



Sistemas de Inferencia Difusa



Diplomado en Computación Inteligente, UPB 2005

Jerónimo Castrillón Mazo
IEO UPB.
www.geocities.com/jeronimocm



Contenido

- **Introducción**
- Lógica Difusa (Formalmente)
- Sistemas de Inferencia Difusa
- Aplicación: Control Difuso
- Aplicación: Reconocimiento





Introducción

- Historia
- Lógica binaria vs. Lógica Difusa (Aproximación Intuitiva)
- Presentación general de un FIS

Feb-Jun 2005 FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

3

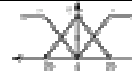


Introducción: Historia

- Aristóteles predecesores y seguidores (*Laws of Thought*).
- Parménides, 400 a.C.: Ley del Tercero Excluido: toda proposición puede ser o verdadera o falsa.
- Mucho más adelante: Leibniz (1680), George Boole (1850), Demorgan, Jevons, Sanders, Bertrand Russel y Alfred Whitehead (1872): “Principia Matemática”
- Heráclito: Las cosas pueden ser simultáneamente verdaderas y no verdaderas.
- Platón: fundaciones de la **lógica difusa** – *Hay una tercera región donde los opuestos se derrumban.*
- Filósofos modernos: Hegel, Marx y Engels.

Feb-Jun 2005 FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

4



Introducción: Historia (2)

Lukasiewicz (1878-1956).

- Lógica *tri-valente* con toda su matemática.
- Introdujo el valor “**Posible**” y representó estos valores con $[0,1,2]$.
- Luego trabajó con lógica 4 y 5-valente. Declaró – No hay nada para evitar la derivación de una lógica *infinito-valente*.
- Finalmente, Lukasiewicz, se casó con la lógica *tetra-valente* por ser la más adaptable a la lógica aristotélica.

Knuth: propuso *tri-valente* con $[-1,0,1]$ sin mucho éxito.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

5



Introducción: Historia (3)

Lotfi Zadeh,

- Considerado el creador de la teoría de lógica *infinito-valente*.
- Presentó la teoría de esta lógica en 1965 en su paper: *fuzzy sets*.

Luego:

- Algoritmos *Fuzzy*: 1968
- *Fuzzy decision making*: 1970
- *Fuzzy Control*: 1973

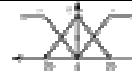
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

6



Introducción: Historia (4)



Algunos hechos importantes a través de la historia fueron:

- 1975: Primera demostración práctica, un controlador difuso para un motor de vapor (Prof. Mamdani, Universidad de Londres)
- 1978: Controlador difuso (Holmblad).
- 1980: control de horno para cemento (Smidth, Dinamarca)
- 1981: Primeras aplicaciones comerciales.
- 1987: Automatización de un tren subterráneo en Sendai-Japón (Hitachi).
- 1987-1990: 389 patentes en USA referidas a sistemas *fuzzy*.
- 1994: Japón vendió productos *fuzzy* por 35 mil millones de dólares.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

7



Introducción: Lógica binaria vs. Lógica Difusa



- En lógica binaria un enunciado solo puede ser verdadero o falso (1 o 0).
- En lógica difusa el valor de verdad es un número real, generalmente en el intervalo $[0,1]$.
- *Crisp set*: conjuntos formados en lógica binaria.
- *Fuzzy set*: conjuntos formados en lógica difusa (**más luego**).
- **Problema - The Real World Vagueness**

“The developement of fuzzy logic was motivated in large measure by the need for a conceptual framework which can address the issue of uncertainty and lexical imprecision”

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

8



Introducción: LB vs. LD (2)

Ejemplo – Estatura, proposición: “Juanito es alto”

Proposición con terminología de *sets*: “Juanito pertenece al conjunto de los altos”

- En LB, Juanito es alto o no lo es.
- Se debe entonces definir un *umbral*, p.e. 1.75m.
- En la vida cotidiana una persona de 1.70m podría ser considerada alta.
- Suponga que Juanito mide 1.70m
- LB con el umbral definido no concuerda con el sentido común.
- LD puede dar un grado de pertenencia, p.e. 0.7.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

9



Introducción: LB vs. LD (3)

- Función proposicional: es el resultado de dejar variable el sujeto de una proposición.
“*x* es alto”
- Dentro de un conjunto de referencia *U* (“*universe of discourse*”) esta proposición tomará diferentes valores de verdad.
- Sea $U = \{juanito(1.7), ana(1.6), pedro(1.9), petra(2.0)\}$
- De donde se obtiene la pertenencia al *set* de altos se puede representar por:

$$m_{LB} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.6 & 1.9 & 2.0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

10



Introducción: LB vs. LD (4)

- En LD se podrían definir las siguientes pertenencias:

$$m_{LD} = \begin{bmatrix} 1.7 & 1.6 & 1.9 & 2.0 \\ 0.7 & 0.2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- En términos generales, se podría tener un conjunto de referencia con infinitos elementos.
- Las pertenencias pueden ser representadas como funciones.
- Estas funciones se conocen como *funciones de membresía*.

Feb-Jun 2005

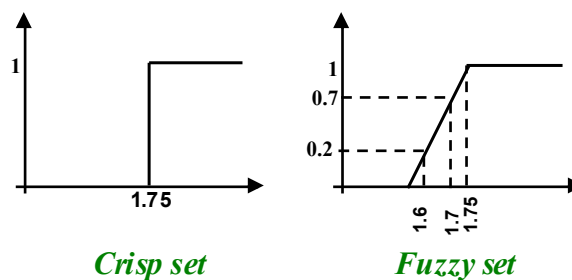
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

11



Introducción: LB vs. LD (5)

Gráficas para el ejemplo de estatura:



Crisp set

Fuzzy set

Feb-Jun 2005

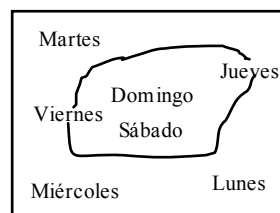
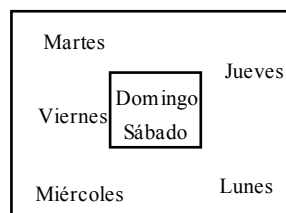
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

12



Introducción: LB vs. LD (6)

- Note que la lógica difusa se acerca más al razonamiento humano.
- La mayoría de nuestras apreciaciones son difusas: altura, peso, clima, velocidad, distancia, etc.
- *Crisp vs Fuzzy Sets*: días del fin de semana



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

13



Introducción: LB vs. LD (7)

Características de la LD (Lotfi Zadeh, 1992)

- *In fuzzy logic, exact reasoning is viewed as a limiting case of approximate reasoning.*
- *In fuzzy logic, everything is a matter of degree.*
- *In fuzzy logic, knowledge is interpreted a collection of elastic or, equivalently, fuzzy constraint on a collection of variables.*
- *Inference is viewed as a process of propagation of elastic constraints.*
- *Any logical system can be fuzzified.*

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

14



Introducción: FIS en General

- FIS: *Fuzzy Inference System*.

Compuesto por:

- Base de reglas: conjunto de reglas Si-Entonces.
- Mecanismo de Inferencia: para derivar conclusiones difusas.
- Fusificación: interfase que convierte señales reales en señales difusas.
- Defusificación: interfase que convierte señales difusas a señales reales.

Feb-Jun 2005

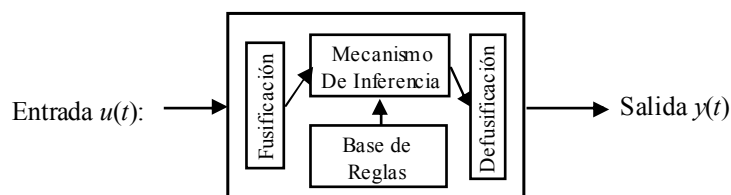
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

15



Introducción: FIS en General (2)

- Gráficamente:



- La entrada es procesada por el mecanismo de fusificación
- El mecanismo de inferencia, empleando la base de reglas, genera una salida difusa.
- Esta salida es defusificada por el módulo final.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

16



Introducción: FIS en General (3)

- Un sistema difuso implementa una función.

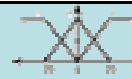


- Es también un aproximador de funciones.
- El mapeo depende de cómo se definan los bloques de fusificación y defusificación, el mecanismo de inferencia y la base de reglas.
- Como se verá más adelante, puede ser aprendido mediante descenso de gradiente, mínimos cuadrados, técnicas híbridas, aprendizaje no supervisado, optimización estocástica, etc.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

17



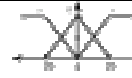
Contenido

- Introducción
- **Lógica Difusa**
- Sistemas de Inferencia Difusa
- Aplicación: Control Difuso
- Aplicación: Reconocimiento

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

18



Lógica Difusa

- Introducción
- *Universe of Discourse*
- Variables y Valores Lingüísticos
- Reglas Lingüísticas
- Funciones de Membresía
- *Fuzzy Sets*
- Conectores Lógicos

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

19



LD: Introducción

- Se presentará una descripción general de los elementos que componen la lógica difusa.
- La lógica binaria (booleana) se compone de:
 - Un conjunto de variables lógicas*.
 - Un conjunto de constantes lógicas o conectivos lógicos ($\sim, \rightarrow, \vee, \wedge, \dots$).
 - Un conjunto de valores lógicos $\{0, 1\}$.
 - Leyes de inferencia (MPP, MTP, MTT, SH, SD, Cont, Adj, Adic).
- La lógica difusa se compone de elementos similares.

* Los sujetos de las proposiciones en este conjunto de variables puede tomar un valor dentro de un conjunto de referencia

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

20



LD: Introducción (2)



- *A fuzzy system is a static nonlinear mapping between its inputs and outputs* – Kevin Passino
- n entradas, $u_i \in U_i$
- m salidas, $y_i \in Y_i$
- Son números reales definidos!... Lo difuso está por dentro.



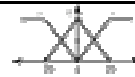
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

21



LD: Introducción (2)



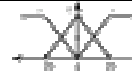
Para ilustrar los siguientes conceptos suponga:

- Un sistema de decisión
- Una sola entrada (inicialmente): u_1 , la temperatura
- Una sola salida: y_1 , ventilación
- Idea: controlar la ventilación de acuerdo a la temperatura de un lugar, e.g. cuánto debe ser y_1 ante una u_1 determinada.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

22



LD: *Universe of Discourse*

- Conjunto de referencia
- Para las entradas: U_i
- Para las salidas: Y_i
- Depende de la aplicación, p.e. si se mide el ángulo respecto a la vertical de un péndulo invertido

$$U_i = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$$

- Para el ejemplo podremos suponer:

$$U_1 = [10^\circ, 45^\circ] \quad Y_1 = [0, 1]$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

23



LD: Variables Lingüísticas

- Descripciones simbólicas de las variables.
- Es simplemente asignar nombres *humanamente reconocibles*.
- Sirven tanto para variables de entrada como de salida.
- Se utilizan para facilitar la obtención y comprensión de las reglas.
- \tilde{u}_i es utilizado para describir u_i
- \tilde{y}_i es utilizado para describir y_i
- Para el ejemplo:

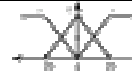
$\tilde{u}_1 = \text{"temperatura"}$

$\tilde{y}_1 = \text{"ventilacion"}$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

24



LD: Valores Lingüísticos

- Son valores simbólicos para cada variable lingüística.
- Sirven para describir ciertas características de las variables, también se conocen como *labels* o categorías.
- \tilde{A}_i^j es el j -ésimo *label* de \tilde{u}_i
- \tilde{B}_i^j es el j -ésimo *label* de \tilde{y}_i
- Para cada variable lingüística de entrada o de salida hay un conjunto de valores lingüísticos denotado por:

$$\tilde{A}_i = \{ \tilde{A}_i^j, j=1, \dots, N_i \}$$

$$\tilde{B}_i = \{ \tilde{B}_i^p, p=1, \dots, M_i \}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

25



LD: Valores Lingüísticos (2)

- La mayoría de las veces los *labels* se representan con números enteros para facilitar la representación.
- Suelen utilizarse tanto números positivos como negativos.

- Para el ejemplo:

$$\tilde{A}_1 = \{ \tilde{A}_1^j, j=1, \dots, 3 \} = \{ \text{"baja"}, \text{"media"}, \text{"alta"} \} = \{ 1, 2, 3 \}$$

$$\tilde{B}_1 = \{ \tilde{B}_1^p, p=1, \dots, 3 \} = \{ \text{"nada"}, \text{"media"}, \text{"alta"} \} = \{ 0, 1, 2 \}$$

- Otros nombres comunes: “grandneg”, “medneg”, “peqneg”, “cero”, “peqpos”, “medpos”, “grandpos”, etc...

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

26



LD: Valores Lingüísticos (3)

- El número de *labels* depende de la aplicación.
- Se debe procurar que sean suficientes y necesarios.
- Entre más *labels* más resolución tendrá el sistema pero será a la vez más complejo.
- Estos nombres hacen que la descripción del sistema pueda ser hecha por un “no ingeniero”

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

27



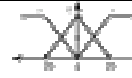
LD: Reglas Lingüísticas

- Son las que conformarán la Base de Reglas, parte fundamental de un FIS.
- Son de la forma: **SI** *premisa* **ENTONCES** *consecuente*.
- Las entradas se relacionan con la premisa y la salida con el consecuente.
- El esquema de una regla para un sistema MISO:
$$\text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j \text{ y } \tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^k \text{ y } \dots \text{ y } \tilde{u}_n \in \tilde{A}_n^l \text{ ENTONCES } \tilde{y}_q \in \tilde{B}_q^p$$
- Note que un MIMO se puede descomponer en m MISO.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

28



LD: Reglas Lingüísticas (2)

- La Base de Reglas tiene R reglas de este estilo.
- Por simplicidad se simboliza la regla como un arreglo de los índices a los *labels* que intervienen en cada regla:

SI $\tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j$ y $\tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^k$ y ... y $\tilde{u}_n \in \tilde{A}_n^l$ ENTONCES $\tilde{y} \in \tilde{B}^p$

$$\downarrow$$

$$[j, k, \dots, l, p]_i$$

- Nota: Más o menos la notación utilizada en MATLAB.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

29



LD: Reglas Lingüísticas (3)

Para el ejemplo se pueden generar reglas sencillas:

- 1- Si la temperatura es baja entonces no poner ventilación
- 2- Si la temperatura es media entonces poner un poco de ventilación
- 3- Si la temperatura es alta entonces pone mucha ventilación.

- Simbólicamente:

$$\begin{array}{l} \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^1 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^1 \\ \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^2 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^2 \\ \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^3 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^3 \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

30



LD: Reglas Lingüísticas (4)

- Suponga otra variable de entrada... **LA GRIPA**
 $\tilde{u}_2 = \text{"gripa"}$
- Suponga que la enfermedad se puede medir en una escala continua
 $U_2 = [0, 10]$
 donde 0 representa una persona sana y 10 una MUY enferma
- Con las siguientes categorías:
 $\tilde{A}_2 = \{\tilde{A}_2^j, j = 1, \dots, 4\} = \{\text{"cerro"}, \text{"incipiente"}, \text{"moderada"}, \text{"alta"}\}$
 $= \{1, 2, 3, 4\}$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
 UPB. jeronimocm@yahoo.com

31



LD: Reglas Lingüísticas (5)

- Ejemplo de algunas reglas:
- 1- Si la temperatura es baja y la persona esta aliviada entonces no poner ventilación
 - 2- Si la temperatura es media y la persona tiene una gripa moderada entonces no poner ventilación
 - 3- Si la temperatura es alta y posee gripa moderada entonces poner ventilación media.

$$\begin{array}{l}
 \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^1 \text{ y } \tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^1 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^1 \\
 \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^2 \text{ y } \tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^3 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^1 \\
 \text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^3 \text{ y } \tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^3 \text{ ENTONCES } \tilde{y}_1 \in \tilde{B}_1^2
 \end{array}
 \rightarrow
 \begin{bmatrix}
 1 & 1 & 1 \\
 2 & 3 & 1 \\
 3 & 4 & 2
 \end{bmatrix}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
 UPB. jeronimocm@yahoo.com

32



LD: Reglas Lingüísticas (5)

- No es necesario que en todas las reglas aparezcan todas las variables lingüísticas.
- Para simular esto matemáticamente se puede incluir un *label* cuya **función de membresía** sea uno en todo el dominio
- Note: si todas las variables se utilizan en todas las reglas y se tienen N_i valores lógicos para cada una de las n variables, el número de reglas de la Base de Reglas será:

$$R = \prod_{i=1}^n N_i$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

33



LD: Reglas Lingüísticas (6)

- En el ejemplo:

$$R = \prod_{i=1}^2 N_i = N_1 \cdot N_2 = 3 \cdot 4 = 12$$

$$BR = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 1 & 1 & 3 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}^T$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

34



LD: Funciones de Membresía



- Las funciones de membresía le asignan un valor de pertenencia a cada variable u_i a cada uno de los *labels* A_i^j .
- Son los elementos constituyentes del mecanismo de fusificación.
- Realizan un mapeo de U_i a $[0,1]$.
- Simbólicamente, para la entrada u_i descrita por \tilde{u}_i :

$$\mu_{\tilde{u}_i}(u_i) : U_i \rightarrow [0,1]$$

- Existen muchos tipos de funciones de membresía.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

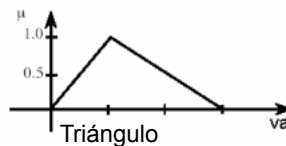
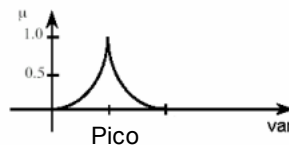
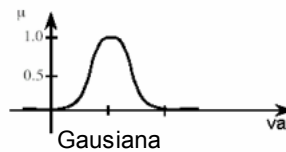
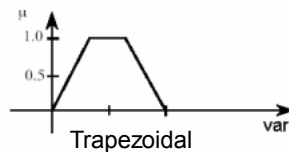
35



LD: Funciones de Membresía (2)




- Algunas funciones de membresía




Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com


36



LD: Funciones de Membresía (3)




- Las funciones de membresía se definen de manera que representen lo mejor posible la pertenencia que una persona le daría a las variables.
- Ejemplucho:*




Set difuso de mujeres lindas: Xxxxxx y Medellín respectivamente

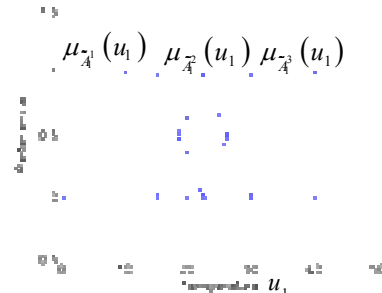
Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
37



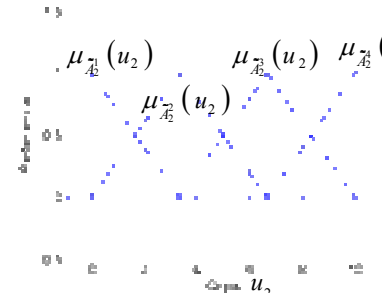
LD: Funciones de Membresía (4)



- Para el ejemplo:



temperature u_1



pressure u_2

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
38

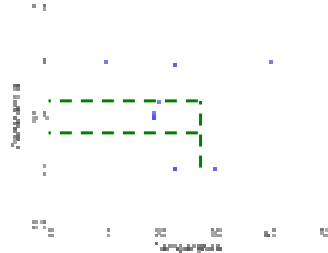


LD: Funciones de Membresía (5)



De estas gráficas se puede observar, p.e. que para $u_1 = 27^\circ$:

- Pertenencia al set “baja”: 0
- Pertenencia al set “media”: 0.4
- Pertenencia al set “alta”: 0.6



A continuación se presentan las fórmulas matemáticas de varias FM.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

39



LD: Funciones de Membresía (6)

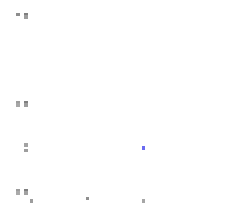


- Ecuaciones para la FM triangular simétrica con centro en c y ancho w :

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} 1 & u \leq c \\ \max\left(0, 1 + \frac{c-u}{0.5 \cdot w}\right) & u > c \end{cases}$$

$$\mu^{centro}(u) = \begin{cases} \max\left(0, 1 + \frac{u-c}{0.5 \cdot w}\right) & u \leq c \\ \max\left(0, 1 + \frac{c-u}{0.5 \cdot w}\right) & u > c \end{cases}$$

$$\mu^{der}(u) = \begin{cases} \max\left(0, 1 + \frac{u-c}{0.5 \cdot w}\right) & u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases}$$



Centros en: -1,0,1.
Ancho: 2

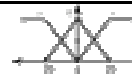
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

40



LD: Funciones de Membresía (7)

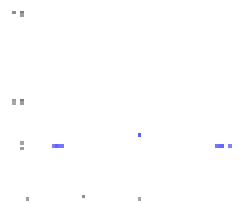


- Ecuaciones para la FM gaussiana con centro c y desviación σ .

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} 1 & u \leq c \\ \exp\left(\frac{-(u-c)^2}{2\sigma^2}\right) & u > c \end{cases}$$

$$\mu^{centro}(u) = \exp\left(\frac{-(u-c)^2}{2\sigma^2}\right)$$

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} \exp\left(\frac{-(u-c)^2}{2\sigma^2}\right) & u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases}$$



Centros en: -1.0, 1.
desviación: 0.5

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

41



LD: Funciones de Membresía (8)



- Ecuaciones para la FM laplaciana con centro c y constante τ .

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} 1 & u \leq c \\ \exp\left(\frac{c-u}{\tau}\right) & u > c \end{cases}$$

$$\mu^{centro}(u) = \exp\left(\frac{-|u-c|}{\tau}\right)$$

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} \exp\left(\frac{u-c}{\tau}\right) & u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases}$$





Centros en: -1.0, 1.
tao: 0.5

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

42

LD: Funciones de Membresía (9)

- Ecuaciones para la FM cosenoidal con centro c y ancho w :

$$\mu^{eq}(u) = \begin{cases} 1 & u < c \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{x-c}{0.5 \cdot w} \pi \right) \right) & c \leq u \leq c + 0.5 \cdot w \\ 0 & u > c + 0.5 \cdot w \end{cases}$$

..

..

..

$$\mu^{centro}(u) = \begin{cases} 0 & |u - c| > 0.5 \cdot w \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{x-c}{0.5 \cdot w} \pi \right) \right) & |u - c| \leq 0.5 \cdot w \end{cases}$$

:

..

..

$$\mu^{der}(u) = \begin{cases} 0 & u < c - 0.5 \cdot w \\ \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\frac{x-c}{0.5 \cdot w} \pi \right) \right) & c - 0.5 \cdot w \leq u \leq c \\ 1 & u > c \end{cases}$$



..

..

..

Centros en: -1,0,1.
ancho: 2

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
43

LD: Funciones de Membresía (10)

- Ecuaciones para la FM *singleton* (impulso) con centro c :

$$\mu(u) = \begin{cases} 1 & u = c \\ 0 & u \neq c \end{cases}$$

..

..

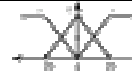
..

..

Centros en: -1,0,1

VER COD. MATLAB

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
44



LD: Funciones de Membresía (11)

Notas:

- Es común hacer que ante cualquier valor de entrada la membresía entre todas las funciones sume la unidad, pero no es obligación.
- Una FM de membresía no es una función de densidad de probabilidad!!... No tiene que seguir sus leyes y además no tienen nada de estocástico.
- **Importante:** las FM de la entrada se saturan en 1: y: las de salida se deben “saturar” en cero ...

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

45



LD: Fuzzy Sets

- Dada una variable lingüística \tilde{u}_i , asociada a una variable $u_i \in U_i$ con un valor lingüístico \tilde{A}_i^j y un grado de pertenencia a este *label* dado por la función de membresía: $\mu_{A_i^j}(u_i)$, el *set* difuso se define como:

$$A_i^j = \left\{ \left(u_i, \mu_{A_i^j}(u_i) \right), u_i \in U_i \right\}$$

- La representación más común de un *fuzzy set* es mediante la función de membresía, ya que su trazo se conforma con las parejas ordenadas del *set*.
- Los *fuzzy sets* son los elementos sobre los que trabaja la lógica difusa.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

46



LD: Fuzzy Sets (2)

- La base de reglas presentada anteriormente era de la forma:
SI $\tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j$ y $\tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^k$ y ... y $\tilde{u}_n \in \tilde{A}_n^l$ ENTONCES $\tilde{y}_q \in \tilde{B}_q^p$
- Ahora se puede escribir:
SI A_1^j y A_2^k y ... y A_n^l ENTONCES B_q^p
- Donde los *sets* difusos se asocian y cuantifican el valor de cada expresión lingüística:

$$A_1^j : \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j$$

$$A_2^k : \tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^k$$

$$\vdots$$

$$A_n^l : \tilde{u}_n \in \tilde{A}_n^l$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

47



LD: Fuzzy Sets (3)

A continuación se presentan algunos conceptos sobre *fuzzy sets*:

- Soporte de un set difuso (*support of a fuzzy set*): puntos en el universo de discurso donde la función de membresía posee un valor diferente de cero.

$$Supp(FS) = \{u_i \in U_i / \mu(u_i) \neq 0\}$$

- α -cut: el conjunto de valores del universo de discurso donde la función de membresía tiene un valor superior a α .


$$\alpha - cut(FS) = \{u_i \in U_i / \mu(u_i) > \alpha\}$$

- Altura (H): la altura de un *fuzzy set* es el valor pico que alcanza su función de membresía.


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

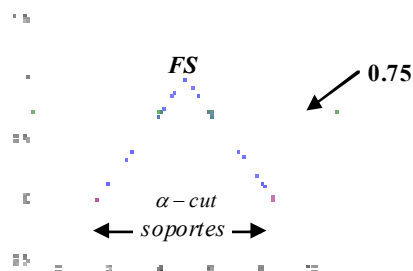
48



LD: Fuzzy Sets (4)



- Ejemplo




$Supp(FS) = (1.5, 8.5)$
 $0.75-cut(FS) = (4, 6)$
 $H(FS) = 1$


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

49



LD: Fuzzy Sets (5)



- Fuzzy Sets* Nomales: son aquellos que alcanzan al menos en un punto del universo de discurso el valor de 1.
- Fuzzy Sets* Convexos: un set es convexo si la función de membresía cumple con:

$$\mu(\lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2) \geq \min\{\mu(x_1), \mu(x_2)\},$$

$$\forall x_1, x_2 \in U, \lambda \in [0, 1]$$

Las funciones de membresía triangulares describen sets convexos.

Note que esta definición lo que dice es que para todos los puntos entre x_1 y x_2 la función nunca tomará un valor menor al menor entre las imágenes de x_1 y x_2 .

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

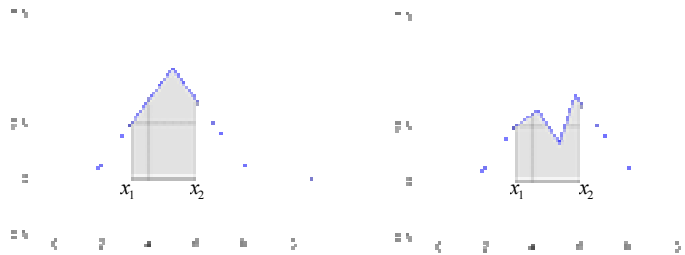
50



LD: Fuzzy Sets (6)

- Ejemplo sets convexos: observe,
$$x_3 = \lambda \cdot x_1 + (1 - \lambda) \cdot x_2 = x_2 + (x_1 - x_2) \cdot \lambda \Rightarrow x_1 \leq x_3 \leq x_2,$$

con $\lambda \in [0, 1]$ y $x_1 < x_2$



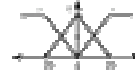
Set Convexo

Set no Convexo

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

51



LD: Fuzzy Sets (7)

- Extensión Principle: FALTA

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

52



LD: Fuzzy Sets (8)

- Subconjuntos difusos, *Fuzzy Subset*: dados dos *sets* difusos A_i^1 y A_i^2 asociados con el universo de discurso U_i con $N_i = 2$ y con las funciones de membresía μ_1 y μ_2 respectivamente. A_i^1 es un subconjunto difuso de A_i^2 y se denota por: $A_i^1 \subset A_i^2$ si:

$$\mu_{A_i^1}(u_i) \leq \mu_{A_i^2}(u_i), \forall u_i \in U_i$$

- En otras palabras un set difuso es subconjunto de otro si todo punto en este set pertenece al otro con mayor grado.
- Note que en lógica bivalente:

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x (x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Feb-Jun 2005

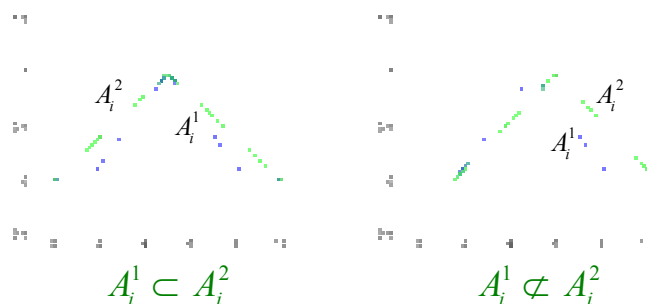
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

53



LD: Fuzzy Sets (9)

- Ejemplos:



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

54



LD: Conectores Lógicos

- Los conectores lógicos en LB comprenden: $\sim, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow, \dots$
- La proposición R: “esta haciendo calor y está muy húmedo”
 $\underbrace{\hspace{10em}}_p \quad \underbrace{\hspace{10em}}_q$
- Y todos sabemos que el valor de verdad de R depende de los valores de p y de q según:

p	q	R
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

Feb-Jun 2005

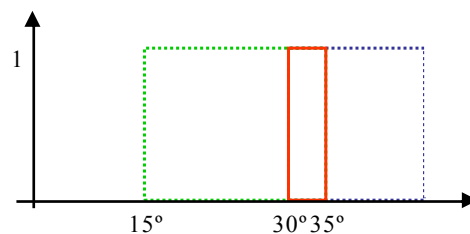
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

55



LD: Conectores Lógicos (2)

- Ahora trabajando con *sets* (*crisp sets*)...
- Temperatura alta: superior a 30°
- Temperatura media: entre 15° y 35°
- El *crisp set*: Temperatura alta y media sería:



Observe la relación que
existe entre la “and”
lógica y la intersección
de conjuntos

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

56



LD: Conectores Lógicos (3)

- ¿Cómo definirlos en LD?
- La primera idea y la más popular es: considere dos *sets* difusos A_i^1 y A_i^2 definidos en un conjunto referencia U_i .

- **Complemente (NOT) Difuso:**

$$\left(\mu_{A_i^1}\right)' = 1 - \mu_{A_i^1}, \forall u_i \in U_i$$

- **Intersección (AND) Difusa:**

$$\mu_{A_i^1} \cap \mu_{A_i^2} = \min\left(\mu_{A_i^1}(u_i), \mu_{A_i^2}(u_i)\right), \forall u_i \in U_i$$

- **Unión (OR) Difusa:**

$$\mu_{A_i^1} \cup \mu_{A_i^2} = \max\left(\mu_{A_i^1}(u_i), \mu_{A_i^2}(u_i)\right), \forall u_i \in U_i$$

Feb-Jun 2005

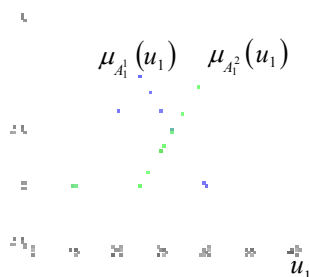
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

57



LD: Conectores Lógicos (4)

- Con estas definiciones y con los *sets* difusos definidos de la siguiente manera:



Si $T = 27^\circ$

$$\mu_{A_1^1}(27) = 0.4, \quad \mu_{A_1^2}(27) = 0.6$$

Intuitivamente, la proposición: “La temperatura esta alta y media” tendrá un valor de verdad de 0.4

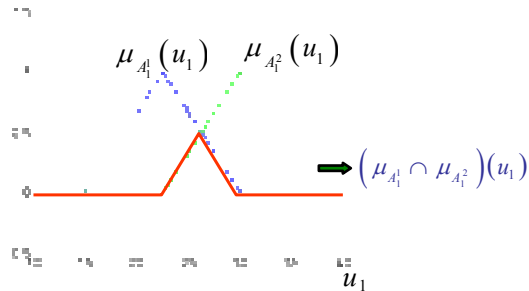
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

58

LD: Conectores Lógicos (5)

- El *set* difuso resultante será:



- A continuación se hace una presentación más formal y más general de estos operadores.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

59

LD – CL: *T-norm*

- T-norm* – *Triangular norm*: introducida por Schweizer y Sklar en 1963 para modelar distancias en espacios métricos probabilísticos.
- En *sets* difusos se usan para modelar el conectivo lógico AND.
- Formalmente una “norma triangular” es un mapeo o función escalar, así:

$$T : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Que cumple las propiedades descritas a continuación...

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

60



LD – CL: *T-norm* (2)

- Propiedades de una norma-*t*:

$$\text{Boundary: } T(0, 0) = 0, T(x, 1) = T(1, x) = x, \forall x \in [0, 1]$$

$$\text{Monotonic: } T(x, y) \leq T(x', y') \text{ si } x \leq x' \text{ y } y \leq y'$$

$$\text{Symmetric: } T(x, y) = T(y, x), \forall x, y \in [0, 1]$$

$$\text{Associativity: } T(x, T(y, z)) = T(T(x, y), z), \forall x, y, z \in [0, 1]$$

cualquier mapeo que satisfaga estas propiedades puede ser utilizado para modelar la AND lógica en la lógica difusa!!

- Generalmente se representa: $T(x, y) = x \text{ t } y = x * y$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

61



LD – CL: *T-norm* (3)

PRINCIPALES NORMAS-T:

- Norma del mínimo: (vista antes)

$$T_m(x, y) = \min\{x, y\}$$

- Norma del producto:

$$T_p(x, y) = x \cdot y$$

} Son las más utilizadas

- Norma de Lukasiewicz o *bounded difference*:

$$T_L(x, y) = \max\{x + y - 1, 0\}$$

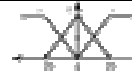
- Norma débil (*weak t-norm*) o *drastic intersection*:

$$T_w(x, y) = \begin{cases} \min\{x, y\} & \text{si } \max\{x, y\} = 1 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

62



LD – CL: *T*-norm (4)

- Norma de Hamacher:

$$T_{H_\gamma}(x, y) = \frac{x \cdot y}{\gamma + (1 - \gamma) \cdot (x + y - x \cdot y)}, \gamma \geq 0$$

- Norma de Dubois y Prade:

$$T_{D_\alpha}(x, y) = \frac{x \cdot y}{\max\{x, y, \alpha\}}, \alpha \geq 0$$

- Norma de Yager:

$$T_{Y_p}(x, y) = 1 - \min\left\{1, \sqrt[p]{(1-x)^p + (1-y)^p}\right\}, p \geq 0$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

63



LD – CL: *T*-norm (5)

- Norma de Frank:


$$T_{F_\lambda}(x, y) = \begin{cases} T_m(x, y) & \lambda = 0 \\ T_p(x, y) & \lambda = 1 \\ T_L(x, y) & \lambda = \infty \\ 1 - \log_\lambda \left[1 + \frac{(\lambda^x - 1)(\lambda^y - 1)}{\lambda - 1} \right] & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Verificar que se cumplen las propiedades!

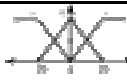
Feb-Jun 2005


FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

64




LD – CL: *T*-norm (6)







$$T_m(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1))$$



$$T_p(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1))$$




$$T_L(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1))$$

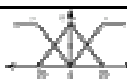



$$T_w(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1))$$

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
65




LD – CL: *T*-norm (7)






$$T_H(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1)),$$

$$\gamma = 0.1, 0.9$$



$$T_D(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1)),$$

$$\alpha = 0.1, 0.7, 0.95$$



$$T_Y(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1)),$$

$$p = 10, 4, 2$$

VER COD. MATLAB

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
66



LD – CL: *S*-norm

- *T-conorm* – *Triangular conorm* o *S-norm*: introducida también por Schweizer y Sklar en 1963.
- En *sets* difusos se usan para modelar el conectivo lógico OR.
- Es un mapeo o función escalar, así:

$$S : [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$$

Que cumple las propiedades descritas a continuación...

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

67



LD – CL: *S*-norm (2)

- Propiedades de una norma-*t*:

$$\text{Boundary} : S(1,1) = 1, S(x,0) = S(0,x) = x, \forall x \in [0,1]$$

$$\text{Monotonic} : S(x,y) \leq S(x',y') \text{ si } x \leq x' \text{ y } y \leq y'$$

$$\text{Symmetric} : S(x,y) = S(y,x), \forall x, y \in [0,1]$$

$$\text{Associativity} : S(x, S(y,z)) = S(S(x,y), z), \forall x, y, z \in [0,1]$$

cualquier mapeo que satisfaga estas propiedades puede ser utilizado para modelar la OR lógica en la lógica difusa!!

- Generalmente se representa: $S(x,y) = x \vee y = x \oplus y$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

68



LD – CL: *S*-norm (3)

PRINCIPALES NORMAS-S:

- Norma del máximo: (vista antes)
 $S_m(x, y) = \max\{x, y\}$
 - Probabilística o de la suma algebraica:
 $S_p(x, y) = x + y - x \cdot y$
 - Norma de Lukasiewics o *bounded sum*:
 $S_L(x, y) = \min\{x + y, 1\}$
 - Norma fuerte (*strong s-norm*) o *drastic union*:
$$S_s(x, y) = \begin{cases} \max\{x, y\} & \text{si } \min\{x, y\} = 0 \\ 1 & \text{de otra manera} \end{cases}$$
- Son las más utilizadas

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

69



LD – CL: *S*-norm (4)

- Norma de Hamacher:
$$S_{H_\gamma}(x, y) = \frac{x + y - (2 - \gamma)x \cdot y}{1 - (1 - \gamma) \cdot x \cdot y}, \gamma \geq 0$$

- Norma de Yager:

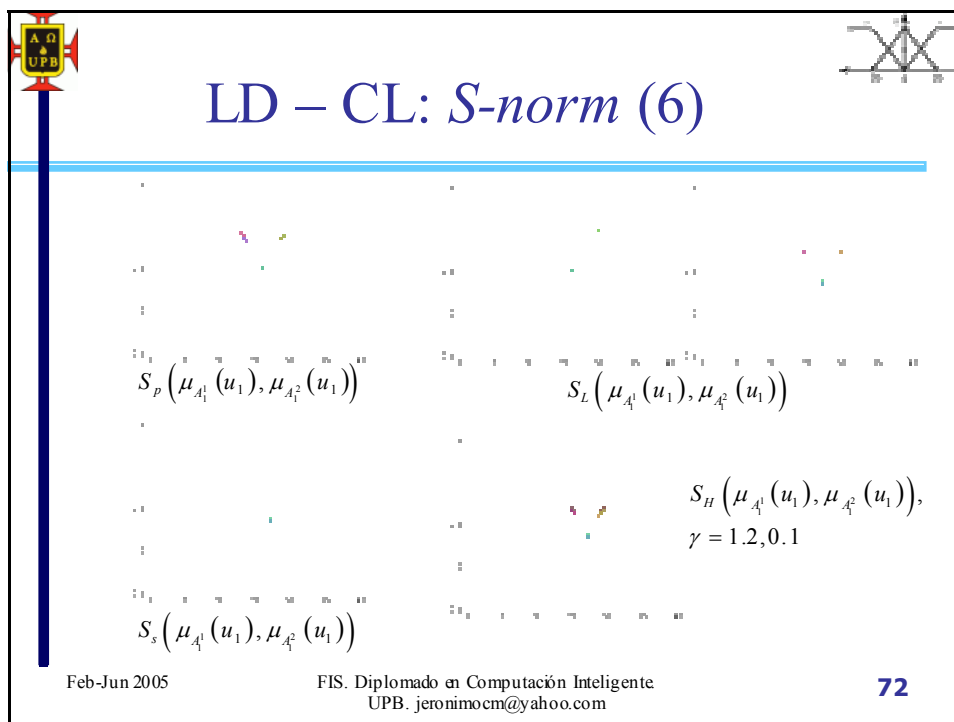
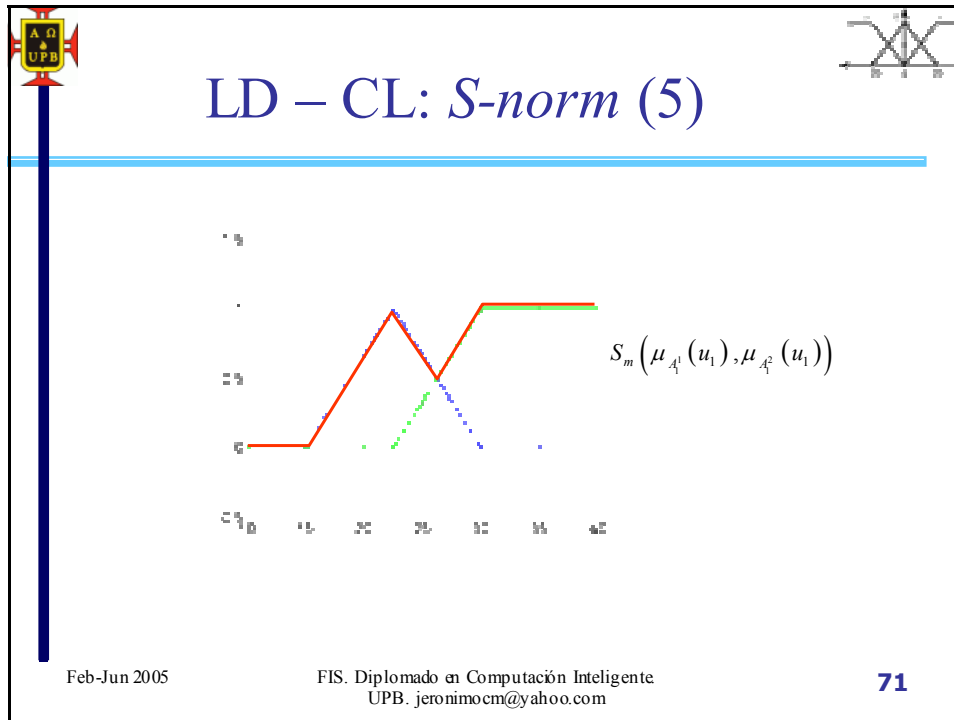
$$S_{Y_p}(x, y) = \min\left\{1, \sqrt[p]{x^p + y^p}\right\}, p > 0$$



Verificar que se cumplen las propiedades!

Feb-Jun 2005

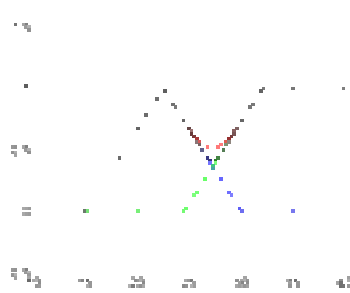
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

70



LD – CL: *S*-norm (7)





$$S_Y(\mu_{A_1}(u_1), \mu_{A_2}(u_1)),$$

$$p = 6, 2$$

VER COD. MATLAB

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
73

LD: Conectores Lógicos (...6)

Producto Cartesiano

- Las operaciones antes descritas están definidas sobre sets difusos que están sobre el mismo universo de discurso.
- El producto cartesiano se usa para cuantificar operaciones en varios universo de discurso.
- Sean $A_1^j, A_2^k, \dots, A_n^l$ sets difusos definidos sobre U_1, U_2, \dots, U_n
- La función de membresía del set que se obtiene del producto cartesiano es:

$$\mu_{A_1^j \times A_2^k \times \dots \times A_n^l}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * \dots * \mu_{A_n^l}(u_n)$$

- Ojo: se define con una *t*-norm!**

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
74



LD: Conectores Lógicos (7)



- Al producto cartesiano también se le llama: *fuzzy relation*
- El producto cartesiano permite hallar el valor de verdad de proposiciones como:
- R1: “La temperatura es alta y la humedad es baja”
- R2: “La temperatura es media y la humedad es media”
- R3: “La temperatura es baja y la humedad es alta”
- Si $T = 27^\circ$ y la humedad es $H = 70\%$.
- Con los sets difusos como sigue....

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

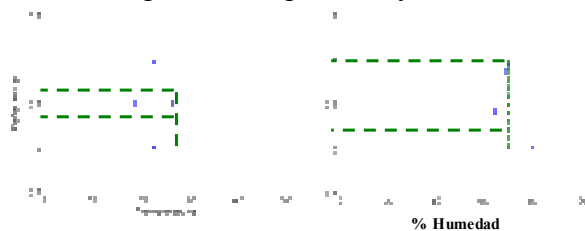
75



LD: Conectores Lógicos (8)



- Sets difusos para la temperatura y la humedad:



- Entonces:

$$\mu_{R1} = \mu_{A_1^3 \times A_2^1}(u_1, u_2) = \mu_{A_1^3}(27) * \mu_{A_2^1}(70) = 0.6 * 0.25 = 0.25$$

$$\mu_{R2} = \mu_{A_1^2 \times A_2^2}(u_1, u_2) = \mu_{A_1^2}(27) * \mu_{A_2^2}(70) = 0.4 * 1 = 0.4$$

$$\mu_{R3} = \mu_{A_1^1 \times A_2^3}(u_1, u_2) = \mu_{A_1^1}(27) * \mu_{A_2^3}(70) = 0.0 * 0.25 = 0.0$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

76



LD: Conectores Lógicos (9)

- Note que algunas propiedades del algebra bivalente no se cumplen:
- Tercero excluido y Postulado de contradicción en LB:

$$P \vee \sim P \equiv 1$$

$$P \wedge \sim P \equiv 0$$

- En LD:

$$\begin{array}{l} \mu_{A' \cup A} \neq 1 \\ \mu_{A' \cap A} \neq 0 \end{array} \Rightarrow \begin{cases} \mu_A = 0.6 \Rightarrow \mu_{A'} = 1 - 0.6 = 0.4 \\ \mu_{A' \cup A} = \max(0.6, 0.4) = 0.6 \\ \mu_{A' \cap A} = \min(0.6, 0.4) = 0.4 \end{cases}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

77



LD: Conectores Lógicos (10)

Existen otros operadores que se pueden aplicar a los conjuntos difusos:

- *Hedge* o *Modifier*: la idea es: cómo modificar matemáticamente un *set* de manera que asemeje una variación lingüística.
- Ej: Se conoce el *set* de la temperatura alta (μ_1). ¿Cómo será el de la temperatura MUY alta (μ_2)?


$$\mu_2(u_1) = (\mu_1(u_1))^2$$

- Así: si la temperatura 27° es alta en un 0.6 entonces será muy alta en un 0.36


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

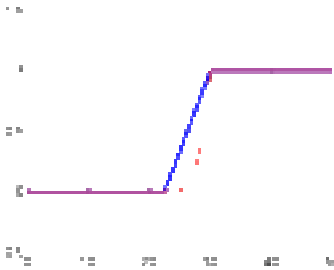
78



LD: Conectores Lógicos (11)




- Gráficamente:




con $\mu_2(u_1) = (\mu_1(u_1))^4$

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
79



LD: Conectores Lógicos (12)



La Implicación:

- En LB, si $R = p \rightarrow q$:

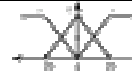
p	q	R
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

→

$$R = \begin{cases} 1 & p \leq q \\ 0 & p > q \end{cases}$$

- Existen muchas formas de definir el valor de verdad de una implicación en lógica difusa.
- Note que una implicación se considera verdadera si el grado de verdad del antecedente es menor o igual al del consecuente**

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
80



LD: CL – Implicación

- Larsen:

$$x \rightarrow y = x \cdot y$$

- Lukasiewicz:

$$x \rightarrow y = \min(1, 1 - x + y) = S_L(\sim x, y)$$

- Mamdani:

$$x \rightarrow y = \min(x, y)$$

- *Standard Strict:*

$$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & x \leq y \\ 0 & x > y \end{cases}$$

Note que alguna de las normas no satisfacen la condición $0 \rightarrow 0 = 1$. Pero aún así son muy utilizadas ... Los antecedentes en cero no son relevantes.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

81



LD: CL – Implicación (2)

- Gödel:

$$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & x \leq y \\ y & x > y \end{cases}$$

- Gaines:

$$x \rightarrow y = \begin{cases} 1 & x \leq y \\ \frac{y}{x} & x > y \end{cases}$$

- Kleene-Dienes:

$$x \rightarrow y = \max(1 - x, y), \text{ o } S_m(\sim x, y)$$

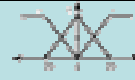
- Kleene-Dienes-Luk:

$$x \rightarrow y = 1 - x + x \cdot y$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

82



Contenido

- Introducción
- Lógica Difusa
- **Sistema de Inferencia Difusa**
- Aplicación: Control Difuso
- Aplicación: Reconocimiento

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

83



Sistema de Inferencia Difusa

- Introducción
- Fusificación
- Mecanismo de Inferencia
- Defusificación
- Ejemplito completo
- Representación matemática

Feb-Jun 2005

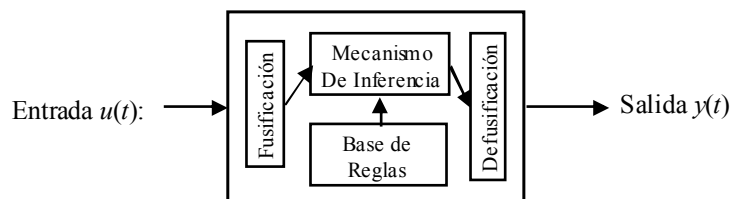
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

84



FIS: Introducción

- Ya se conocen algunas bases de la lógica difusa
- Ahora vamos a construir un Sistema de Inferencia Difusa o FIS por sus siglas en inglés: *fuzzy inference system*.
- Analizaremos el funcionamiento y la relación de cada uno de sus bloques:



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

85



FIS: Fusificación

- *Fuzzification*: proceso que convierte entradas numéricas u_i en *fuzzy sets* para que puedan ser utilizadas por un FIS.
- Para mí: consiste en hallar la pertenencia de cada una de las entradas a los *labels* previamente definidos.
- Ante las entradas u_1, u_2, \dots, u_n se hallan entonces:

$$\begin{aligned} &\mu_{A_1^1}(u_1), \mu_{A_1^2}(u_1), \dots, \mu_{A_1^{N_1}}(u_1) \\ &\mu_{A_2^1}(u_2), \mu_{A_2^2}(u_2), \dots, \mu_{A_2^{N_2}}(u_2) \\ &\vdots \\ &\mu_{A_n^1}(u_n), \mu_{A_n^2}(u_n), \dots, \mu_{A_n^{N_n}}(u_n) \end{aligned}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

86



FIS: Mecanismo de Inferencia

- Utiliza las reglas de la Base de Reglas.
- Se basa en los valores de verdad en los antecedentes o premisas para determinar el valor de verdad de los consecuentes o conclusiones.
- Base de reglas (con m reglas):

R_1 : SI $A_1^{a_{11}}$ y $A_2^{a_{21}}$ y ... y $A_n^{a_{n1}}$ ENTONCES $B_1^{b_1}$

⋮

R_i : SI A_1^j y A_2^k y ... y A_n^l ENTONCES B_1^q

⋮

R_m : SI $A_1^{a_{1m}}$ y $A_2^{a_{2m}}$ y ... y $A_n^{a_{nm}}$ ENTONCES $B_1^{b_m}$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

87



FIS: Mecanismo de Inferencia (2)

PASO 1: Hallar el valor de verdad de las premisas

- El valor de verdad de cada premisa es el de un producto cartesiano.
- Para la regla i :

$$\mu_{A_1^j \times A_2^k \times \dots \times A_n^l}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mu_{A_1^j}(u_1) * \mu_{A_2^k}(u_2) * \dots * \mu_{A_n^l}(u_n)$$

- Este valor se representará $\mu_{premisai}$ y, si se utiliza la norma del producto se puede escribir:

$$\mu_{premisai}(u_1, u_2, \dots, u_n) = \prod_{j=1}^n \mu_{A_j^{a_{ji}}}(u_i)$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

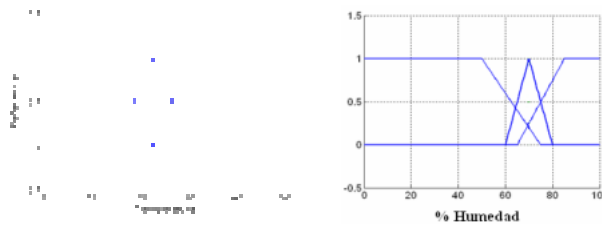
88



FIS: Mecanismo de Inferencia (3)



- Note que la función para cada regla (premisa) representa un superficie en R^{n+1} .
- Con temperatura y humedad, tal como se trabajó antes y para el antecedente: “la temperatura es media y la humedad es media”.



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

89

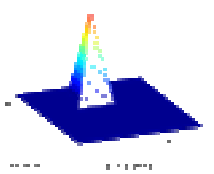


FIS: Mecanismo de Inferencia (4)

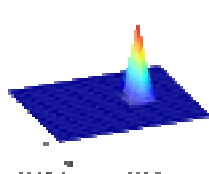


- Las superficies que se obtienen para esta premisa en R^3 con diferentes *t-norms* son:

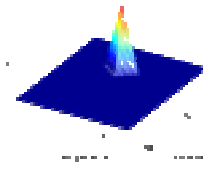
$$\mu_{premise}(u_1, u_2) = \mu_{A_1}(u_1) * \mu_{A_2}(u_2)$$



Mínimo



Producto



Lukasiewicz

VER COD. MATLAB

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

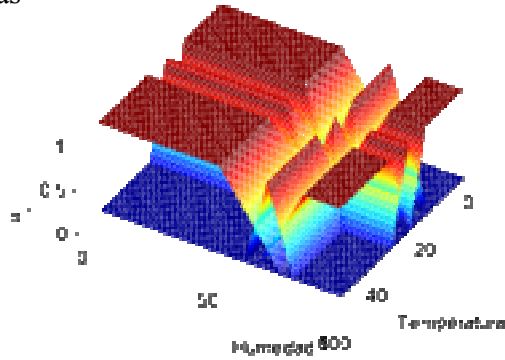
90



FIS: Mecanismo de Inferencia (5)



- En la siguiente gráfica se pueden ver todas las superficies de las premisas



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

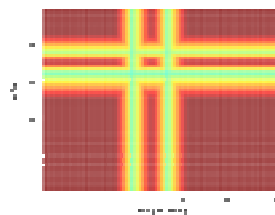
91



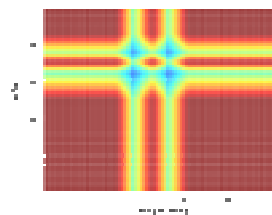
FIS: Mecanismo de Inferencia (6)



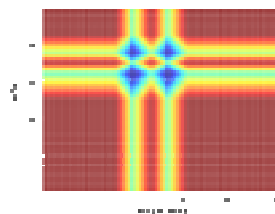
- Vista superior con diferentes normas T



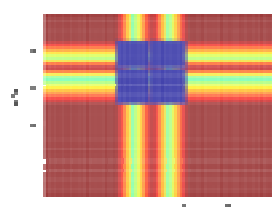
Mínimo



Producto



Lukasiewicz



Débil

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

92



FIS: Mecanismo de Inferencia (7)



PASO 2: Inferencia

- La inferencia en LD se basa fundamentalmente en el Teorema de *Modus Ponendo Ponens*, o el teorema que “afirmando afirma”.
$$\left. \begin{array}{l} P \rightarrow Q \\ P \\ \hline Q \end{array} \right\} \Rightarrow P \wedge (P \rightarrow Q) \rightarrow Q \equiv V$$
- Es decir: si se sabe que P es verdadero y también $P \rightarrow Q$ entonces se concluye que Q también lo es.
- Entonces, sobre una base de reglas si se halla que P es verdadero entonces Q también lo es.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

93



FIS: Mecanismo de Inferencia (8)



- ¿Cómo hacer lo mismo en LD?
- Si se tiene una regla:
$$\text{SI } \tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j \text{ ENTONCES } \tilde{y} \in \tilde{B}^p$$
- ... y se sabe que $\tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j$ con un grado dado por $\mu_{\tilde{A}_1^j}(u_1)$
- ¿Qué se puede decir de y ?
- Idea: No se puede estar más seguro de la conclusión que de lo que se esta de la premisa:
- Utilizando la implicación de Mamdani:
$$\mu_{\tilde{B}^p}(y) = \mu_{\tilde{A}_1^j}(u_1) * \mu_{\tilde{B}^p}(y)$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

94



FIS: Mecanismo de Inferencia (9)



- De manera general, si la premisa es compuesta:
SI $\tilde{u}_1 \in \tilde{A}_1^j$ y $\tilde{u}_2 \in \tilde{A}_2^k$ y ... y $\tilde{u}_n \in \tilde{A}_n^l$ ENTONCES $\tilde{y}_q \in \tilde{B}_q^p$
- Entonces el *set* difuso implicado para y_q por la regla i será:

$$\mu_{\tilde{B}_q^p}(y_q) = \mu_{\text{premise}-i}(u_1, u_2, \dots, u_n) * \mu_{B_q^p}(y_q)$$

- Donde:

$\mu_{\text{premise}-i}$ es el valor de verdad de la premisa dada las entradas

$\mu_{B_q^p}(y_q)$ *set* difuso p para la salida q

$\mu_{\tilde{B}_q^p}(y_q)$ *set* difuso implicado para la regla i

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

95



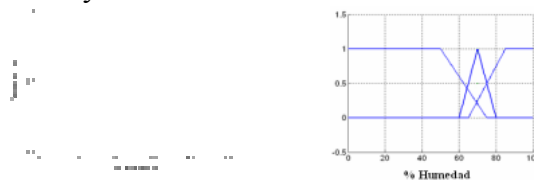
FIS: Mecanismo de Inferencia (10)



Ilustración

Retomando el ejemplo pasado

- R1: “La temperatura es alta y la humedad es baja entonces ventilación media”
- Si $T = 27^\circ$ y la humedad es $H = 70\%$.



$$\mu_{R1} = \mu_{A_1^3 \times A_2^1}(u_1, u_2) = \mu_{A_1^3}(27) * \mu_{A_2^1}(70) = 0.6 * 0.25 = 0.25$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

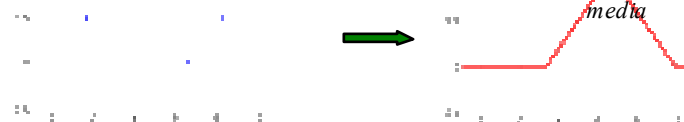
96



FIS: Mecanismo de Inferencia (11)

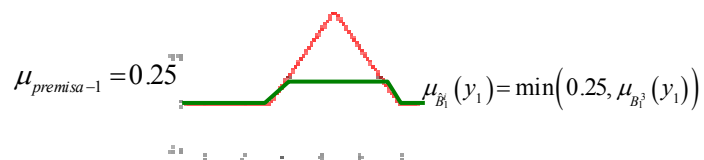
- Con las siguientes funciones de Membresía para la salida:

nula baja media alta



$$\mu_{B_1^p}(y_q) = \mu_{B_1^3}(y_1)$$

media



$$\mu_{premise-1} = 0.25$$

$$\mu_{B_1}(y_1) = \min(0.25, \mu_{B_1^3}(y_1))$$

Feb-Jun 2005

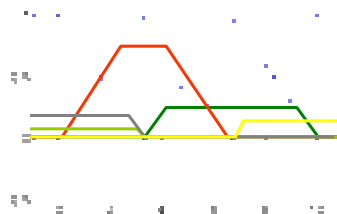
FIS. Diplomado en Computación Inteligente.
UPB. jeronimocm@yahoo.com

97



FIS: Mecanismo de Inferencia (12)

- Note que el resultado del mecanismo de inferencia son otros sets difusos a la salida.
- Cada regla inferirá un set difuso diferente para la salida
- Luego de utilizar todas las reglas se podrían obtener figuras como:



¿Cómo hacer para decidir cual salida es la más adecuada?

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente.
UPB. jeronimocm@yahoo.com

98



FIS: Mecanismo de Inferencia (13)



Inferencia

- Existe otro mecanismo de inferencia que no genera varios *sets* implicado sino que genera solo uno.
- Este set se llama “*the overall implied fuzzy set*” o el set implicado total. Se halla mediante:

$$\mu_{\hat{B}_q}(y_q) = \mu_{\hat{B}_q^1}(y_q) \oplus \mu_{\hat{B}_q^2}(y_q) \oplus \dots \oplus \mu_{\hat{B}_q^R}(y_q)$$

- Es una *s-norm* aplicada sobre los *sets* difusos implicados independientemente.
- **Cual es la diferencia??**

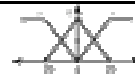
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

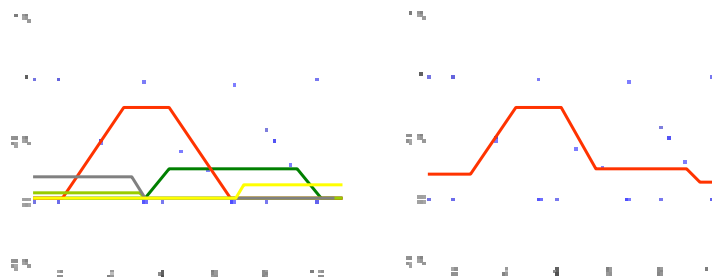
99



FIS: Mecanismo de Inferencia (14)



- La salida del mecanismo de inferencia será una sola función.
- Si se utiliza la norma del máximo:

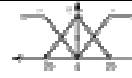


*** La mayor diferencia en el método que se utiliza luego para realizar la defusificación**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

100



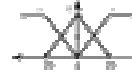
FIS: Defusificación

- Es el proceso que permite obtener una salida numérica a partir de los *fuzzy sets* implicados por el mecanismo de inferencia
- La salida se denominará: y_q^{Crisp}
- Existen muchas formas de realizar la defusificación
- A continuación se describen algunos de ellos

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

101



FIS: Defusificación (2)

Centro de Gravedad

- El valor de la salida q se determina con los centros de área de los *sets* de la salida y el área de cada uno de los *sets* implicados:

$$y_q^{Crisp} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i^q \cdot \int_{Y_q} \mu_{B_q^i}(y_q) dy_q}{\sum_{i=1}^R \int_{Y_q} \mu_{B_q^i}(y_q) dy_q}$$

R : numero de reglas

b_i^q : centro de area del *set* de salida B_q^p asociado con el implicado B_q^i

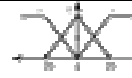
B_q^i : set difuso inducido por la regla i

$\int_{Y_q} \mu_{B_q^i}(y_q) dy_q$: area del set difuso implicado

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

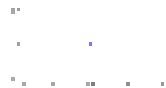
102



FIS: Defusificación (3)

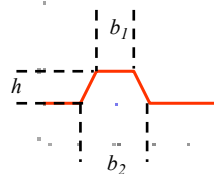
Ilustración

- Suponga las funciones de membresía de salida:



Los posibles valores para b_i^q son: 0.2, 0.4, 0.6

- Suponga que la regla i generó el siguiente set implicado:



$$b_i^q = 0.4$$

$$\int_{Y_q} \mu_{B_i^q}(y_q) dy_q = \frac{(b_2 - b_1)}{2} h$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

103



FIS: Defusificación (4)

- Un procedimiento similar se sigue con todos los *sets* difusos implicados.
- Observe que lo que se esta haciendo es hallar el “centro de masa” de la figura que se forma con los *sets* implicados.
- Importante:** este método exige que las funciones de membresía de la salida se “saturen” en cero ... **POR QUÉ?**
- También se requiere que:

$$\sum_{i=1}^R \int_{Y_q} \mu_{B_i^q}(y_q) dy_q \neq 0$$

- La integral se puede expresar la mayoría de las veces como una función explícita dada la simpleza de las geometrías.

Feb-Jun 2005

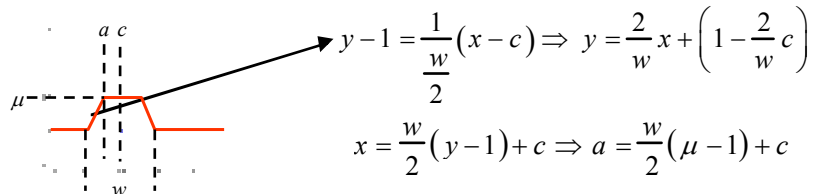
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

104



FIS: Defusificación (5)

Deducción para un trapecio



$$A = 2 \cdot (c - a) \cdot \mu + 2 \int_{c - \frac{w}{2}}^a \left(\frac{2}{w}x + \left(1 - \frac{2}{w}c\right) \right) dx = w \cdot (\mu - 1) \cdot \mu + 2 \left[\frac{1}{w}x^2 + \left(1 - \frac{2}{w}c\right)x \right]_{c - \frac{w}{2}}^a$$

$$A = w \cdot \left(\mu - \frac{\mu^2}{2} \right) \Rightarrow \text{Fórmula muy simple!!}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

105



FIS: Defusificación (6)

Center of Average

- Se selecciona con los centros de área de cada uno de los *sets* difusos implicados (b_i^q) y el máximo valor que tomen cada uno de estos *sets*:

$$y_q^{Crisp} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i^q \cdot \sup_{y_q} \left(\mu_{B_q^i}(y_q) \right)}{\sum_{i=1}^R \sup_{y_q} \left(\mu_{B_q^i}(y_q) \right)}$$

Sup representa el supremo del *set*.
En conjuntos discretos el supremo es la menor de las cotas inferiores y puede pensarse como el máximo del conjunto

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

106



FIS: Defusificación (7)

- Note que con este método no se hace necesario el empleo de integrales.
- Al usar una norma T para inferir se garantiza que ningún valor de verdad en el *set* inducido superará el valor de verdad del antecedente, por lo que:

$$\sup_{y_q} \left(\mu_{B_q^i}(y_q) \right) = \mu_{\text{prem}-i}(u_1, u_2, \dots, u_n) \text{ y}$$

$$y_q^{\text{Crisp}} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i^q \cdot \mu_{\text{prem}-i}(u_1, u_2, \dots, u_n)}{\sum_{i=1}^R \mu_{\text{prem}-i}(u_1, u_2, \dots, u_n)}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

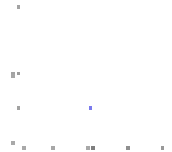
107



FIS: Defusificación (8)

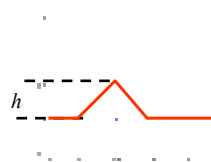
Ilustración

- Suponga las funciones de membresía de salida:



Los posibles valores para b_i^q son: 0.2, 0.4, 0.6

- Suponga que la regla i generó el siguiente *set* implicado:



$$b_i^q = 0.4$$

$$\sup_{y_q} \left(\mu_{B_q^i}(y_q) \right) = \mu_{\text{prem}-i}(u_1, u_2, \dots, u_n) = h$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

108



FIS: Defusificación (9)

Si se utiliza el método del *set* total inducido:

Max Criterion

- Consiste en encontrar uno de los valores donde el *set* total implicado alcanza su valor máximo. Esto es:

$$y_q^{Crisp} \in \left\{ \arg \sup_{y_q} \left(\mu_{\hat{B}_q} \right) \right\}$$

- Problema: dependiendo de la inferencia pueden haber muchos “supremos”... recordar el trapecio ... ¿cuál escoger?
- Existen algunas recomendaciones, pero en general este método no es muy utilizado.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

109

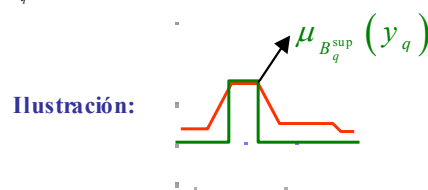


FIS: Defusificación (10)

Mean of Maximum

- Consiste en hallar el centro de área de los puntos donde el *set* implicado total alcanza el máximo:

$$y_q^{Crisp} = \frac{\int_{Y_q} y_q \cdot \mu_{B_q^{sup}}(y_q) dy_q}{\int_{Y_q} \mu_{B_q^{sup}}(y_q) dy_q}, \quad \mu_{B_q^{sup}}(y_q) = \begin{cases} 1 & y_q \in \left\{ \arg \sup_{y_q} \left(\mu_{\hat{B}_q} \right) \right\} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

110

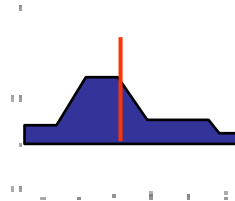


FIS: Defusificación (11)

Center of Area

- Consiste en hallar el centro de área del *set* implicado total. Esto es:

$$y_q^{Crisp} = \frac{\int_{Y_q} y_q \cdot \mu_{\hat{B}_q}(y_q) dy_q}{\int_{Y_q} \mu_{\hat{B}_q}(y_q) dy_q}$$



¿Cuál es la diferencia con el método de COG??

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

111



FIS: Defusificación (12)

Notas

- En general los métodos que utilizan defusificación basada en *set* implicado total son más costosos computacionalmente.
- Las fórmulas cerradas para las integrales son más difíciles de hallar.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

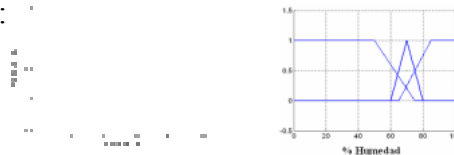
112



FIS: Ejemplo Completo



- Suponga nuevamente las dos entradas: Temperatura y humedad con las siguientes funciones de membresía a la entrada:



- Y suponga la salida: Ventilación, con las funciones de membresía a la salida:

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

113



FIS: Ejemplo (2)



- Base de reglas lingüísticas:
 - Si la temp. es baja y la humedad es baja entonces la ventilación es nula
 - Si la temp. es baja y la humedad es media entonces la ventilación es nula
 - Si la temp. es baja y la humedad es alta entonces la ventilación es media
 - Si la temp. es media y la humedad es baja entonces la ventilación es media
 - Si la temp. es media y la humedad es media entonces la ventilación es media
 - Si la temp. es media y la humedad es alta entonces la ventilación es alta
 - Si la temp. es alta y la humedad es baja entonces la ventilación es media
 - Si la temp. es alta y la humedad es media entonces la ventilación es alta
 - Si la temp. es alta y la humedad es alta entonces la ventilación es alta

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

114



FIS: Ejemplo (3)

- Base de reglas codificada:

SI A_1^1 y A_2^1 ENTONCES B_1^1

SI A_1^1 y A_2^2 ENTONCES B_1^1

SI A_1^1 y A_2^3 ENTONCES B_1^2

SI A_1^2 y A_2^1 ENTONCES B_1^2

SI A_1^2 y A_2^2 ENTONCES B_1^2

SI A_1^2 y A_2^3 ENTONCES B_1^3

SI A_1^3 y A_2^1 ENTONCES B_1^2

SI A_1^3 y A_2^2 ENTONCES B_1^3

SI A_1^3 y A_2^3 ENTONCES B_1^3

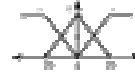

$$BR = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

* Como ejemplo
no todos tienen
que estar de
acuerdo con mi
selección!*

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

115



FIS: Ejemplo (4)

- Con esto el sistema difuso queda totalmente descrito
- Ahora veamos como responde ante una entrada
- De nuevo suponga:

$$\text{Temp.} = u_1 = 27^\circ$$


$$\text{Hum.} = u_2 = 70\%$$

- A continuación se muestra el resultado del proceso de inferencia...


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

116



FIS: Ejemplo (5)




- Con la norma del producto para la inferencia:

R1:				
R2:				
R3:				
R4:				
R5:				


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

117



FIS: Ejemplo (6)



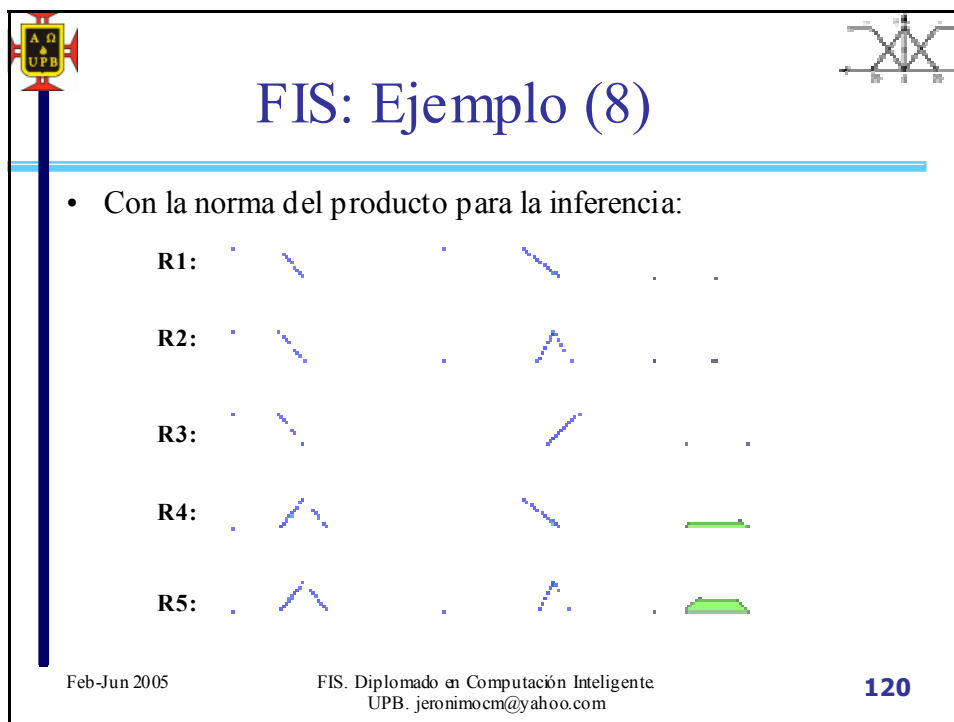
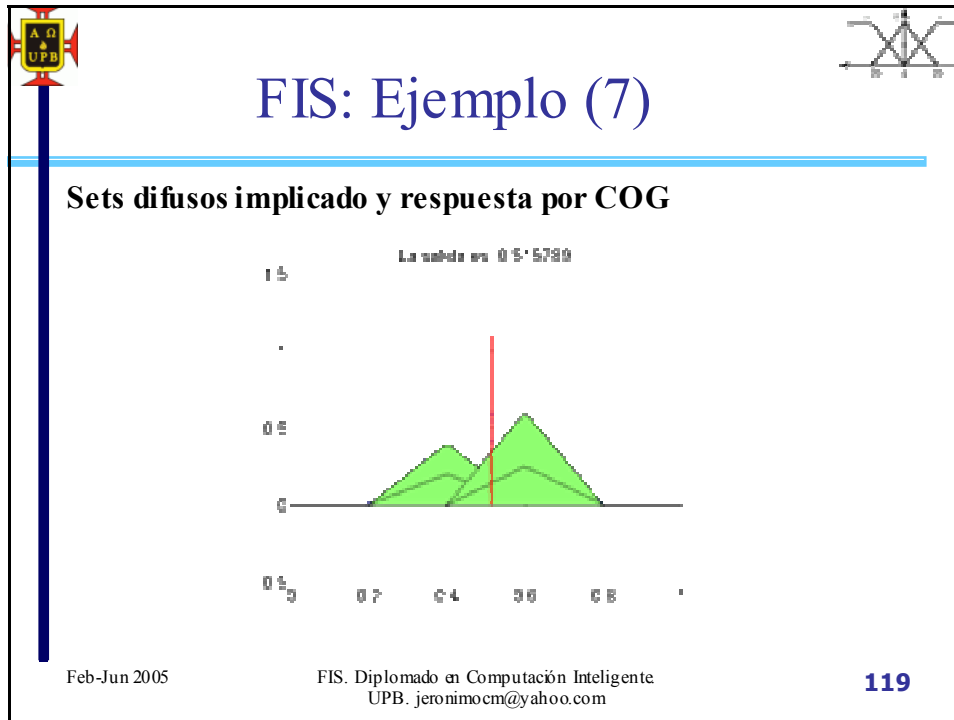
...


R6:				
R7:				
R8:				
R9:				

Feb-Jun 2005


FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

118





FIS: Ejemplo (9)



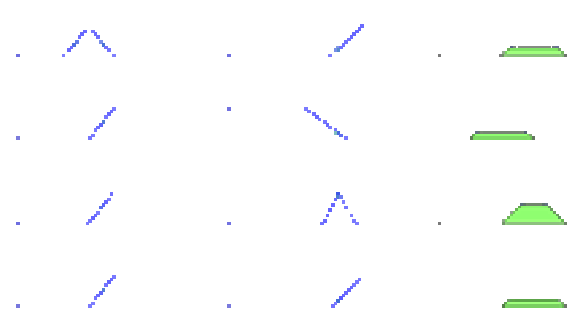
...

R6:

R7:

R8:


R9:




Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

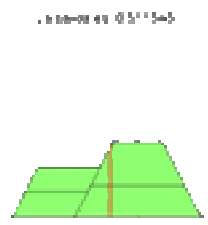
121

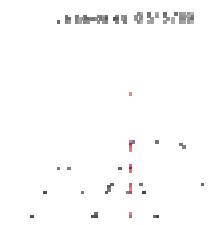


FIS: Ejemplo (10)



- **Sets difusos implicado y respuesta por COG y *Center of Average***







Feb-Jun 2005

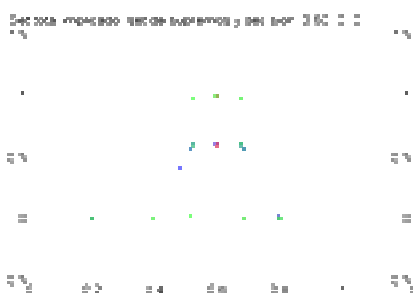
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

122

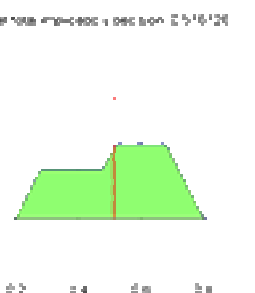



FIS: Ejemplo (11)

- Defusificación por *set* implicado total: VER COD. MATLAB





Mean of Maximum



Center of Area


Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
123


FIS: Ejemplo (12)

- Observe que el sistema difuso es un interpolador de decisiones!
- Observe que para cada entrada el FIS responderá con una salida... por lo tanto puede considerarse como un aproximador de funciones y puede ser entrenado!
- Para el entrenamiento se pueden emplear los métodos vistos tanto en Aprendizaje supervisado como en no supervisado!
- En este ejemplo es posible obtener y observar la “superficie de decisión” del sistema en R^3

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
124

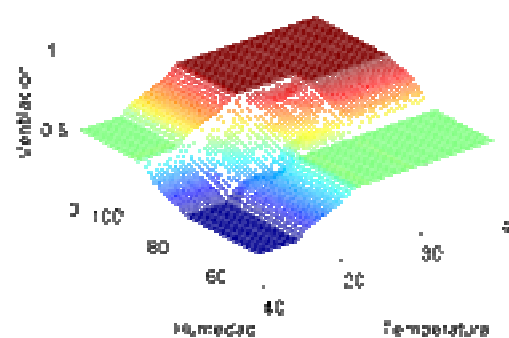


FIS: Ejemplo (13)



“Superficie de decisión” del FIS


VER COD. MATLAB




Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

125



FIS: Representación Matemática



- En esta sección hallaremos una ecuación que describa por completo el comportamiento de un FIS
- Supondremos:
 - Premisas operadas con la norma del producto.
 - Inferencia hecha con la norma del producto
 - Defusificación mediante *center of average*
- Así, para un MISO:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^R \mu_i}$$

donde μ_i equivale a $\mu_{premis-a-i}$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

126



FIS: Representación Matemática (2)



- Por simplicidad se suponen funciones de membresía gaussianas a la entrada (todas centrales)
- Para la entrada j la función de membresía en la regla i será:

$$\mu_{A_j^i}(u_j) = \exp\left(\frac{-(u_j - c_j^i)^2}{2(\sigma_j^i)^2}\right)$$

- Aquí:
 c_j^i, σ_j^i : centro y desviación estándar de la función de membresía de la categoría para u_j presente en la regla i

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

127



FIS: Representación Matemática (3)



- Bajo estos supuestos la salida del sistema difuso estará dada por:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \cdot \mu_i}{\sum_{i=1}^R \mu_i} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \prod_{j=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u_j - c_j^i}{\sigma_j^i}\right)^2\right)}{\sum_{i=1}^R \prod_{j=1}^n \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{u_j - c_j^i}{\sigma_j^i}\right)^2\right)}$$

- **Número de parámetros?**

Ojo... con esta notación no quiere decir que hay R funciones de membresía para cada variable ... se puede repetir

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

128

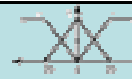


FIS: Representación Matemática (4)

- Note que si las desviaciones estándar son iguales para todas las funciones de membresía, los centros de la regla i se representan como un vector, $(c_j^i) = \vec{c}^i$ y la entrada también:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \exp \left[\sum_{j=1}^n \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{u_j - c_j^i}{\sigma_j^i} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{i=1}^R \exp \left[\sum_{j=1}^n \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{u_j - c_j^i}{\sigma_j^i} \right)^2 \right) \right]} = \frac{\sum_{i=1}^R b_i \exp \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{\|\vec{u} - \vec{c}^i\|^2}{\sigma^2} \right) \right]}{\sum_{i=1}^R \exp \left[\left(-\frac{1}{2} \frac{\|\vec{u} - \vec{c}^i\|^2}{\sigma^2} \right) \right]}$$

Misma ecuación que la de una red RBF normalizada !!!!



Contenido

- Introducción
- Lógica Difusa
- Sistema de Inferencia Difusa
- Aplicación: Control Difuso**
- Aplicación: Reconocimiento



Control Difuso

- Es una de las mayores aplicaciones de los sistemas de inferencia difusa.
- Un controlador difuso en lazo abierto es un controlador no lineal sin dinámica interna.
- Se puede añadir dinámica implementando realimentaciones para transferir elementos de integración y derivación – *PID fuzzy Control*.
- Controlador clásico:: **Model based**
- Controlador difuso:: **Knowledge based**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

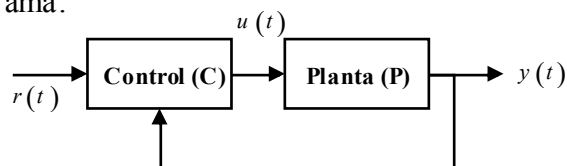
131



Control Difuso (2)

Control Convencional

- Diagrama:



- La referencia (r) indica el valor deseado de la salida
- La salida de la planta es y
- El controlador produce unas salidas (u) con las que se busca que, al entrarlas en la planta, la salida se aproxime a r .

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

132



Control Difuso (3)

- Por lo general se obtiene un modelo de la planta
- Ecuaciones físicas
- Técnicas de identificación
- Métodos híbridos
- Modelo “real”: muy exacto ... aunque no real!
- Modelo aproximado: simplificación para poder diseñar ...
suposiciones: linealidad.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

133



Control Difuso (4)

- Existen muchas características deseadas: rechazo a perturbaciones externas, estabilidad, insensibilidad a variaciones en la planta, tiempo de subida, sobreimpulso, tiempo de estabilización, error de estado estable, ...
- Además: costo, complejidad computacional, viabilidad, mantenibilidad, ...

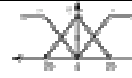
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

134



Control Difuso (5)



Control Difuso

- De nuevo ... Basado en conocimiento
- Es un método formal de representación, manipulación e implementación de conocimiento humano heurístico.
- El diseño “no requiere de un modelo” pero si de un experto que conozca muy bien la planta y sepa dar recomendaciones.
- Modelo: de todas formas se necesita para simulación y ayuda a la comprensión de la planta.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

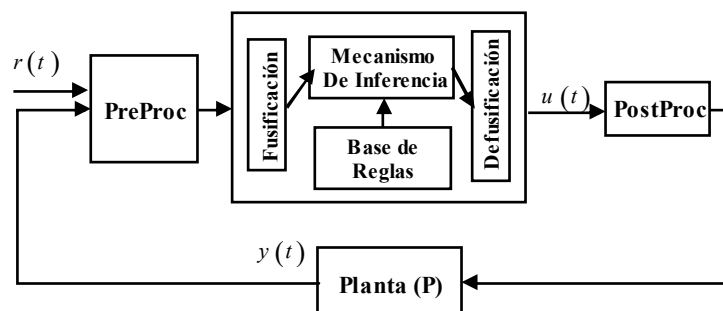
135



Control Difuso (6)



- Esquema de un controlador difuso:



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

136



Control Difuso (7)

Se debe diseñar:

- Seleccionar las entradas al controlador
- Posible unidad de preprocesamiento
- Posible unidad de postprocesamiento
- Mecanismo de fusificación
- Base de Reglas
- Mecanismo de Inferencia
- Mecanismo de defusificación

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

137



Control Difuso (8)

Cuando usar un FLC:

- Cuando no hay un modelo en términos de ecuaciones diferenciales.
- Planta altamente no lineal.
- Cuando los objetivos de control son vagos o no muy bien definidos ... cambio suaves de velocidad en cajas automáticas.
- Muchos autores recomiendan pensar primero en controladores convencionales, e.g. PID, por ser más “fáciles” y sobre todo más **baratos**.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

138



CD: Ejemplo

El péndulo invertido:

- Es un problema muy trabajado desde el punto de vista académico
- *benchmark* para probar algoritmos de control
- Existen muchas buenas soluciones diferentes a FLC
- Incluso PID bien diseñado funciona bien en implementaciones reales
- Fácil de tratar desde el punto de vista intuitivo

Feb-Jun 2005

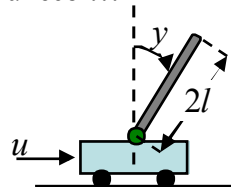
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

139



CD: Ejemplo (2)

- Muñeco ...



u: entrada, fuerza.

y: salida, ángulo con la vertical.

l: la mitad de la longitud del péndulo

- Modelo ... uno de ellos (Tomado del libro de Passino*):

$$\ddot{y} = \frac{9.8 \cdot \sin(y) + \cos(y) \cdot \left[\frac{-u - 0.25 \cdot \dot{y} \cdot \sin(y)}{1.5} \right]}{0.5 \cdot \left[\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \cos^2(y) \right]}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

140



CD: Ejemplo (3)

Selección de las entradas

- Las entradas al controlador serán: el error respecto a la referencia (0°) y el cambio de este error:

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

$$\dot{e}(t) = \frac{d}{dt}(r(t) - y(t)) = -\dot{y}(t)$$

- Nota: La selección de las entradas es muy importante!!! ... con una mala selección se puede no estar dando suficiente información al controlador y este fracasará.**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

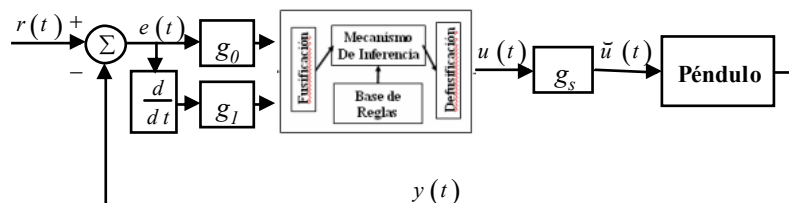
141



CD: Ejemplo (4)

Pre- y Posprocesamiento

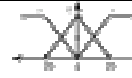
- Se realizarán mediante constantes de escalamiento (más sobre esto adelante), así:



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

142



CD: Ejemplo (5)

Variables y Valores Lingüísticos

- "error" describe a: $e(t)$
- Variables: "cambio del error" describe a: $\dot{e}(t)$
- "fuerza" describe a: $u(t)$

- Valores:
para las tres variables los mismos:
- | | |
|-----------|---|
| "graneg" | 1 |
| "peqneg" | 2 |
| "cero" | 3 |
| "peqpos" | 4 |
| "granpos" | 5 |

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

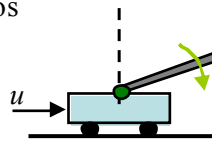
143



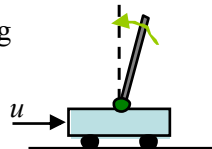
CD: Ejemplo (6)

Reglas

- Si el error es graneg y el cambio en el error es graneg entonces
➡ Fuerza es granpos





- Si el error es cero y el cambio en el error es peqpos entonces
➡ Fuerza es peqneg



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

144

CD: Ejemplo (7)



... Reglas

- Se continua con análisis similares
- La tabla presenta un resumen de las reglas

“error”

<i>u</i>	1	2	3	4	5
1	5	5	5	4	3
2	5	5	4	3	2
3	5	4	3	2	1
4	4	3	2	1	1
5	3	2	1	1	1

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
145

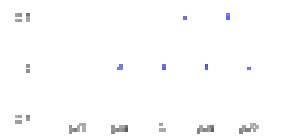
CD: Ejemplo (8)

Fusificación

- Diseño de las funciones de membresía de la entrada y de la salida.
- El experto (Passino) ha hablado y se proponen las funciones:

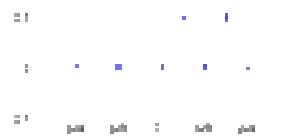
“error”
cero

graneg, peqneg, peqpos, granpos




“cambio del error”
cero


graneg, peqneg, peqpos, granpos



Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
146



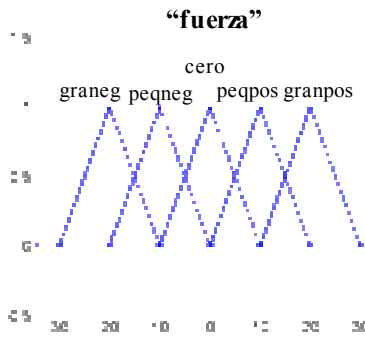
CD: Ejemplo (9)



... Fusificación

- Para la salida


“fuerza”




Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

147



CD: Ejemplo (10)



- Falta definir:
- ¿Norma t para cuantificar las premisas? - Min
- ¿Norma t para hallar las conclusiones? - Min
- Método de inferencia: ¿sets implicados o set implicado total? - implicados
- Si se selecciona el método del set implicado total: ¿Qué norma s utilizar? - NA
- ¿Método de defusificación? - COG

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

148



CD: Ejemplo (11)

- Ya se tiene el controlador diseñado.
- Ahora procedemos a hacer un seguimiento.
- Suponga entradas:

$$e(t) = 0$$

$$\dot{e}(t) = -\frac{3}{32}\pi = -0.2945$$

- Ahora busquemos cuales reglas aplican ...

Nota: se puede evaluar todas las reglas pero se recomienda desechar las que dan cero para reducir el costo computacional

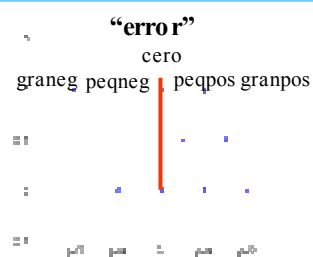
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

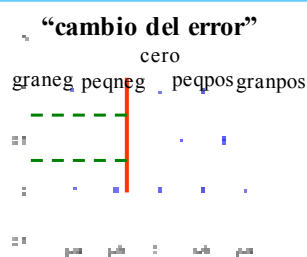
149



CD: Ejemplo (12)



$\mu_{cero}(e(t)) = 1$, las otras
dan cero



$$\mu_{cero}(\dot{e}(t)) = 0.25$$

$$\mu_{peqneg}(\dot{e}(t)) = 0.75$$

➔ **Solo dos reglas se activan, para que gastar procesamiento en las demás 23??**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

150



CD: Ejemplo (13)

Las reglas son:

- Si el error es cero y el cambio del error es pequeño entonces la fuerza es pequeña.
- Si el error es cero y el cambio del error es cero entonces la fuerza es cero

μ	1	2	3	4	5
1	5	5	5	4	3
2	5	5	4	3	2
3	5	4	3	2	1
4	4	3	2	1	1
5	3	2	1	1	1

$$\mu_1 = \min(1, 0.75) = 0.75$$

$$\mu_2 = \min(1, 0.25) = 0.25$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

151

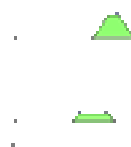


CD: Ejemplo (14)

Sets implicados



Fuerza es pequeña




Fuerza es cero


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

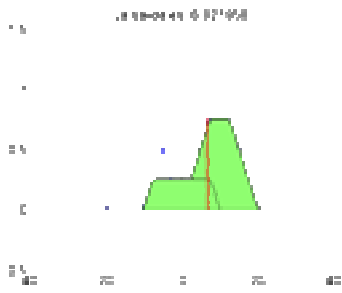
152



CD: Ejemplo (15)



Defusificación por COG




$$u = \frac{0 \cdot w \cdot \left(\mu_2 - \frac{\mu_2^2}{2} \right) + 10 \cdot w \cdot \left(\mu_2 - \frac{\mu_2^2}{2} \right)}{w \cdot \left(\mu_2 - \frac{\mu_2^2}{2} \right) + w \cdot \left(\mu_2 - \frac{\mu_2^2}{2} \right)}$$

$$u = \frac{10 \cdot \left(0.75 - \frac{0.75^2}{2} \right)}{\left(0.25 - \frac{0.25^2}{2} \right) + \left(0.75 - \frac{0.75^2}{2} \right)} = 6.8182$$


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
 UPB. jeronimocm@yahoo.com

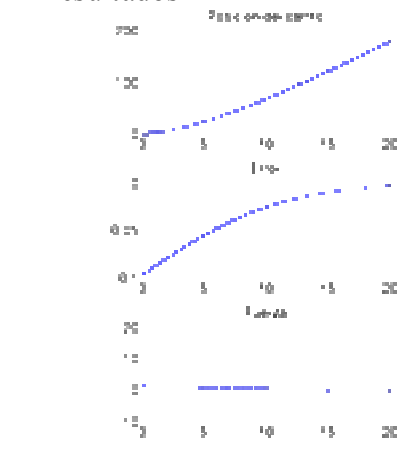
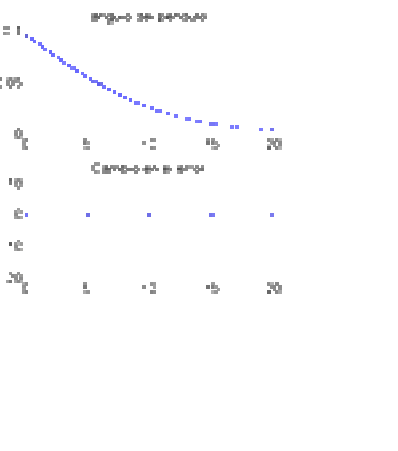
153



CD: Ejemplo (16)



- Resultados

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
 UPB. jeronimocm@yahoo.com

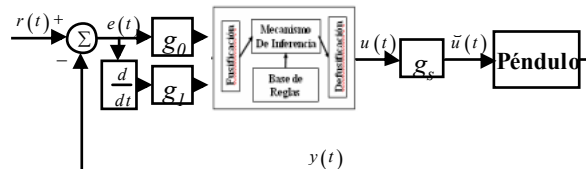
154



CD: *Tunning*



- Las constantes del controlador difuso sirven para hacer *tunning*.



- Al cambiar estos valores el efecto es como si se escalaran los ejes de las funciones de membresía.
- Estos cambios se hacen dependiendo del efecto que se quiera lograr, p.e. aumentar la velocidad de respuesta ... más acción proporcional

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

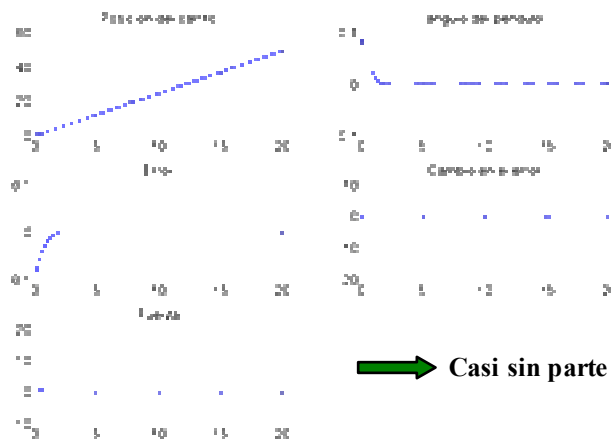
155



CD: *Tunning* (2)



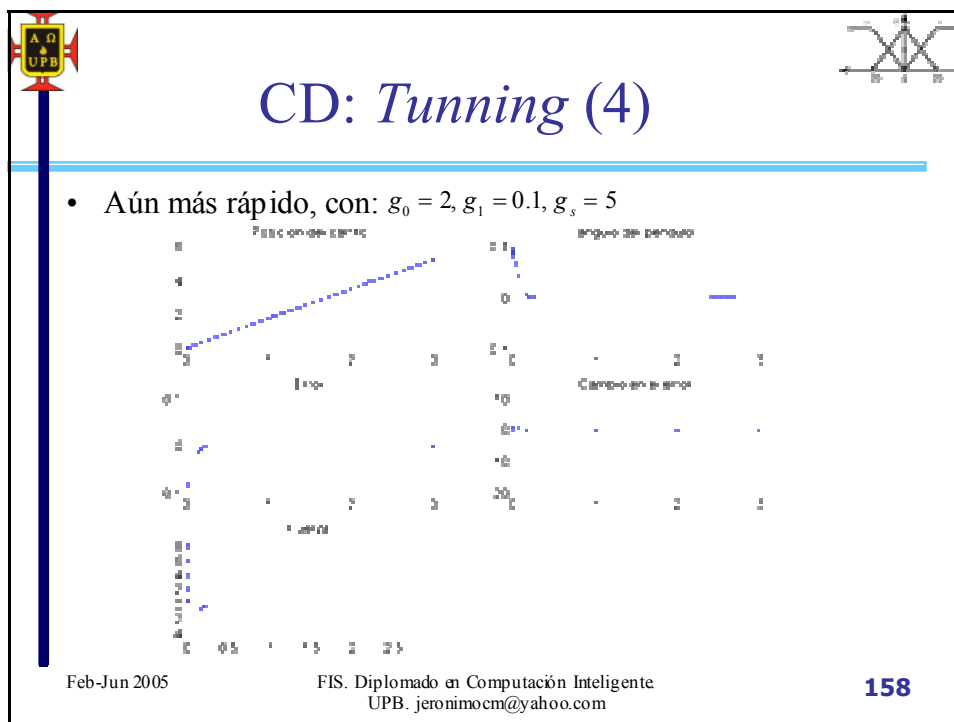
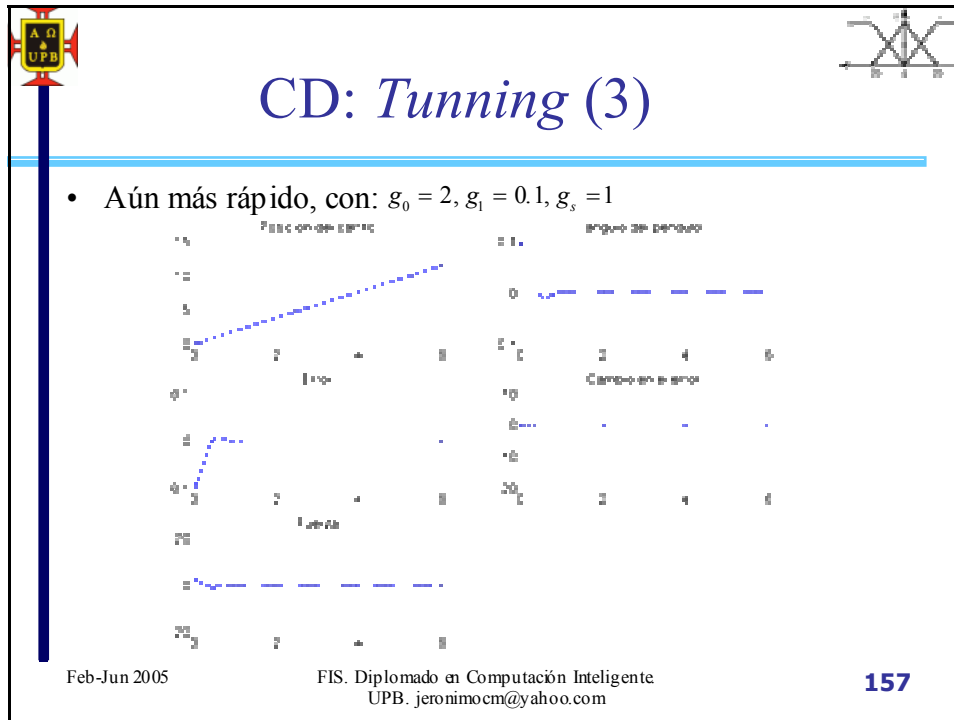
- Con: $g_0 = 1$, $g_I = 0.1$, $g_s = 1$

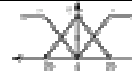


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

156





CD: *Tunning* (5)

- El escalamiento es necesario cuando el experto resulta no ser tan experto ... jeje.
- También para trabajar con universos de discurso normalizados.
- Multiplicar entradas por un número mayor a uno tiene el mismo efecto que “comprimir” las funciones de membresía.
- Multiplicar entradas por un número entre cero y uno tiene el mismo efecto que expandir las funciones de membresía.
- **Cual será el efecto de la constante de la salida??**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

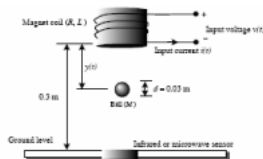
159



CD: Ejemplo 2

Levitador Magnético

- Muñeco





W. A. Kwong and K. M. Passino. Dynamically focused fuzzy learning control.
IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics,
26(1):53–74, February 1996.

- Idea: ¿Cuál debe ser el voltaje en la bobina para que la bola llegue y se quede en alguna posición?
- Es un problema de control no lineal ...

Feb-Jun 2005

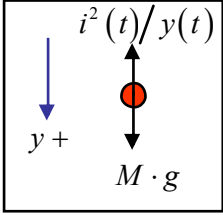
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

160

CD: Ejemplo 2 (2)

- Modelo:





$$M \frac{d^2 y}{dt^2} = M \cdot g - \frac{i^2}{y}$$

$$v = R \cdot i + L \frac{di}{dt}$$
- En variables de estado:

$$\dot{x}_1 = x_2, \quad \dot{x}_2 = g - \frac{x_3^2}{M \cdot x_1}$$

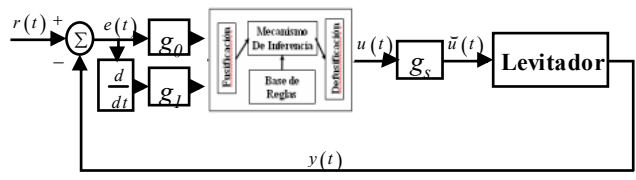
$$\dot{x}_3 = -\frac{R}{L} x_3 + \frac{1}{L} u(t)$$

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
161

CD: Ejemplo 2 (3)

- Entradas al controlador: error y cambio en el error.
- Salida del controlador: voltaje en la bobina



Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
162



CD: Ejemplo 2 (4)

- Escalamiento para normalizar universos de discurso ...
- Se obtiene por simulación o por análisis de las restricciones físicas y geométricas:

$$g_0 = 1/0.275$$

$$g_1 = 1/2$$

$$g_s = 40$$

- De esta manera todos los universos de discurso serán:
[−1,1]

Feb-Jun 2005

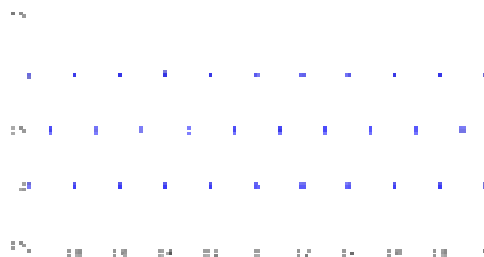
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

163



CD: Ejemplo 2 (5)

- Diseño con 11 funciones de membresía para cada entrada y para la salida.
- Triangulares simétricas de ancho 0.4.
- Equiespaciadas en los universos de discurso:



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

164



CD: Ejemplo 2 (6)

Base de reglas:

- Cuántas reglas tendrá la base de reglas??
- Existen métodos para generar bases de reglas automáticamente.
- Sean los sets para la entrada:

$$A_i = \{A_i^{-5}, A_i^{-4}, A_i^{-3}, A_i^{-2}, A_i^{-1}, A_i^0, A_i^1, A_i^2, A_i^3, A_i^4, A_i^5\}, i = 1, 2$$

- El método más común consiste en expresar los centros de las funciones de membresía de la salida como función de los índices a estos sets difusos, p.e.:

$$c = -\frac{(a+b)}{M}, \text{ con } M \text{ el numero de funciones para la salida, } a \text{ el índice de la primera variable y } b \text{ el de la segunda}$$

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

165



CD: Ejemplo 2 (7)

- Utilizando esta regla con desplazamiento y con “saturación” se generó la base de reglas:


	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	1	1	1	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4
2	1	1	1	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2
3	1	1	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0
4	1	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2
5	1	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4
6	1	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6
7	1	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-1
8	1	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-1	-1
9	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-1	-1	-1
10	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-1	-1	-1	-1
11	0.4	0.2	0	-0.2	-0.4	-0.6	-1	-1	-1	-1	-1

- ¿Por qué la diagonal no es cero?, ¿Es este un buen método?


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com



166




CD: Ejemplo 2 (8)




- Posición inicial 0.2250, referencia 0.09:


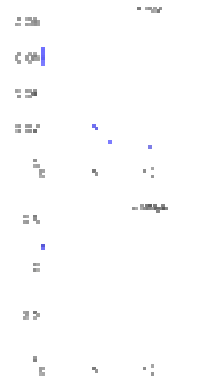
Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
167



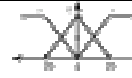
CD: Ejemplo 2 (9)



- Posición inicial 0.0015, referencia 0.09:

Feb-Jun 2005
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com
168



CD: Notas Finales

- Además de realizar *tunning* mediante escalamiento del universo de discurso, también se puede sintonizar el controlador moviendo los demás parámetros del FIS
- Son muchos parámetros para cambiar ... para hacer algo completo se pueden utilizar métodos de búsqueda (optimización).
- Existen, sin embargo, métodos para sintonizar a mano algunos elementos del sistema difuso.
- Una opción es ubicar los centros de las funciones de salida en puntos variables

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

169



CD: Notas Finales (2)

- Esto puede lograrse mediante alguna función que haga que los centros de las FM no estén siempre equiespaciadas.
- Por ejemplo, si se tienen sets difusos para la salida:

$$B_q = \{B_q^{-5}, B_q^{-4}, B_q^{-3}, B_q^{-2}, B_q^{-1}, B_q^0, B_q^1, B_q^2, B_q^3, B_q^4, B_q^5\}$$

- Se podría ubicar el centro de la i -ésima función de salida en:

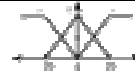
$$c_i = k \cdot \text{sgn}(i) \cdot i^2$$

- ¿Qué se logra con esto?

Feb-Jun 2005

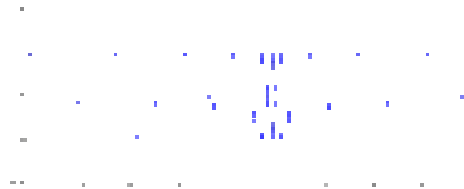
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

170



CD: Notas Finales (3)

- Si los anchos se acomodan apropiadamente:



- Se adquiere mayor “resolución” cerca del cero y se garantiza que en puntos alejados del “equilibrio” la acción de control es mayor.
- Puede mejorar la respuesta del sistema ante perturbaciones, e.g. mayor estabilidad

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

171



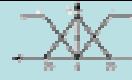
CD: Notas Finales (4)

- Por el modo de inferencia utilizado el FIS presentado se conoce con el nombre de “Sistema de Inferencia Difusa tipo Mandami”
- Ventajas:
 - Intuitivo
 - Muy conocido
 - Muy apropiado para ingresar conocimiento humano
- Desventajas
 - Costoso computacionalmente
 - Difícil de optimizar mediante técnicas automáticas de adaptación
 - No garantiza continuidad de la superficie de control
 - Su análisis matemático puede ser muy complejo

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

172



Contenido

- Introducción
- Lógica Difusa
- Sistema de Inferencia Difusa
- Aplicación: Control Difuso
- **Aplicación: Reconocimiento**

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

173




Reconocimiento

- Existen otras aplicaciones de la lógica difusa diferentes al control difuso
- Un ejemplo de ellas son los sistemas de reconocimiento basados en bases de conocimiento
- Idea: en una imagen se determinan parámetros importantes y un experto dice según el valor de dichos parámetros como se puede categorizar la imagen (o el píxel)
- **Observe que es un acercamiento totalmente diferente al de aprendizaje por adaptación de redes!!**


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

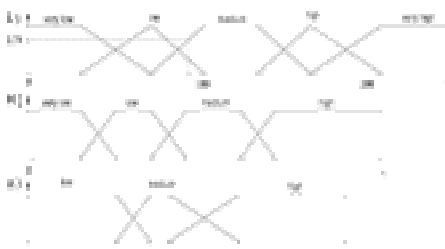
174



Reconocimiento (2)



- Ejemplo: tomado de **Fuzzy Logic, M. Hellmann**. Laboratoire Antennes Radar Telecom, F.R.E CNRS 2272, Equipe Radar Polarimetrie, Université de Rennes, France.



Valores propios


Entropía

Ángulo α


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

175



Reconocimiento (3)




- Base de reglas:

λ	H	α	Decision
very high	medium		urban
high or very high	very low	medium/high	urban
high	high		forest
medium	high	medium/high	forest
medium	medium	medium/low	vegetation
medium	low or very low	low	vegetation
(very) low			runway


Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

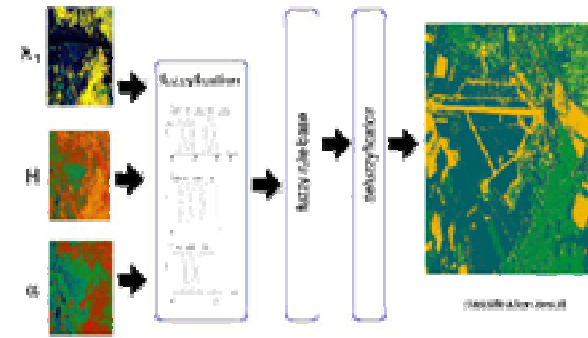
176



Reconocimiento (4)




- Ejemplo del desempeño




Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

177



Reconocimiento (5)

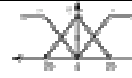


- Con este ejemplo sencillo se observa el poder que tiene un sistema difuso para segmentar imágenes.
- La calidad de la segmentación dependerá del concepto del experto.
- Con este método un píxel puede pertenecer a varias características en cierto grado (defusificación independiente para cada set de la salida).
- Los autores proponen definir cual característica tiene el píxel mediante criterio del máximo y/o analizando la vecindad.

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

178



Corto tutorial del Toolbox de Matlab

Tomado de la guía de usuario de Math Works



Toolbox de Matlab

- El toolbox de *fuzzy logic* de MATLAB permite realizar casi todo lo presentado en este curso e incluso más.
- Para MATLAB el sistema difuso es una estructura que puede ser definida mediante línea de comandos o mediante una interfaz gráfica (comando *fuzzy* filename).
- Estos sistemas pueden ser definidos desde Simulink.
- Veremos lo básico para el diseño ... sistemas difusos adaptativos será tema de Jorge Peña.

Feb-Jun 2005

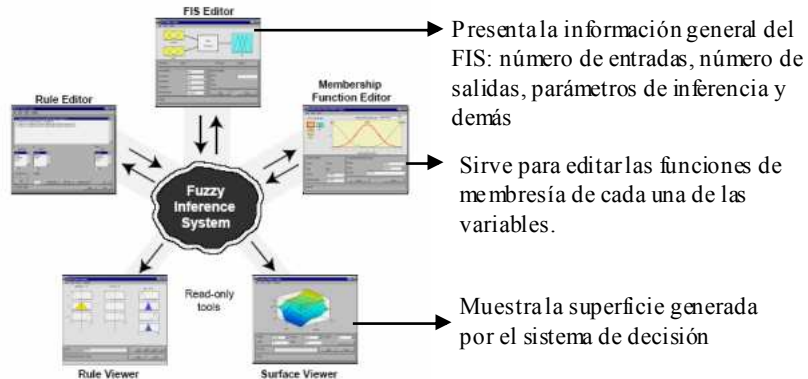
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

180



Toolbox de Matlab (2)

- Componentes de la interfaz gráfica:



Feb-Jun 2005

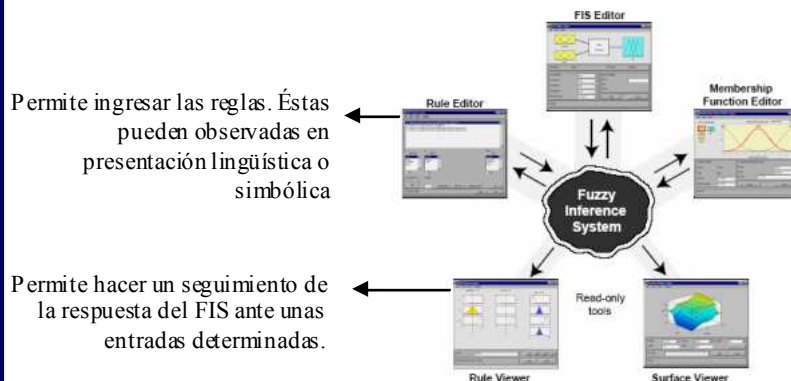
FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

181



Toolbox de Matlab (2)

- ... Componentes de la interfaz gráfica:



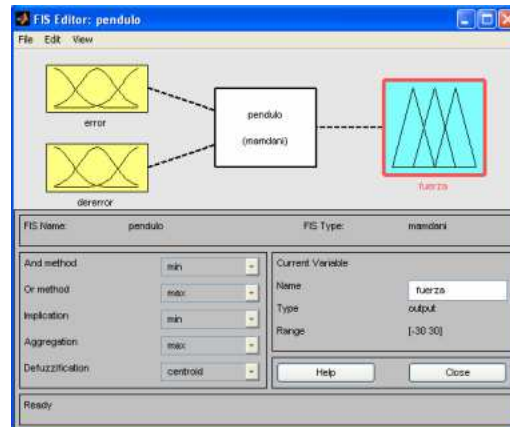
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

182



Toolbox de Matlab: Péndulo



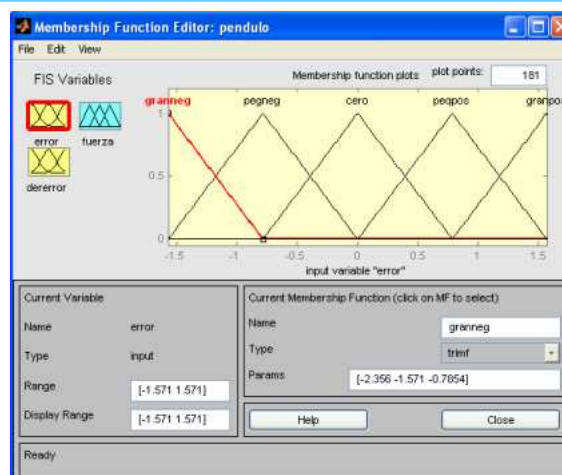
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

183



Toolbox de Matlab: Péndulo (2)



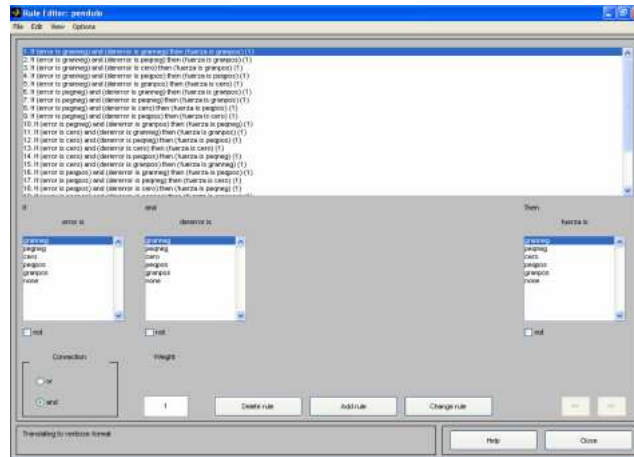
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

184



Toolbox de Matlab: Péndulo (3)



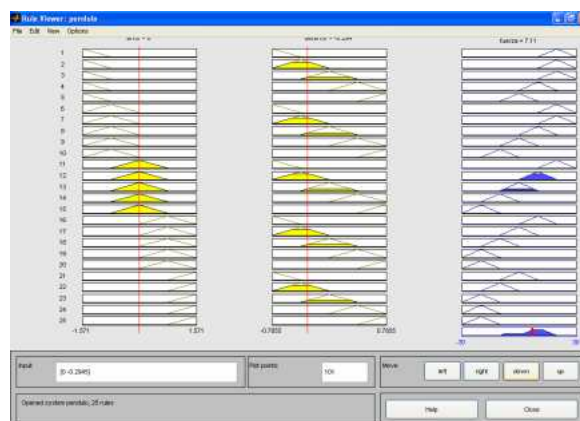
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

185



Toolbox de Matlab: Péndulo (4)



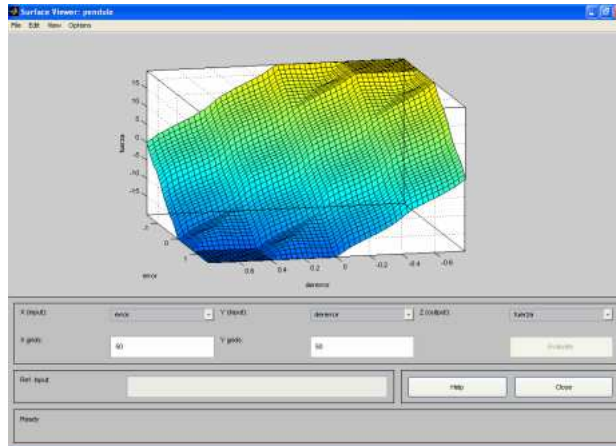
Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

186



Toolbox de Matlab: Péndulo (5)



Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

187



Toolbox de Matlab (3)



- El FIS se puede guardar en disco y/o en el *workspace*.
- Algunos comandos importantes:
 - `getfis(fis)`: muestra los parametros del sistema difuso
 - `showfis(fis)`: muestra todo el FIS.
 - `fuzzy(fis)`: abre el editor de FIS
 - `mfedit(fis)`: editor de funciones de membresia
 - `ruleedit(fis)`: editor de la base de reglas
 - `ruleview(fis)`: abre el visor de las reglas
 - `surfview(fis)`: muestra la superficie generada por el FIS
 - `newfis('nombre')`: crea un nuevo FIS
 - `addmf(fis, 'input', 1, 'label', 'typemf', parametros)`
 - `evalfis(inputs,fis)`: evalúa las entradas presentadas en el FIS

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

188



Toolbox de Matlab (4)

- Ejemp los para el péndulo

```
>> pendulo.input(1).mf(1)

ans =

    name: 'granneg'
    type: 'trimf'
    params: [-2.3560 -1.5710 -0.7854]

>> evalfis([0,-0.2945;0.3,0.1],pendulo)

ans =

    7.1066
   -7.4020
```

MOSTRAR EN VIVO

Feb-Jun 2005

FIS. Diplomado en Computación Inteligente
UPB. jeronimocm@yahoo.com

189