Rightarrow (\bar{q} \vee r)] \wedge [q \vee (p \Leftrightarrow \bar{r})]$                       Contingencia

2.4.  $[p \wedge (q \vee r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \vee r]$                       Contradicción

2.5.  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)] \Leftrightarrow (p \vee \bar{q})$

2.6.  $[(m \Rightarrow n) \wedge (n \Rightarrow p)] \Rightarrow (m \Rightarrow p)$

3. Se define el conectivo lógico  $*$  como:  $p*q$  es falso si ambas proposiciones son verdaderas, caso contrario  $p*q$  es verdadero. Determine si la siguiente proposición es contradicción:

$[(p \Rightarrow q) \vee q] \Leftrightarrow [(p \wedge \bar{q}) * \bar{q}]$                       Solución: No

4. El conectivo lógico  $\downarrow$  es la *conjunción negativa*;  $p \downarrow q$  se lee “ni  $p$  ni  $q$ ”.

4.1. Construir la tabla de verdad para  $p \downarrow q$

4.2. Demuestre las siguientes igualdades

$$\bar{p} \equiv p \downarrow p$$

$$p \wedge q \equiv (p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q)$$

$$p \vee q \equiv (p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$$

5. Sean  $p, q, r, s$  proposiciones. Se sabe que “ $s$ ” es verdadera y que  $s \Rightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)]$  es verdadera. Probar que  $q \vee r$  es verdadera.

6. Sean  $p, q, r, s$  proposiciones. Pruebe sin usar tablas de verdad que

$$[(p \Rightarrow q) \wedge (\bar{s} \Rightarrow \bar{r})] \Rightarrow [\bar{p} \vee \bar{r} \vee (q \wedge s)]$$

7. Se define el conectivo  $(p \times q) \Leftrightarrow \bar{p} \vee \bar{q}$  Escriba usando sólo el conectivo  $\times$ , proposiciones equivalentes a las siguientes:

$$\begin{aligned} &\bar{p} \\ &p \vee q \\ &p \wedge q \end{aligned}$$

8. Determine el valor de verdad de las proposiciones  $p, q, r, s$  sabiendo que la proposición  $(s \Rightarrow (\bar{r} \vee r)) \Rightarrow ((\overline{(p \Rightarrow q)}) \wedge s \wedge \bar{r})$  es verdadera.

9. Sean  $p, q, r$  proposiciones. Pruebe, sin utilizar tablas de verdad, la siguiente proposición:

$$(p \Rightarrow r) \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$$

10. ¿Para que valores de  $p$  y  $q$  la siguiente proposición es falsa?

$$\bar{p} \Rightarrow (\overline{q \vee p}) \quad \text{Solución: } p=F, q=F$$

11. Determinar el valor de verdad de  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(r \Rightarrow p) \Rightarrow (s \Rightarrow p)]$  sabiendo que  $r$  es una proposición verdadera y  $s$  es falsa. Solución: Verdadera

12. Sean  $r, s, q$  proposiciones falsas y  $p$  verdadera, determine el valor de verdad de:

$$[q \vee (s \wedge r)] \wedge \overline{[(p \vee t) \wedge (\bar{s} \wedge t)]} \quad \text{Solución: Verdadero}$$

13. Sean  $p$  y  $q$  proposiciones, tal que  $p \Rightarrow q$  es una proposición falsa. Determine el valor de verdad de la proposición  $(p \vee q) \Leftrightarrow (q \wedge p)$  Solución: Falsa

14. Sean  $p, q, y r$  proposiciones. Demuestre con y sin tablas de verdad que las siguientes proposiciones son tautologías

14.1.  $p \Rightarrow (p \vee q)$

14.2.  $[(p \Leftrightarrow q) \wedge (q \Leftrightarrow r)] \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$

14.3.  $[p \wedge (p \Rightarrow q)] \Rightarrow q$

14.4.  $(p \Rightarrow \bar{q}) \wedge (r \Rightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow \bar{r})$

15. Simplifique las siguientes expresiones:

- 15.1.  $(p \vee q) \vee (\bar{p} \wedge q)$   
 15.2.  $[(\bar{p} \Rightarrow q) \vee (\bar{p} \vee q)] \wedge p$   
 15.3.  $[(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})] \Rightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$   
 15.4.  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow [p \Rightarrow (\bar{q} \wedge p)]$   
 15.5.  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow q] \vee [(p \vee \bar{q}) \Rightarrow p]$   
 15.6.  $(p \Rightarrow \bar{q}) \Rightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$   
 15.7.  $(p \wedge q) \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \wedge q)]'$   
 15.8.  $[(\bar{p} \vee \bar{q}) \wedge (\bar{p} \vee \bar{q})] \Rightarrow (\bar{p} \wedge \bar{q})$   
 15.9.  $[p \Rightarrow (q \Rightarrow r)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow r]$   
 15.10.  $[p \Rightarrow \{(q \Rightarrow r) \wedge q\}] \Rightarrow (p \Rightarrow q)$   
 15.11.  $[(p \Rightarrow q) \Rightarrow r] \Rightarrow [(r \Rightarrow p) \Rightarrow (s \Rightarrow p)]$   
 15.12.  $\{(p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow s)\} \vee \{(r \Rightarrow q) \wedge (r \Rightarrow s)\}$

16. Expresé  $(a \wedge b) \vee (r \vee t)$  utilizando sólo los conectivos " $\bar{\quad}$ " y " $\Rightarrow$ "

17. Si  $p \wedge q \wedge r \equiv F$ , demuestre que la proposición más simplificada de  $\{(\bar{p} \vee q) \wedge (\bar{q} \vee r)\} \Rightarrow (r \wedge \bar{p})$  es la proposición  $p \vee q \vee r$ .