

EXAMEN 2º BACHILLERATO: Álgebra

1. a) analiza según los posibles valores del parámetro a , el rango de la matriz:

$$A = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ a & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

b) ¿tiene inversa la matriz A para $a = 2$?. En caso afirmativo, calcula A^{-1}

c) Resuelve la ecuación matricial (para $a = 2$):

$$AX + I = B$$

siendo B la matriz:

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Discute el siguiente sistema según todos los posibles valores del parámetro k y resuélvelo para los valores de k que den lugar a infinitas soluciones

$$\left. \begin{array}{l} 2x - ky + z = 1 \\ 2x + 3y + z = k + 3 \\ kx + ky + (k + 1)z = -1 \end{array} \right\}$$

3. Utilizando las propiedades de los determinantes y sabiendo que $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = 3$, calcula el valor de los siguientes determinantes:

a) $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a + 4 & b + 4 & c + 4 \\ \frac{x}{3} & \frac{y}{3} & \frac{z}{3} \end{vmatrix}$

b) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

c) $\begin{vmatrix} 1 + x & 1 + y & 1 + z \\ a + 2x & b + 2y & c + 2z \\ 3x & 3y & 3z \end{vmatrix}$

4. Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, calcula $A^{12} + A^{-1}$