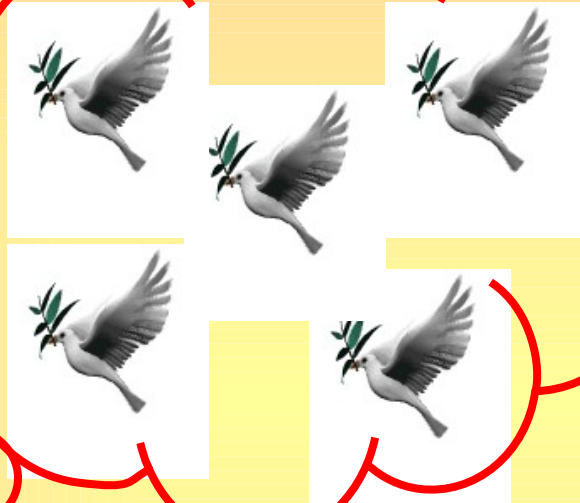


Sistemas de Numeración

Esp. JULIO CESAR PITO URBANO

Número y Numeral



5

V

~~III~~

Numeral:

Representación de un número por medio de símbolos.

Número: *Idea que se tiene de cantidad.*



¿ Qué es un Sistema de Numeración ?

Un Sistema de Numeración, **es un conjunto de reglas y principios**, que se emplean para representar correctamente los números.

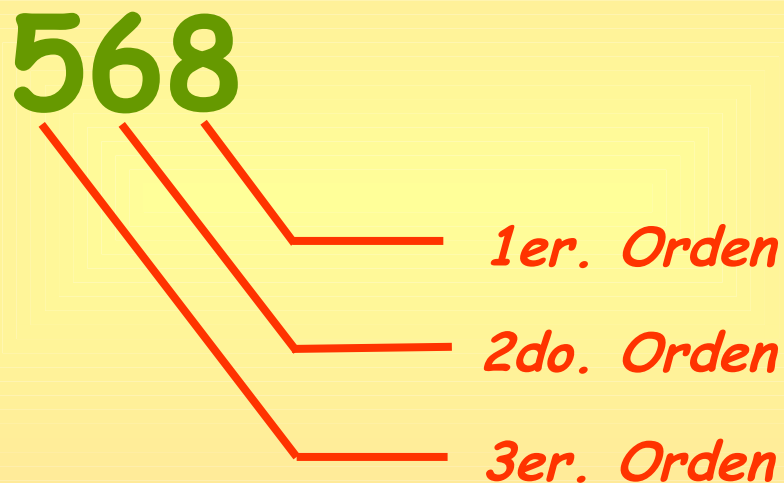
Entre estos principios tenemos:

- 1. Principio de Orden*
- 2. Principio de la Base*
- 3. Principio posicional*

1. Principio de Orden

Toda cifra en un numeral, tiene un orden, por convención, el orden se cuenta de derecha a izquierda.

Ejemplo:



Observación:

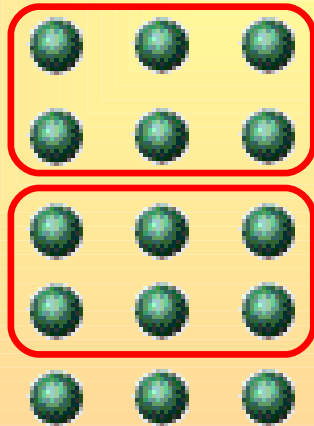
No confundir el **lugar** de una cifra, con el **orden** de una cifra, el lugar se cuenta de izquierda a derecha.

2. Principio de la Base

Todo sistema de numeración, tiene una base, que es un número entero mayor que la unidad, el cual nos indica la forma como debemos agrupar.

Ejemplo:

En el Sistema Senario (Base 6), debemos agrupar las unidades de 6 en 6, veamos:



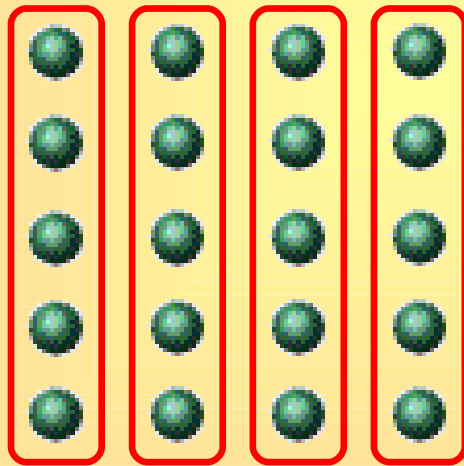
$$23_{(6)} = 15$$

Grupos

Unidades que sobran

¿ Cómo se representa Veinte en el Sistema Quinario (Base 5) ?

En el sistema "Quinario", debemos agrupar de 5 en 5.



$$40_{(5)} = 20$$

Grupos

Unidades que sobran

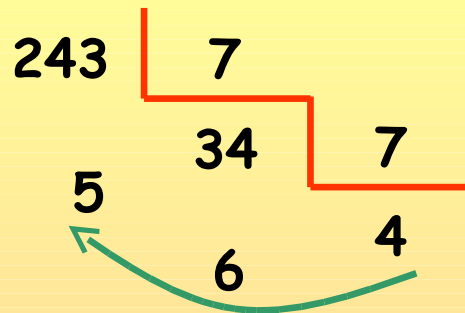
¿ Cómo representar un número en otra base ?

Para representar un número en un sistema diferente al decimal, se emplea el método de:

"Divisiones Sucesivas"

Ejemplo:

Representar 243 en el sistema heptal (*Base 7*)



Entonces:

$$243 = 465_{(7)}$$

La Base de un sistema de numeración también nos indica cuantas cifras pueden usarse en el sistema, veamos:

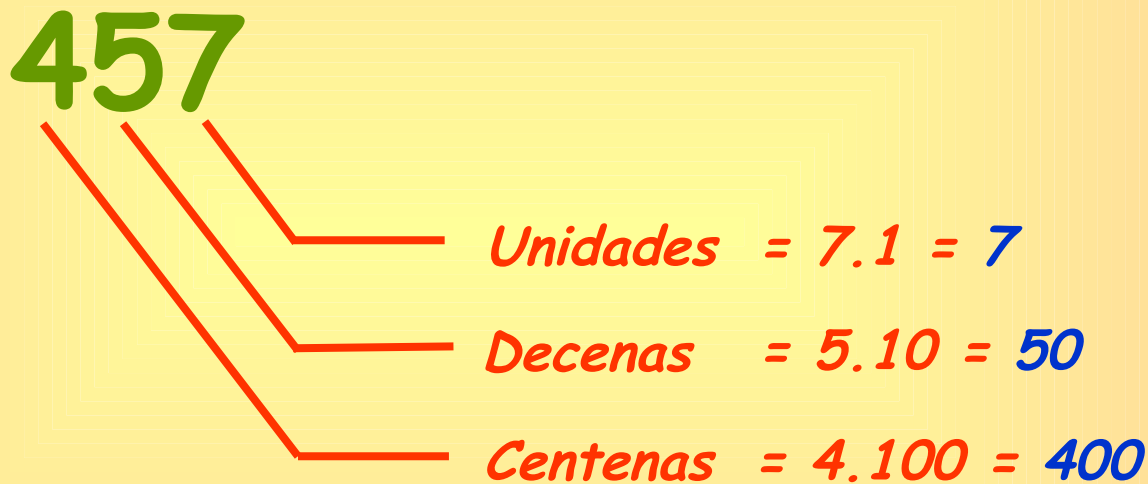
<i>Base</i>	<i>Sistema</i>	<i>Cifras que emplea</i>
2	<i>Binario</i>	0; 1
3	<i>Ternario</i>	0; 1; 2
4	<i>Cuaternario</i>	0; 1; 2; 3
5	<i>Quinario</i>	0; 1; 2; 3; 4
6	<i>Senario</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5
7	<i>Heptal</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6
8	<i>Octal</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7
9	<i>Nonario</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8
10	<i>Decimal</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9
11	<i>Undecimal</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; <i>A</i>
12	<i>Duodecimal</i>	0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; <i>A</i> ; <i>B</i>

A = 10

B = 11

3. Principio posicional:

En un numeral toda cifra tiene un "valor posicional", veamos un ejemplo:



Observación:

La suma de los valores posicionales, nos da el número.

$$400 + 50 + 7 = 457$$

Descomposición Polinómica en el Sistema Decimal

Consiste en expresar un numeral como la suma de los valores posicionales de sus cifras.

Ejemplos:

$$\overline{4x2x} = 4.1000 + x.100 + 2.10 + x.1$$

$$\overline{2ab} = 2.100 + a.10 + b.1$$

$$\overline{(x+1)xyx} = (x+1).1000 + x.100 + y.10 + x.1$$

$$\overline{3ab} = 3.100 + a.10 + b.1$$

$$\overline{ab} = a.10 + b.1$$

Descomposición polinómica de numerales representados en otros sistemas de numeración

Ejemplo:

$$4357_{(9)} = 4 \cdot 9^3 + 3 \cdot 9^2 + 5 \cdot 9 + 7 \cdot 1$$

The diagram illustrates the polynomial decomposition of the number 4357 in base 9. Red arrows point from each digit to its corresponding power of 9: 4 to 9^3 , 3 to 9^2 , 5 to 9 , and 7 to 1 .

Mas ejemplos:

$$2143_{(5)} = 2.5^3 + 1.5^2 + 4.5 + 3$$

$$124_{(6)} = 1.6^2 + 2.6 + 4$$

$$346_{(8)} = 3.8^2 + 4.8 + 6$$

$$\overline{23A5}_{(11)} = 2.11^3 + 3.11^2 + 10.11 + 5$$

$$54_{(8)} = 5.8 + 4$$

Podemos emplear la Descomposición Polinómica para hallar el equivalente de un numeral en el Sistema Decimal

Ejemplos:

$$\begin{aligned} 4521_{(7)} &= 4 \cdot 7^3 + 5 \cdot 7^2 + 2 \cdot 7 + 1 \\ &= 4 \cdot 343 + 5 \cdot 49 + 14 + 1 = 1632 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 124_{(5)} &= 1 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 4 \\ &= 1 \cdot 25 + 10 + 4 = 39 \end{aligned}$$

$$64_{(8)} = 6 \cdot 8 + 4 = 52$$

En algunos casos tendremos que descomponer numerales con valores incognitos

Ejemplos:

$$\begin{aligned}\overline{2x3y}_{(5)} &= 2.5^3 + x.5^2 + 3.5 + y \\ &= 2.125 + x.25 + 15 + y \\ &= 265 + 25x + y\end{aligned}$$

$$352_{(n)} = 3.n^2 + 5.n + 2$$

$$\overline{xyz}_{(a)} = x.a^2 + y.a + z$$

$$\overline{2abc}_{(x)} = 2.x^3 + a.x^2 + b.x + c$$

Algunos Conceptos Finales

Numeral Capicúa

Se llama así a aquel numeral que leído de derecha a izquierda, se lee igual que de izquierda a derecha.

Ejemplos:

44 ; 373 ; 4224 ; 56765 ; 876678 ; 1234321

Literalmente los representamos:

\overline{aa} ; \overline{aba} ; \overline{abba} ; \overline{abcba} ; \overline{abccba} ;

Cifra Significativa

Se llama así a toda cifra que es diferente de cero, en el sistema decimal las cifras significativas son:

1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8 y 9

Practiquemos

Ejercicio 1:

Si: $\overline{ab} + \overline{ba} = 132$, hallar $(a+b)$.

Descomponemos polinomicamente:

$$(10a + b) + (10b + a) = 132$$

Agrupamos los términos semejantes:

$$11a + 11b = 132$$

Simplificamos:

$$a + b = 12 \quad \text{..... Rpta.}$$

Ejercicio 2:

¿Cuántos numerales de dos cifras son iguales a 4 veces la suma de sus cifras?

Si es numeral de dos cifras, entonces será: \overline{ab}

Por dato: $\overline{ab} = 4(a+b)$

Descomponemos polinómicamente y multiplicamos:

$$10a + b = 4a + 4b$$

$$6a = 3b \longrightarrow 2a = b$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \\ 1 & 2 & \longrightarrow \overline{ab} = 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 4 & \longrightarrow \overline{ab} = 24 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 3 & 6 & \longrightarrow \overline{ab} = 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & 8 & \longrightarrow \overline{ab} = 48 \end{array}$$

Rpta: Hay 4 numerales de dos cifras

Ejercicio 3:

Hallar un numeral de tres cifras que empieza en 6, y que sea igual a 55 veces la suma de sus cifras.

Si el numeral empieza en 6, entonces sera: $\overline{6ab}$

Por dato: $\overline{6ab} = 55 (6+a+b)$

Descomponemos polinomicamente y multiplicamos:

$$600 + 10a + b = 330 + 55a + 55b$$

Agrupamos términos semejantes y simplificamos:

$$270 = 45a + 54b$$

$$30 = 5a + 6b$$

↓

0

6

↓

5

0

→

—

$\overline{6ab} = 605$

—

$\overline{6ab} = 660 \dots 2 \text{ Rptas.}$

Ejercicio 4:

Si a un numeral de dos cifras se le agrega dos ceros a la derecha, el numeral aumenta en 2871. Hallar el numeral.

Si es un numeral de dos cifras: \overline{ab}

Al agregarle dos ceros a la derecha, obtenemos: $\overline{ab00}$

Pero: $\overline{ab00} = \overline{ab} \cdot 100 = 100 \cdot \overline{ab}$

Por lo tanto aumentó: $100 \overline{ab} - \overline{ab} = 99 \cdot \overline{ab}$

Entonces: $99 \cdot \overline{ab} = 2871$

$\overline{ab} = 29$ Rpta.

Ejercicio 5:

Si: $\overline{abcd} = 37.\overline{ab} + 62.\overline{cd}$, hallar $(a+b+c+d)$

$$\overline{abcd} = \overline{ab00} + \overline{cd} = 100.\overline{ab} + \overline{cd}$$

Reemplazando, tenemos:

$$100.\overline{ab} + \overline{cd} = 37.\overline{ab} + 62.\overline{cd}$$

$$63.\overline{ab} = 61.\overline{cd}$$

$$\frac{\overline{ab}}{\overline{cd}} = \frac{61}{63}$$

Entonces:

$$\overline{ab} = 61 \quad \text{y} \quad \overline{cd} = 63$$

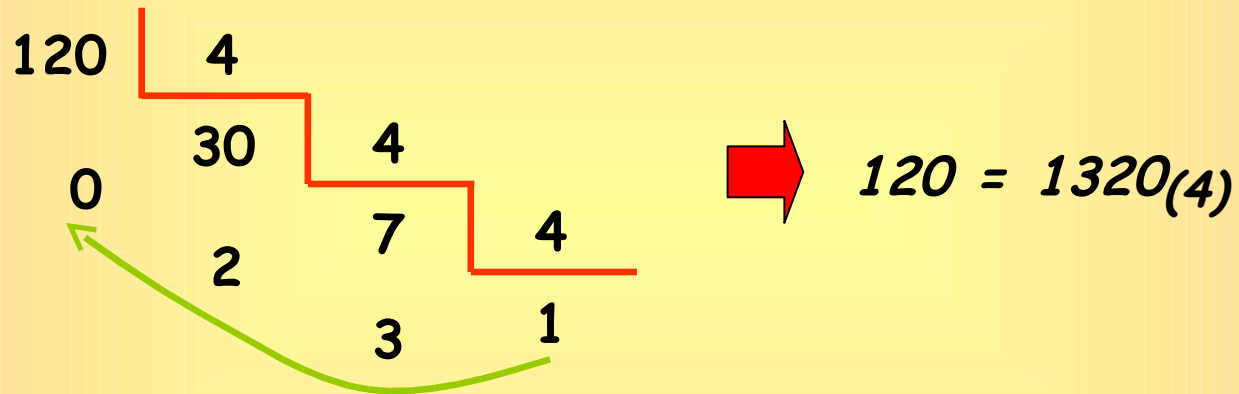
Luego:

$$a+b+c+d = 6+1+6+3 = 16 \quad \text{..... Rpta.}$$

Ejercicio 6:

Hallar el valor de "a", en: $\overline{13a0}_{(4)} = 120$

Convertimos 120 al sistema cuaternario



Reemplazando tenemos:

$$\overline{13a0}_{(4)} = 1320_{(4)} \rightarrow a = 2 \dots \text{Rpta.}$$

Ejercicio 7:

Hallar el valor de "a", en: $\overline{2a2a}_{(7)} = 1000$

Aplicamos descomposición polinómica

$$2.7^3 + a.7^2 + 2.7 + a = 1000$$

$$2.343 + a.49 + 14 + a = 1000$$

$$686 + 49a + 14 + a = 1000$$

$$700 + 50a = 1000$$

$$50a = 300$$

$$a = 6 \dots \text{Rpta.}$$

Ejercicio 8:

Si los numerales: $\overline{n23}_{(m)}$; $\overline{p21}_{(n)}$; $\overline{n3m}_{(6)}$ y $1211_{(p)}$ están correctamente escritos, hallar m, n y p.

Aplicamos: BASE > CIFRA

$$\overline{n23}_{(m)} \rightarrow m > n \text{ y } m > 3$$

$$\overline{p21}_{(n)} \rightarrow n > p \text{ y } n > 2$$

$$\overline{n3m}_{(6)} \rightarrow 6 > n \text{ y } 6 > m$$

$$1211_{(p)} \rightarrow p > 2$$

Ordenando, tenemos: $6 > m > n > p > 2$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $5 \quad 4 \quad 3 \quad \dots \text{ Rptas.}$

Ejercicio 9:

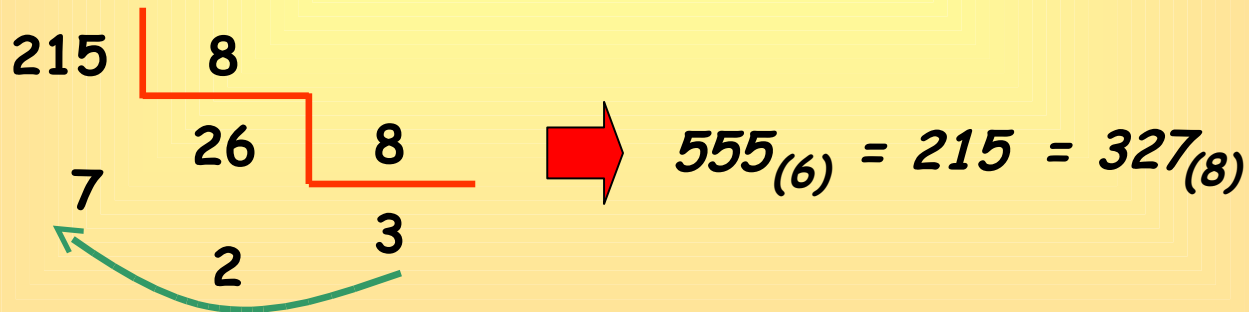
Expresar en el sistema octal, el mayor número de tres cifras de base 6, dar la cifra de menor orden.

El mayor número de tres cifras de base 6 es: $555_{(6)}$

Pasándolo a base 10:

$$555_{(6)} = 5 \cdot 6^2 + 5 \cdot 6 + 5 = 180 + 30 + 5 = 215$$

Ahora al sistema octal (base 8):


$$215 \begin{array}{l} \text{8} \\ \hline 26 \\ \text{7} \end{array} \begin{array}{l} \text{8} \\ \hline 3 \\ \text{2} \end{array} \Rightarrow 555_{(6)} = 215 = 327_{(8)}$$

La cifra de menor orden es 7 Rpta.