Universidad de Valparaíso
Facultad de Ciencias
Ingeniería Ambiental

2da Prueba de Matemática I (pauta)

25 de Abril de 2004

Prof. Juan Carlos Morgado C

Observaciones

i. Se puede utilizar calculadora y formulario
ii. Tiempo 150 minutos
iii. <u>Justifique todas sus respuestas y sea ordenado</u>

1. Dados los puntos $A = (1,3)$ y $B = (2,5)$. Determine un punto $X = (x_1, x_2) \in IR^2$ de tal forma que los segmentos de recta $\overline{AX}, \overline{XB}, \overline{AB}$ formen un triángulo equilátero.

2. ¿Estarán sobre una recta los centros de todos los círculos tangentes a la recta $2x - 3y - 6 = 0$ en el punto (6,2)? Si es así, hallar la ecuación de dicha recta.

3. Verifique si la siguiente función es biyectiva, y en el caso de no serlo, hacer las restricciones necesarias para que lo sean. Además determine la función inversa

$$f : IR \to IR \qquad tal \quad que \qquad f(x) = \frac{2x}{x^2 + 10}$$

4. Un modelo para la expansión de epidemias supone que la velocidad a la cual se propaga una enfermedad es conjuntamente proporcional al número de personas que ya tienen la enfermedad y al número de gente no infectada aún. Matemáticamente el modelo está dado por la función

$$R(d) = k \cdot d \cdot (P - d)$$

Donde k es una constante de proporcionalidad mayor que cero que depende de la población, enfermedad, etc. *R (d)* es la velocidad de expansión (en casos por día), *P* es la población total y *d* es el número de personas que llevan la enfermedad.

   a. Si la población *P* es constante, determine la parte de la población que estará enferma para que la velocidad de expansión sea máxima y note que esto no depende de *R*
   b. Suponga que en una ciudad de 20.000 personas, 275 personas están enfermas el domingo y se reportan 57 nuevos casos el lunes. Calcule el valor de k.
   c. ¿Cuál será el total de casos que habrá al comenzar el domingo siguiente?

5. Puede demostrarse que si en cierto año se consume una cantidad de A_0 de petróleo, y existe una tasa de crecimiento anual de consumo *r*, entonces la cantidad A de petróleo consumido en los siguientes t años está dada por:

$$A = \frac{A_0}{r}\left(e^{rt} - 1\right)$$

   a. Despeje t

b. En 1990 se estimó que las reservas de petróleo disponibles en el mundo eran de 983.4 miles de millones de barriles de petróleo y que ese año se consumieron 21.3 miles de millones. Si existe una tasa anual de crecimiento del consumo del petróleo de 2.5%, estime el año que pronostica la fórmula anterior que se terminará la reserva de 1990.