

Randomized Hough Transform (RHT): Basic Mechanisms, Algorithms, and Computational Complexities

Lei Xu^{1,2} Erkki Oja¹

¹Department of Information Technology
Lappeenranta University of Technology

²Department of Mathematics
Peking University

Graphical Model and Image Processing, 1993

Parte I

El artículo

Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico
- 4 Resultados
- 5 Análisis y conclusiones

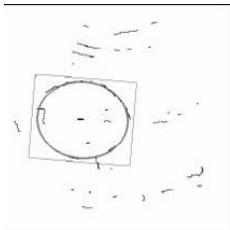
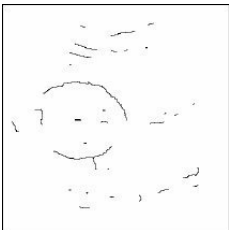
Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico
- 4 Resultados
- 5 Análisis y conclusiones



Problema a Resolver

Hallar curvas en imágenes binarias



Problema a Resolver

Hallar los parámetros de las curvas

El método se orienta a hallar curvas parametrizables

Objetos *parametrizables*:

- Líneas
- Curvas polinómicas
- Círculos (elipses)
- etc. . .

Curvas de la forma

$$\alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \cdots + \alpha_n z_n + c = 0 \quad (1)$$

z_i : cada z_i depende sólo de las coordenadas de un pixel

c : constante

α_i : incógnitas (parámetros de ajuste de la curva)

Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico
- 4 Resultados
- 5 Análisis y conclusiones

Solución propuesta

- Mapear n pixeles de la imagen en un punto del espacio de parámetros (α_i) .
- Con n puntos (x, y) tomados de la imagen, plantear y resolver un sistema de n ecuaciones lineales (1) para hallar los α_i correspondientes.

Ejemplo

Dados dos puntos $x_1, x_2 \in \mathbb{R}^2$, hallar el punto en el espacio de parámetros (m, b) correspondiente.

- Los n pixeles necesarios en cada paso se escogen aleatoriamente, de manera equiprobable.

Solución propuesta

- Cada punto p en el espacio de parámetros recibe un punto (voto) cada vez que los n pixeles seleccionados en una iteración se mapean a p o a un punto muy cercano a él.
- Se sabe que se encontró una curva cuando el puntaje de cualquier p supera un límite preestablecido

Características de la solución propuesta

Random sampling

Tomar n píxeles aleatoriamente

Converging mapping

Calcular *un punto* del espacio de parámetros con los n píxeles escogidos

Score accumulation

Dar a cada punto un voto cada vez que se obtiene un punto muy cercano o igual a él

Stepwise implementation

Eliminar de la imagen los píxeles de cada curva una vez detectada

Accumulator structure

Usar estructuras como árboles o tablas *hash* para guardar los puntajes

Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico**
- 4 Resultados
- 5 Análisis y conclusiones

Transformada Hough (HT)

Método de detección de curvas parametrizables

Características

- Cada pixel da puntos no a uno sino a muchos puntos en el espacio de parámetros (todos aquellos que pasan por el pixel)
- Debe definirse de antemano el rango del espacio de parámetros
- Su afinamiento requiere de un intercambio entre espacio de almacenamiento y tiempo de cómputo
- Cada curva se halla calculando los máximos locales de la función puntaje

Complejidad computacional

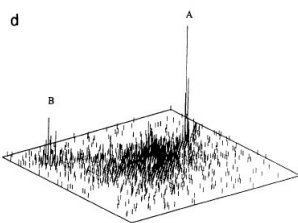
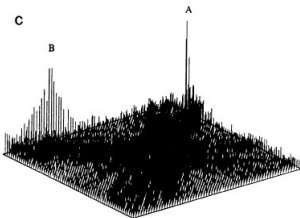
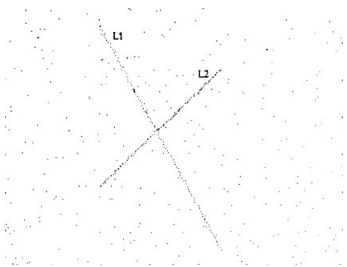
Se toman varios métodos de análisis de algoritmos para dar una medida teórica de la complejidad de la RHT

- Conteo
- Probabilidad

Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico
- 4 Resultados**
- 5 Análisis y conclusiones

Resultados



Agenda

- 1 Problema a Resolver
- 2 Solución propuesta
- 3 Marco Teórico
- 4 Resultados
- 5 Análisis y conclusiones**

Análisis de complejidad computacional de la RHT

Comparación entre HT y RHT

Hough Transform

$$O(NN_a^{n-1})$$

- N : Cantidad de pixeles «negros» de la imagen
- N_a : Tamaño del arreglo de acumulación (almacenamiento de puntaje)
- n : Cantidad de pixeles tomados en cada muestra

Rand. Hough Transform

$$O(m_t n_t N^n / n_{\min}^n)$$

- m_t : Cantidad de curvas verdaderas
- n_t : Puntaje mínimo para que se considere a un punto una curva verdadera
- n_{\min} : Cantidad de pixeles de la curva más pequeña

Conclusiones

- RHT supera considerablemente a la HT
 - Velocidad
 - Espacio de almacenamiento
 - Resistencia al ruido
- Los principales responsables del rendimiento de RHT son
 - *Converging mapping*
 - *Random sampling*
- La RHT permite usar distintos tipos de almacenamiento de los puntos, lo que también incrementa la velocidad de cómputo y disminuye el tope de almacenamiento

TODO

Estudios posibles sobre RHT

- Extenderla (y estudiar comportamiento) para detección de formas arbitrarias
- Usar información del gradiente de la imagen

Parte II

Crítica al artículo

Agenda

- 6 Pertinencia y calidad del aporte
- 7 Metodología y resultados
- 8 Presentación del documento

Agenda

6 Pertinencia y calidad del aporte

7 Metodología y resultados

8 Presentación del documento

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- **No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough**
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Pertinencia y calidad del aporte

- Es un aporte original
- Es una idea sencilla y poderosa, que brinda resultados muy superiores a otros métodos basados en HT.
- No se compara la solución presentada con métodos diferentes a la Transformada Hough
 - *Snakes*
 - Algoritmos genéticos
 - Transformada Radon
- La idea «estaba en el ambiente» (IMHO)
- El artículo recoge cerca de 5 años de experiencia de los autores con la RHT

Agenda

- 6 Pertinencia y calidad del aporte
- 7 Metodología y resultados**
- 8 Presentación del documento

Opiniones sobre la metodología

- Es muy clara
- Su funcionamiento está plenamente justificado
- Se hace hincapié en los nuevos aspectos del método de detección de curvas
- Se presentan esquemas de optimización del método presentado, y se analizan las diferencias introducidas

Resultados

Se presentan varios criterios de comparación entre HT y RHT

- Complejidad computacional
- Tiempo de computación (*flops*)
- Espacio de almacenamiento

Se formaliza la presentación de la RHT; el artículo inicial (1988) sólo mostraba el método. Este artículo caracteriza el funcionamiento de la RHT y da bases teóricas para explicar su rendimiento

Agenda

6 Pertinencia y calidad del aporte

7 Metodología y resultados

8 **Presentación del documento**

Presentación del documento

- El PDF es texto escaneado :(
- Hace falta una tabla de contenido (~ 20 páginas)
- El esquema de nombres para referirse a los algoritmos no es claro
- El artículo se estructura adecuadamente
- Es prácticamente autocontenido, definiciones adecuadas, apéndices