Экзамен по математической физике

Задача №1

Начальный ток в отрезке $0 \leq x \leq l$ линии без искажений отсутствовал, а напряжение описывалось функцией $\varphi(x)$. Найти ток в линии и напряжение при $t > 0$, если правый конец линии заземлён, а левый - изолирован.

Экзамен по математической физике

Задача №2

Отрезок струны с закрепленными концами до начального момента времени находился в состоянии равновесия под действием поперечной силы $F_0 = \text{const}$, приложенной к точке x_0.

Найти колебания струны при $t > 0$ после снятия силы.

Экзамен по математической физике

Задача №3

Правый конец стержня $x = l$ закреплен упруго, а к левому $x = 0$ приложена продольная постоянная сила $F_0(t) = F_0 = \mathrm{const}$, под действием которой стержень покоится.

Найти колебания стержня после внезапного снятия силы в момент времени $t = 0$.

Экзамен по математической физике

Задача №4

Найти поперечные колебания прямоугольной мембраны $0 \leqslant x \leqslant l_1, 0 \leqslant y \leqslant l_2$ с закрепленной границей, вызванные поперечным сосредоточенным импульсом I, который сообщается мембране в точке (x_0, y_0) в начальный момент времени. Сопротивлением среды пренебречь.

Экзамен по математической физике

Задача №5

Найти температуру в однородном теплопроводящем стержне длины l, если правый его конец теплоизолирован, на левом конце поддерживается температура $\exp\left(-\frac{t}{4l^2}\right)$, а начальная температура равна 1.

Экзамен по математической физике

Задача №6

Найти продольные колебания однородного упругого стержня длины l, правый конец которого закреплен, а на левый действует сила

$$F(t) = A\sin\omega_1 t + B\sin\omega_2 t.$$

Экзамен по математической физике

Задача №7

Найти напряжение в однородном проводе с параметрами R, L, G, C, если начальные ток и напряжение равны нулю, конец $x = l$ заземлен, а к концу $x = 0$ с момента времени $t > 0$ приложена постоянная ЭДС $\mathcal{E}_0$.

Экзамен по математической физике

Задача №8

Начальная температура тонкого стержня равна нулю, температуры концов равны соответственно U_1, U_2. На боковой поверхности стержня происходит конвективный теплообмен со средой нулевой температуры. Найти изменение температуры во времени.

Экзамен по математической физике

Задача №9

Найти напряжение в однородном проводе с параметрами R, L, G, C, если начальные ток и напряжение равны нулю, к концу $x = l$ с момента времени $t = 0$ приложена ЭДС $\mathcal{E}(t) = E_0 \sin \omega t$, а конец $x = 0$ изолирован.

Экзамен по математической физике

Задача №10

Найти продольные колебания стержня $0 \leqslant x \leqslant l$ в среде без сопротивления под действием силы

$$F(t) = At^m, \ m > 1,$$

приложенной с момента времени $t = 0$ к концу $x = l$, если другой конец стержня жестко закреплен. Начальные скорость и растяжение стержня нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №11

Конец стержня $x = 0$ закреплен жестко, а к свободному концу $x = l$ с нулевого момента времени приложена постоянная сила F_0. Найти продольные колебания стержня, если начальные скорость и растяжение стержня нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №12

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M, подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ жестко закреплен.

Экзамен по математической физике

Задача №13

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M, подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ закреплен на пружине заданной жесткости.

Экзамен по математической физике

Задача №14

Найти закон изменения температуры при $t > 0$ однородного стержня длины l с теплоизолированной боковой поверхностью, если начальная температура стержня равна $u_0\,(x/l)^2$.

Левый конец $x = 0$ теплоизолирован, а на правом конце $x = l$ поддерживается постоянная температура u_0.

Экзамен по математической физике

Задача №15

Струна $0 \leqslant x \leqslant l$ с закрепленными концами находилась до момента времени $t = 0$ в равновесии под действием поперечной силы $F_0 = \text{const}$, приложенной в точке $x = x_0$. Найти колебания струны после снятия силы.

Экзамен по математической физике

Задача №16

Найти колебания полуограниченной струны, закрепленной в точке $x = 0$, возбужденной начальным отклонением $x^2 \sin x$ и начальной скоростью $x \sin^2 x$.

Экзамен по математической физике

Задача №17

Однородный стержень висит на нитке вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M, подвешенным на нитке на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва обеих ниток.

Экзамен по математической физике

Задача №18

Найти закон распределения температуры однородного линейного стержня $0 \leqslant x \leqslant l$ при $t > 0$, если начальная температура нулевая. На правом конце стержня поддерживается нулевая температура, температура правого конца изменяется по закону

$$u_0 \exp\left(-\alpha t\right), \; u_0, \alpha = \mathrm{const}\,.$$

Боковая поверхность стержня теплоизолирована.

Экзамен по математической физике

Задача №19

Найти стационарное распределение температуры внутри бесконечного цилиндра радиуса r_0, если на его поверхности поддерживается температура

$$u_0 \sin\varphi,$$

где $u_0 = \mathrm{const}$, φ - полярный угол.

Экзамен по математической физике

Задача №20

Однородная струна длиной l закреплена на концах. В начальный момент времени она оттянута в точке $x = l/4$ на малое расстояние h, затем отпущена без начальной скорости. Найти форму струны при $0 \leqslant t \leqslant \frac{l}{4a}$(изобразить графически все фазы) .

Экзамен по математической физике

Задача №21

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R, если начальная его температура равна 0, а на поверхности задан постоянный нормальный поток тепла q.

Экзамен по математической физике

Задача №22

Найти закон свободных колебаний круглой мембраны радиуса r_0, закрепленной вдоль контура границы, если все внутренние точки мембраны в начальный момент времени получают одинаковую скорость $0.01a$. Начальное отклонение равно нулю.

Экзамен по математической физике

Задача №23

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R, если начальная температура всех его точек одинакова и равна u_0, а на поверхности происходит теплообмен со средой нулевой температуры.

Экзамен по математической физике

Задача №24

Нарисовать все качественно различные фазы колебания при $t > 0$ отрезка струны $0 \le x \le 3l$ с начальными данными вида:

$$\left\{ \begin{array}{l} u'_t\,(x,0) = 0, \\ u\,(x,0) = \left\{ \begin{array}{ll} \frac{hx}{l}, & 0 \le x \le l, \\ -\frac{h(x-3l)}{2l} & l \le x \le 3l. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Экзамен по математической физике

Задача №25

Найти закон остывания бесконечного однородного цилиндра радиуса r_0, если в начальный момент времени температура его была равна u_0, а на поверхности при $t > 0$ поддерживается нулевая температура.

Экзамен по математической физике

Задача №26

Найти температуру стержня $0 \leqslant x \leqslant l$ при $t > 0$, левый конец и боковая поверхность которого теплоизоливаны, а на правом конце происходит теплообмен со средой температуры u_0. Начальная температура стержня нулевая.

Экзамен по математической физике

Задача №27

Найти поперечные колебания круглой мембраны $0 \leqslant r \leqslant r_0$, вызванные сосредоточенной поперечной силой $p = p_0 \sin \omega t$, приложенной к центру пластины (колебания мембраны репродуктора). Край мембраны закреплен.

Экзамен по математической физике

Задача №28

Край круглой мембраны $0 \leqslant r \leqslant r_0$ движется по закону

$$u\,(r_0, t) = A \sin \omega t,\; t > 0.$$

Найти колебания мембраны при нулевых начальных условиях.

Экзамен по математической физике

Задача №29

Найти температуру однородного бесконечного круглого цилиндра радиуса r_0, если начальная его температура $U_0 = \text{const}$, а на поверхности происходит конвективный теплообмен со средой нулевой температуры.

Экзамен по математической физике

Задача №30

Найти колебания упругого стержня, правый конец которого закреплен, а на левый действует при $t > 0$ сила

$$F(t) = A \exp(-\alpha t) \, .$$

Начальные скорость и растяжение равны нулю.

Экзамен по математической физике

Задача №31

Левый конец изолированного по бокам теплопроводящего стержня поддерживается при постоянной температуре u_0, а на правый подается извне поток тепла

$$A \exp\left(-\alpha t\right), \; t > 0.$$

Найти закон изменения температуры стержня, если начальная температура нулевая..

Экзамен по математической физике

Задача №32

Найти решение смешанной задачи

$$\begin{cases} u''_{tt} = a^2 u''_{xx}, & x > 0, t > 0 \\ u'_x(0,t) = \nu(t), & t > 0 \\ u(x,0) = 0, & x > 0 \\ u'_t(x,0) = 0, & x > 0. \end{cases}$$

Подобрать физическую задачу, описываемую данной математической моделью.

Экзамен по математической физике

Задача №33

Найти колебания отрезка упругого стержня, левый конец которого свободен, а правый - жестко закреплен, если начальная скорость точек стержня нулевая, а начальное отклонение имеет вид

$$A\left(x-l\right).$$

Экзамен по математической физике

Задача №34

Начальный ток в отрезке $0 \le x \le l$ линии без искажений отсутствовал, а напряжение описывалось функцией $\varphi(x)$. Найти ток в линии и напряжение при $t > 0$, если оба конца линии изолированы.

Экзамен по математической физике

Задача №35

Найти стационарное распределение температуры внутри однородного бесконечного цилиндра радиуса r_0, если на одной половине его поверхности $(0 \leqslant \varphi \leqslant \pi)$ поддерживается температура T_1, а на другой $(\pi \leqslant \varphi \leqslant 2\pi)$ - температура T_2.

Экзамен по математической физике

Задача №36

Найти закон остывания бесконечного цилиндра радиуса r_0, если начальная его температура равна

$$u_0 J_0 \left(\frac{\mu_1^{(0)} r}{r_0} \right),$$

где $\mu_1^{(0)}$ - первый положительный корень функции бесселя J_0. На поверхности цилиндра поддерживается нулевая температура.

Экзамен по математической физике

Задача №37

Найти температуру в однородном теплопроводящем стержне длины l, если на правом его конце поддерживается температура $\exp(-t)$, на левом конце - нулевая температура, а начальная температура равна $\frac{x}{l}$.

Экзамен по математической физике

Задача №38

На струну длины l действует внешняя сила, распределенная с плотностью

$$f(x,t) = A\sin\frac{\pi a t}{l}.$$

Найти закон колебаний струны, если ее концы закреплены, а начальные условия нулевые.

Экзамен по математической физике

Задача №39

Однородный стержень висит вертикально в поле силы тяжести и дополнительно растянут грузом массы M, подвешенным на его конце $x = l$. Найти упругие колебания стержня после обрыва груза, если конец $x = 0$ закреплен на пружине заданной жесткости.

Экзамен по математической физике

Задача №40

Найти температуру однородного теплопроводящего цилиндра радиуса R, если начальная температура всех его точек одинакова и равна u_0, а на поверхности происходит теплообмен со средой нулевой температуры.