בעיית הספיקות היחסית ופתרונה בשיטת DPLL*

איתי בארלי itaybeerli@yahoo.com

17 באפריל 2006

תקציר

בבעיית הספיקות היחסית נתונים פסוק מסדר ראשון ואוסף אילוצים T. אנו נדרשים להכריע אם הפסוק ספיק תחת האילוצים. זוהי הכללה של בעיית הספיקות בתחשיב הפסוקים, SAT. מתוארת התכנית DPLL(T) הפותרת בעיה זו בסיגים מסויימים. תוכנית זו בשימוש נרחב בתוכנות עכשוויות להוכחה מכנית.

מסמך זה מבוסס על המאמר:Solving SAT and SAT Modulo Theories: from an Abstract Davis-Putnam-Logemann-Loveland Procedure to DPLL(T) (סעיפים 2 ו-3 ומעט מ-4.3 ו-4.4). http://www.cs.uiowa.edu/~tinelli/html/papers.html

1 מבוא - בעיית הספיקות היחסית

אפילו היתה בידינו שיטה יעילה לפתרון הבעיה SAT, לא מחשבנו עוד את ההוכחה המתימטית במלוא כלליותה. לפי משפט Church בעיית הספיקות בתחשיב היחסים - בניגוד לתחשיב הפסוקים - אינה כריעה. אמנם אין שיטה המכריעה, בהינתן פסוק כלשהו בשפה מסדר ראשון, אם הוא ספיק; אולם בהגבלות שונות - על הפסוקים או על הדגמים המספקים - הבעיה כריעה. למשל אם מגבילים את קבוצת הפסוקים לקבוצה סופית או את הדגמים לבעלי תחום סופי שמספר איבריו חסום. באופן כללי, תורה היא מערכת מגבלות על מבנה הפסוקים וסוג הדגמים הבאים בחשבון. ישנם בשימוש היום מכריעים יעילים למספר תורות שימושיות, למשל תורת השוויונים התחביריים ותורת תחשיב ההפרשים.

תורת השוויונים התחביריים בתורת השוויונים התחביריים[1] הפסוקים גימומי נוסחאות מהצורה: $\alpha = \beta$ או $\alpha \neq \beta$, באשר α ו-β שמות-עצם סגורים (כלומר נטולי משתנים). הדגמים הם אלו שבהם פירוש סימן היחס הוא הזהות.

תחשיב ההפרשים בתחשיב ההפרשים[2] הפסוקים גימומי נוסחאות מהצורה: $a \leq b+k$ או $a \nleq b+k$, באשר a ו-b קבועים (גממים שונים עשויים להכיל קבועים שונים), ו-k מספר שלם. הדגם דגם המספרים השלמים.

הבעיה שבמוקד עניינו במסמך זה:

*במסמך זה נסיתי למזער את השימוש במילים לועזיות. מילון עברי-אנגלי-עברי למלים נבחרות - בנספח. כתבתי מסמך זה בתוכנה LyX 1.3.4 (http://www.lyx.org/about/i18n.php).

[1] תורת השוויונים התחביריים=EUF (Equality with Uninterpreted Functions)

[2] תורת תחשיב ההפרשים=Difference Logic

בעיית הספיקות היחסית תהי T תורה כריעה. בבעיית הספיקות היחסית[3] עלינו לקבוע, בהינתן נוסחה F (באותו מילון), אם אחד מדגמי T מספק אותה. (אם כך נאמר כי F ספיק ביחס ל-T.)

- בסעיף ב' נגדיר ביתר דיוק מהי תורה ונגביל את התורות שנעסוק בהן בהמשך.
- בסעיף ג' נתאר גישות לפתרון בעיית הספיקות היחסית. רק גישה אחת מהן, הגישה המשולבת, היא בשימוש נרחב היום. נסביר מדוע.
- בסעיף ד' נתאר תכנית הכתובה ברוח הגישה המשולבת: התוכנית המתפצלת $\mathrm{DPLL}(T)$.
- בסעיף ה' נתאר כמה הרחבות ל-$\mathrm{DPLL}(T)$, המיועדות לשיפור יעילותה.

2 תורות

יהי Σ מילון מסדר ראשון. לא נזכיר אותו יותר, אך המונחים השונים להלן מוגדרים ביחס אליו.

לבנה היא נוסחה נטולת קשרים, כמתים ומשתנים. האות b תייצג לבנים. סמין הוא לבנה או שלילתה. האות l תייצג סמינים. l סמין בלבנה b אם $l = b$ או $l = \neg b$. שלילתו של סמין: $\neg l = b$ אם $l = \neg b$; $l = \neg l$ אם $l = b$. הצבה היא גימום סמינים שאין בו סמין ושלילתו גם יחד ולא שני גממים שהם אותו סמין. האות M תייצג הצבות. פסוקית היא איווי סמינים. האות C תייצג פסוקיות. האות F תייצג גימום פסוקיות. פסוק הוא נוסחה סגורה (כלומר נטולת משתנים חפשיים). סמין, הצבה ופסוקית - כולם פסוקים. האות p תייצג פסוק ו-P - קבוצת פסוקים.

תורה היא זוג: $\langle P_1, P_2 \rangle$ (P_1 ו-P_2 קבוצות פסוקים). האות T תייצג תורות. בעיית הספיקות ביחס ל-T: בהינתן פסוק p, האם הקבוצה $P_1 \cup \{p\}$ ספיקה? (p לאו דווקא ב-P_2). אם כך, p ספיקה ביחס ל-T. מכריע ל-T היא תכנית המכריעה בעיה זו ביעילות עבור $p \in P_2$. נניח מעתה ש-p זו בבעיית הספיקות היחסית הינה גימום פסוקיות, ונשתמש על כן באות F במקום p. נגביל את הדיון לתורות שלהן מכריעים.

שתי התורות המוזכרות במבוא הן תורות לפי ההגדרה הנוכחית. בתורת השוויונים התחביריים, P_1 מורכבת משלושת משכלי השוויון (חזרניות, דמיון-ראי ועברניות) וכן מנוסחה מהצורה: $(\forall x_i, y_i)\, x_i = y_i \rightarrow f(x_1, \ldots, x_n) = f(y_1, \ldots, y_n)$ לכל סימן העתקה f (n-מקומי). P_2 היא קבוצת ההצבות. בתחשיב ההפרשים, P_1 אינסופית: משכלי תורת המספרים השלמים. P_2 היא תת-קבוצה זו של קבוצת ההצבות, שה-צבותיה מוגבלות לסמינים בלבנים שתבניתן $a \leq b + k$, k שלם.

נגביל את הדיון לתורות שעבורן P_1 סופית ו-P_2=קבוצת ההצבות. ניתן בקלות להתאים את הדיון הבא ל-P_1 אינסופית וכן ל-P_2 כללית יותר, כדוגמת אלו המתאימות לתחשיב ההפרשים. מעתה נתעלם מ-P_2, ונתייחס ל-T כאל גימום פסוקי P_1. בעיית הספיקות היחסית מקבלת עתה את הצורה הבאה: בהינתן גימום פסוקיות F, האם $T \wedge F$ ספיקה?

[3] בעיית הספיקות היחסית=SMT (Satisfiability Modulo Theories)

3 גישות לפתרון בעיית הספיקות היחסית

3.1 הגישות הפשוטות[4]

3.1.1 צמצום ל-SAT

המר את F בפסוק F', הספיק בתחשיב הפסוקים אם F ספיקה ביחס ל-T. פתור בעיית SAT עם קלט F'. ההמרה תלויה בתורה; אין שיטה חישובית כללית לבצעה.

3.1.2 צמצום ל-T

המר את הגמאו הנתונה F באוגם סמינים שקולה. האוגם ספיקה ביחס ל-T אם אחד אווייה ספיק ביחס ל-T (תן למכריע T להכריע בעניין). למרבה הצער, המעבר מגמאו לאוגם עשוי להיות מאוד לא יעיל, ולכן גישה זו אינה בת-ביצוע.

3.2 הגישה המשולבת[5]

גישה זו משלבת בין שתי הגישות הפשוטות. בבסיס הגישה המעורבת האבחנה הבאה: F ספיקה ביחס לתורה T אם יש לה הצבה מספקת M (כלומר אם יש הצבה M כך ש-$M \models F$) ו-M ספיקה ביחס ל-T (כלומר הגימום $T \wedge M$ ספיק). הצבה M העונה על שתי הדרישות הללו נכנה הצבה מתאימה. תוכנית הכתובה ברוח הגישה המעורבת בנויה בערך כך (אולם כפי שנראה זו אינה הגרסה היחידה האפשרית):

1. צעד א': בדוק ספיקות הגמאו הנתונה, F, כפסוק בתחשיב הפסוקים, ללא התייחסות למבנה הפנימי שלה. אם F ספיקה בתחשיב הפסוקים, מצא הצבה מספקת M.
2. צעד ב':
   (א) אם F אינה ספיקה בתחשיב הפסוקים, הרי שאינה ספיקה גם ביחס ל-T.
   (ב) אם F ספיקה בתחשיב הפסוקים, בדוק בעזרת המכריע-T אם M ספיקה ביחס ל-T.
3. צעד ג':
   (א) אם M ספיקה ביחס ל-T, לפי האבחנה F ספיקה ביחס ל-T.
   (ב) אחרת הוסף ל-F את $\neg M = \neg(l_1 \wedge l_2 \wedge \ldots \wedge l_n) = \neg l_1 \vee \neg l_2 \vee \ldots \vee \neg l_n$ וחזור לצעד א'.

נתאר תכנית מפשטת הכתובה ברוח הגישה המשולבת. התכנית, הידועה כ-DPLL(T) על שם מחבריה: Martin Davis, Hilary Putnam, George Logemann ו- Donald W. Loveland[6] רווחת במוכיחים ממוחשבים עכשויים. ה-T ב-DPLL(T) מייצג את התורה

[4] בדומה ל- Eager SMT techniques במאמר.
[5] בדומה ל- Lazy SMT techniques/the lazy aproach במאמר.
[6]

- M. Davis and H. Putnam (1960) A Computing Procedure for Quantification Theory. Journal of the ACM 7(1), pages 201-215.
- M. Davis, G. Logemann, and D. Loveland (1962). A Machine Program for Theorem Proving. Communications of the ACM 5(7), pages 394-397.

שביחס לה נבדקת הספיקות. מבנה $\mathrm{DPLL}(T)$ קרוב לזה המשורטט לעיל, אך הם אינם זהים.

4 התוכנית המתפצלת DPLL(T)

4.1 תיאור התוכנית

קלט

1. גימום פסוקיות: $F = C_1 \vee C_2 \vee \ldots \vee C_k$.
2. מכריע לתורה $T = p_1 \wedge p_2 \wedge \ldots \wedge p_n$.

פלט הצבה $M = l_1 \wedge l_2 \wedge \ldots \wedge l_n$ המספקת את F, שהיא ספיקה ביחס ל-T; או "בלתי ספיקה!" אם F בלתי ספיקה ביחס ל-T.

מהלך התכנית נגדיר קבוע P: קבוצת הסמינים של F.

1. נצא מן ההצבה הריקה, $M := \varnothing$. סמין $l \in P$ חופשי ב-M אם l ו-$\neg l$ אינם גממים של-M. סדר הסמינים ב-M חשוב.
2. נבצע אחד משני הצעדים הבאים לפי בחירתנו:
   (א) ("ניחוש")[7] מהסמינים החופשיים ב-M נבחר באקראי אחד, ונוסיפו ל-M: $M := M \wedge l$. סמין שנוסף ל-M כתוצאה מצעד זה ייקרא: סמין מנוחש. אם יש ב-M סמין מנוחש[8], M מנוחשת.
   (ב) ("היסק")[9] נסמן: $M = M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_n \wedge M_n$ באשר l_1, l_2, ..., l_n הם כל הסמינים המנוחשים של M. תהי $C \vee l$ פסוקית שסמיניה ב-P (למשל, אבל לא בהכרח, אחת מפסוקיות F), המקיימת:
      i. $T \wedge F \models C \vee l$,
      ii. $M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_j \wedge M_j \models \neg C$, $0 \leq j \leq n$,
      iii. l חופשי ב-$M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_j \wedge M_j$.
      הצב: $M := M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_j \wedge M_j \wedge l$.
3. לפי בחירתנו:
   (א) נחזור על צעד ב' (אם אפשר), או
   (ב) נעצור, בתנאי שחל אחד התנאים:
      i. M מספקת את F וספיקה ביחס ל-T.
      ii. $A \models \neg F$ או M אינה ספיקה ביחס ל-T, ו-M אינה מנוחשת[10].
   במקרה הראשון נעצור ונפלוט: M; במקרה השני נעצור ונפלוט "בלתי ספיקה!".

[7] כלל זה מקביל לכלל Decide במאמר.
[8] סמין מנוחש=decision literal במאמר.
[9] כלל זה מכליל את שלושת הכללים במאמר: UnitPropagate, Backjump ו- TheoryPropagate.
[10] כלל זה מקביל לכלל Fail במאמר.

4.2 נכונות התוכנית

4.2.1 נאותות ושלמות

קל לוודא כי השמורה הבאה נשמרת בכל עת: $T \wedge F \wedge l_1 \wedge l_2 \wedge \ldots \wedge l_j \models M_j$ $(0 \leq j \leq n)$, באשר l_1, l_2, ..., l_n הם כל הסמינים המנוחשים של ההצבה הנוכחית M, $M = M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_n \wedge M_n$. עתה קל לוודא שאם התכנית נגמרת, הפלט שלה נכון.

4.2.2 התוכנית מוגדרת היטב

טענה אם M רוויה (כלומר אף סמין מ-P אינו חופשי ב-M), צעד 2ב' או 3ב' בני-ביצוע.

הוכחה משום ש-M רוויה, $M \models F$ או $M \models \neg F$. כך גם אם M אינה מנוחשת, צעד 3ב' בן-ביצוע. כך גם אם M מספקת את F וספיקה ביחס ל-T. אחרת תהי $M = M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_n \wedge M_n$. בשקילות $M \models \neg F$. נניח: $M \models \neg F$. מהשמורה המתוארת בסעיף 4.2.1, $T \wedge F \wedge l_1 \wedge l_2 \wedge \ldots \wedge l_n \models M$. לכן $T \wedge F \models \neg l_1 \vee \neg l_2 \vee \ldots \vee \neg l_n$. עתה צעד 2ב' בן-ביצוע אם נסמן: $C = \neg l_1 \vee \neg l_2 \vee \ldots \vee \neg l_{n-1}$, $l = l_n$ ו- $j = n - 1$. $\square$

4.2.3 סופיות

הצבה מוערת היא זוג $\langle M, d \rangle$ באשר $M = l_0 \wedge l_1 \wedge \ldots \wedge l_n$ הצבה ו-d העתקה: $d : \{0, 1, 2, \ldots, n\} \to \{\top, \bot\}$. אם $d_i = \top$, נסמן: l_i^d ונכתוב: הציון ה-i-י מוער. אם $d \equiv \bot$, A כבויה. נסמן: $\widetilde{M} = M_0 \wedge l_1^d \wedge M_1 \wedge l_2^d \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_m^d \wedge M_m$, באשר כל הציונים המוערים הם ציוני הגממים l_1^d, l_2^d, ..., l_m^d.

לכל הצבה מוערת $\widetilde{M} = M_0 \wedge l_1^d \wedge M_1 \wedge l_2^d \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_m^d \wedge M_m$ נתאים סדרת מספרים, M', כדלקמן. $M' = \langle |M_0|, |M_1|, \ldots, |M_m| \rangle$ (=מספר הגממים ב-M_i). נגדיר יחס סדר חלקי על קבוצת ההצבות המוערות. $\widetilde{M_1} \leq \widetilde{M_2}$ אמם $M_1' \leq M_2'$, באשר הסדר בין סדרות מספרים הוא הסדר המילוני.

לכל הצבה $M = M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_m \wedge M_m$ המתקבלת במהלך ריצת התכנית, באשר l_1, l_2, ..., l_n הם כל הסמינים המנוחשים של M, נתאים את ההצבה המוערת $M_0 \wedge l_1^d \wedge M_1 \wedge l_2^d \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_m^d \wedge M_m$. ניתן לראות כי סדרת ההצבות המוערות המתאימה לסדרת ההצבות המתקבלות במהלך ריצת התכנית עולה ממש.

5 תוספות ל-DPLL(T) לשיפור היעילות

אפשר להוסיף לצעד 2 את האפשרויות הבאות.

5.1 טיהור[11]

אם הסמין l מופיע ב-F, אך $\neg l$ אינו מופיע שם, ניתן להוסיף את l ל-M: $M := M \wedge l$.

5.2 למידה

5.2.1 למידה

תהי $C = l_1 \vee l_2 \vee \ldots \vee l_n$ פסוקית שסמיניה ב-P. אם $T \wedge F \models C$, ניתן להוסיף את C ל-F: $F := F \wedge C$.

[11] כלל זה מקביל לכלל PureLiteral במאמר.

משתמשים במהלך זה כך. נניח שבמרוצת התכנית הגענו למצב שבו $M \models \neg F$ או $M \models T$ ו-M מנוחשת. תהי $M = M_0 \wedge l_1 \wedge M_1 \wedge l_2 \wedge M_2 \wedge \ldots \wedge l_m \wedge M_m$, באשר l_1, l_2, ..., l_n הם כל הסמינים המנוחשים של M. אז אין הצבה מתאימה שהיא הרחבה של $l_1 \wedge l_2 \wedge \ldots \wedge l_n$. כלומר יש תת קבוצה של סמינים מנוחשים, $\{l_{i_1}, l_{i_2}, \ldots, l_{i_n}\}$, כך ש-$T \wedge F \models C = \neg l_{i_1} \vee \neg l_{i_2} \vee \ldots \vee \neg l_{i_n}$. נרצה ללמוד מהנסיון ולהימנע מסדרת ניחושים הכוללת את כל הסמינים l_{i_j} גם יחד. נעשה זאת ע"י הוספת C ל-F. עתה אם בהמשך התוכנית תתקבל הצבה המכילה $n-1$ מהסמינים הללו, נוכל בצעד ההיסק להוסיף את שלילת הסמין הנותר להצבה, וכך למנוע את תת ההצבה השגויה הזו. את C מוצאים ע"י ניתוח גרף התלויות[12] בדומה לאשר ראינו בהרצאה הקודמת. פרטים נוספים במאמר.

5.2.2 שכיחה

אם C_i גמם של $F = C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_i \wedge \ldots \wedge C_n$, המקיים $T \wedge F \models C_i$, נוכל להסירו מ-F: $F := C_1 \wedge C_2 \wedge \ldots \wedge C_{i-1} \wedge C_{i+1} \wedge \ldots \wedge C_n$.

משתמשים בשכיחה בשילוב למידה. למידה מגדילה את F ובכך מגדילה את סיכויינו להימנע מניחושים שגויים. אולם ל-F גדולה מדי השפעה שלילית על יעילות התוכנית. נדרשת מדיניות חכמה כדי להחליט, בלי שעצם ההחלטה תכביד יתר על המידה על יעילות התכנית, אילו גממים ניתן להסיר ואילו מהם כדאי בכל זאת להשאיר. קיימים תכסיסים שונים. דיון בנושא זה ניתן למצוא במאמר.

ע"מ להבטיח סופיות התוכנית, יש להגביל את השימוש בצמד המהלכים למידה ושכיחה למשל ע"י איסור רצף אינסופי של צעדים כאלו.

5.2.3 איתחול

"לו ידענו מראש את שאנו יודעים כעת, היינו עושים הכל אחרת". מחקרים מראים שאיתחול התכנית מדי פעם - תוך שמירה על התוספות שהתוספו ל-F בלמידה - רווח בצידו. פרטים נוספים במאמר.

ע"מ להבטיח סופיות התוכנית, יש להגביל את השימוש במהלך זה, למשל כך. תהי $\alpha = \langle M_1, M_2, \ldots, M_n \rangle$ סדרת ההצבות המתקבלות במרוצת התכנית. אזי בכל תת-סדרה $\langle M_i, \ldots, M_j, \ldots, M_k \rangle$ שצעדי האיתחול היחידים בה הם השלושה M_i, M_j ו-M_k, יש יותר צעדים בין M_j ל-M_k מאשר בין M_i ל-M_j, או ב-$\langle M_j, \ldots, M_k \rangle$ נלמדת פסוקית שאינה נשכחת בהמשך הגזירה.

א נספח: מילון עברי-אנגלי-עברי למונחים ממדע המחשב ומתחומים קרובים

רוב הערכים להלן לפי מאגרי האקדמיה ללשון העברית[13]. הערכים "אווי", "איווי", "גימום" ו"גמם" לפי "לוגיקה מתימטית" בהוצאת האוניברסיטה הפתוחה (1985)[14]. הערכים "מילון", "נאותות" ו"פסוק" מתוך המילון למונחים בלוגיקה בעריכת אודי בוקר[15]. הערכים

[12] גרף התלויות=conflict graph במאמר.

[13] אתר האקדמיה ללשון העברית: http://hebrew-academy.huji.ac.il/.

[14] כרטיס הכותר "לוגיקה מתימטית" במאגר המאוחד של ספריות המוסדות להשכלה גבוהה בישראל (ULI): http://aleph1.libnet.ac.il:80/F/P3631EP65VJF5IXQB5GXN8LU4K96JLF7QK8HI5977R1VPSDTCA-01677?func=short-sort&set_number=000457&sort_option=02---A03---A.

[15] דף המילון למונחים בלוגיקה בעריכת אודי בוקר: http://www.cs.tau.ac.il/~udiboker/logic/english_hebrew_lexicon.html.

הבאים הם פרי מוחי, למיטב ידיעתי: "אוגם", "גמאו", "גמיש", "דמיון-ראי", "לבנה", "מתפצל (תכנית מתפצלת)", "סדר מילוני", "תכנית מפשטת" ו"תכסיס".

א.1 מילון עברי-אנגלי

עברית	English
אוגם (נוסחת אוגם)	DNF formula
אווי	disjunct
איווי	disjunction
גימום	conjunction
גמאו (נוסחת גמאו)	CNF formula
גמם	conjunct
דגם	model
דמיון-ראי	symmetry
הוכחה ממוחשבת	automated theorem-proving
העתקה	function
חזרניות	reflexivity
כמת	quantifier
כריע	decidable
לבנה	atom/atomic formula
למחשב	automate
לפלוט	output
מוכיח ממוחשב	automated theorem-prover
מוער	annotated
מילון	vocabulary
מימוש	implementation
משכל (ראשון)	axiom
מתפצל (תכנית מתפצלת)	non-deterministic (algorithm)
נאותות	soundness
סדר מילוני	lexical order
סמין	literal
עברניות	transitivity
פסוק	sentence (closed)
פסוקית	clause
ציון	index
צמצום	reduction
קשר	quantifier
שיטה (חישובית)	algorithm
שמורה	invariant
תורה	theory
תחשיב היחסים	first-order logic
תחשיב הפסוקים	propositional logic
תכנית מפשטת	algorithm
תכסיס	heuristic
תקפות	validity

א.2 מילון אנגלי-עברי

English	עברית
algorithm	שיטה (חישובית)
algorithm	תכנית מפשטת
annotated	מוער
atom/atomic formula	לבנה
automated theorem-prover	מוכיח ממוחשב
automated theorem-proving	הוכחה ממוחשבת
automate	למחשב
axiom	משכל (ראשון)
clause	פסוקית
CNF formula	גמאו (נוסחת-גמאו)
conjunct	גמם
conjunction	גימום
connective	קשר
decidable	כריע
disjunct	אווי
disjunction	איווי
DNF formula	אוגם (נוסחת-אוגם)
first-order logic	תחשיב היחסים
function	העתקה
heuristic	תכסיס
implementation	מימוש
index	ציון
invariant	שמורה
lexical order	סדר מילוני
literal	סמין
model	דגם
non-deterministic (algorithm)	מתפצל (תוכנית מתפצלת)
output	לפלוט
propositional calculus	תחשיב הפסוקים
quantifier	כמת
reduction	צמצום
reflexivity	חזרניות
sentence (closed)	פסוק
soundness	נאותות
symmetry	דמיון-ראי
theory	תורה
transitivity	עברניות
validity	תקפות
vocabulary	מילון