

Sistemas Lineares — Aplicações — Veja a resolução no final

1. (Fuvest-SP) Carlos e sua irmã Andréia foram com seu cachorro Bidu à farmácia de seu avô. Lá encontraram uma velha balança com defeito que só indicava corretamente pesos superiores a 60 kg. Assim eles se pesaram dois a dois e obtiveram as seguintes marcas:

- Carlos e o cão pesam juntos 87 kg;
- Carlos e Andréia pesam 123 kg;
- Andréia e Bidu pesam 66 kg.

Podemos afirmar que:

- a) cada um deles pesa menos que 60kg.
- b) dois deles pesam mais de 60 kg.
- c) Andréia é a mais pesada dos três.
- d) o peso de Andréia é a média aritmética dos pesos de Carlos e de Bidu
- e) Carlos é mais pesado que Andréia e Bidu juntos.

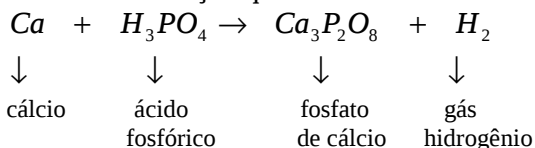
2. (UFMG) Durante o período de exibição de um filme, foram vendidos 2000 bilhetes, e a arrecadação foi de R\$ 7.600,00. O preço do bilhete para adulto era de R\$ 5,00 e, para criança, era de R\$ 3,00. A razão entre o número de crianças e o de adultos que assistiram ao filme nesse período foi:

- 1
- $\frac{3}{2}$
- $\frac{8}{5}$
- 2

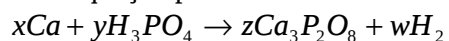
3. (UDF) Um aluno ganha 5 pontos por exercício que acerta e perde 3 por exercício que erra. Ao fim de 50 exercícios, tinha 130 pontos. Quantos exercícios acertou?

- 35
- 30
- 25
- 15

4. Considere a reação química não-balanceada:



Essa equação pode ser balanceada fazendo:

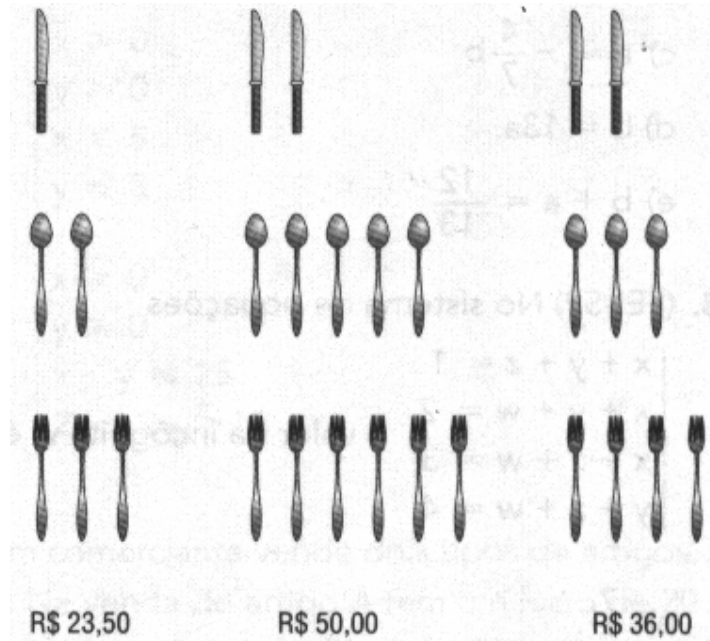


$$\text{dando origem ao sistema} \begin{cases} x = 3z \\ 3y = 2w \\ y = 2z \\ 4y = 8z \end{cases}.$$

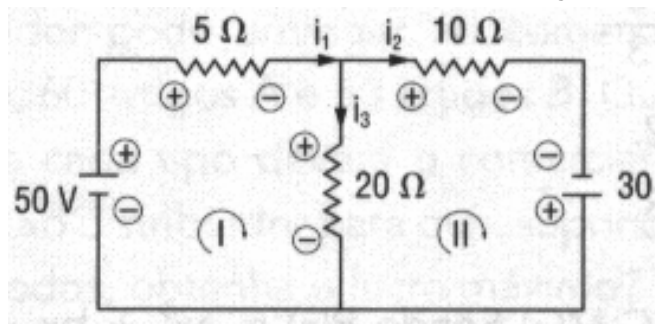
- Resolva o sistema.

- Determine o menor número inteiro de átomos de cálcio, hidrogênio, fósforo e oxigênio, com o qual ocorre o balanceamento.

5. (UFES) Examinando os anúncios abaixo, conclua o preço de cada faca, garfo e colher.



6. Calcule as intensidades das correntes i_1 , i_2 e i_3 no circuito da figura abaixo.



Informações complementares:

Pela lei dos nós de Kirchhoff:

$$i_1 = i_2 + i_3 \Rightarrow i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

Pela lei das malhas de Kirchhoff:

- para a malha I:
 $+50 - 5i_1 - 20i_3 = 0 \Rightarrow 5i_1 + 20i_3 = 50$
- para a malha II:
 $30 + 20i_3 - 10i_2 = 0 \Rightarrow 10i_2 - 20i_3 = 30$

7. (Vunesp-SP) Um clube promoveu um show de música popular brasileira ao qual compareceram 200 pessoas, entre sócios e não-sócios. No total, o valor arrecadado foi de R\$ 1.400,00 e todas as pessoas pagaram ingresso. Sabendo que o preço do ingresso foi R\$ 10,00 e que cada sócio pagou metade desse valor, o número de sócios presentes ao show é:

- 80
- 100

- 120
- 140
- 160

8. Uma loja vende certo componente eletrônico, que é fabricado por três marcas diferentes: A, B e C. Um levantamento sobre as vendas desse componente, realizado durante três dias consecutivos, revelou que:
- no 1º dia, foram vendidos dois componentes da marca A, um da marca B e um da marca C, resultando um total de vendas igual a R\$ 150,00;
 - no 2º dia, foram vendidos quatro componentes da marca A, três da marca B e nenhum da marca C, num total de R\$ 240,00;
 - no último dia, não houve vendas da marca A, mas foram vendidos cinco da marca B e três da marca C, totalizando R\$ 350,00.

Qual é o preço do componente fabricado por A? E por B? E por C?

9. **UFBA 94** Na feira uma dona de casa verificou que as barracas A, B e C tinham preços diferentes por quilo de produto, conforme a tabela abaixo:

	tomate	Batata	cebola
A	R\$40,00	R\$50,00	R\$30,00
B	R\$50,00	R\$40,00	R\$40,00
C	R\$50,00	R\$40,00	R\$30,00

Comprando-se x quilos de tomate, y quilos de batatas e z quilos de cebolas tanto na barraca A quanto na B, a dona de casa gastaria a mesma quantia: R\$260,00.

Comprando-se as mesmas quantidades na barraca C, ela economizaria R\$ 10,00.

Determine $x+y+z$.

Respostas

- | | |
|---|-------------------|
| 1. e | 6. 6 A; 5 A; 1 A. |
| 2. b | 7. c |
| 3. a | |
| 4. a) $S=\{3k, 2k, k, 3k, k$
pertence a R} | 8. $30+40+50=120$ |
| b) Cálcio: 3; Hidrogênio: 6; | a) R\$ 30,00 |
| fósforo: 2; oxigênio: 8. | b) R\$ 40,00 |
| 5. faca: 5,50; colher: 3,00; | c) R\$ 50,00 |
| garfo: 4,00. | 9. 6 |

Resolução:

1. a =Andréia; b =bidu e c =Carlos

$$c + b = 87$$

$a + c = 123$ resolvendo esse sistema pelo meto do escalonamento temos:

$$a + b = 66$$

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 1 & 0 & 66 & 1 & 1 & 0 & 66 & 1 & 1 & 0 & 66 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & 0 & 1 & 123 & 0 & -1 & 1 & 57 & 0 & -1 & 1 & 57 \end{array} \rightarrow 2c = 144 \text{ à } c=72 \text{ kg;}$$

$$\begin{array}{cccccccc} 0 & 1 & 1 & 87 & 0 & 1 & 1 & 87 & 0 & 0 & 2 & 144 \end{array}$$

$$b=15\text{kg e } a=51\text{kg}$$

2. $1a + 1c = 2000$
 $5a + 3c = 7600$ resolvendo esse sistema pelo meto do escalonamento temos:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 2000 & 1 & 1 & 2000 & 1 & 1 & 2000 \\ 5 & 3 & 7600 & 0 & -2 & -2400 & 0 & 1 & 1200 \end{array} \quad 1c=1200 \text{ e } a=800$$

3. $1a + 1e = 50$
 $5a - 3c = 130$ resolvendo esse sistema pelo meto do escalonamento temos:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 1 & 50 & 1 & 1 & 50 & 1 & 1 & 130 \\ 5 & -3 & 130 & 0 & -8 & -270 & 0 & 1 & 15 \end{array} \quad \text{à } 1e=15 \text{ e } 1c=35$$

4. $\begin{cases} x = 3z \\ 3y = 2w \\ y = 2z \\ 4y = 8z \end{cases}$ resolvendo esse sistema pelo meto do escalonamento temos:

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 0 & 1 & 0 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 0 & 0 & 3 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 6 & -2 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & 0 & 0 & 0 & 4 & -8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \text{como a}$$

última linha é igual a zero, temos: $6z - 2w = 0$, com w como variável livre.
Fazendo: $6z = 2w$ è para $w=3$, $z=1$, $y=2$ e $x=3$.

5. $x=\text{faca}; y=\text{colher e } z=\text{garfo}$ $1x + 2y + 3z = 23,50$
 $2x + 5y + 6z = 50,00$ resolvendo esse sistema
 $2x + 3y + 4z = 36,00$

pelo meto do escalonamento

$$\begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 23,5 \\ 2 & 5 & 6 & 50 \\ 2 & 3 & 4 & 36 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} 1 & 2 & 3 & 23,5 & 1 & 2 & 3 & 23,5 & 1 & 2 & 3 & 23,5 \\ 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & -2 & -11 & 0 & 0 & -2 & -8 & 0 & 0 & 1 & 4 \end{array} \quad \text{à } 1.z=4; 1y=3$$

e $1.z=5,50$

$$1i_1 - 1i_2 - 1i_3 = 0$$

6. $5i_1 + 0i_2 + 20i_3 = 50$ resolvendo o sistema linear pelo método do
 $0i_1 + 10i_2 - 20i_3 = 30$

$$\begin{array}{cccccccc} & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 \\ \text{escalonamento, temos:} & 5 & 0 & 20 & 50 & 0 & 5 & 25 & 50 \\ & 0 & 10 & -20 & 30 & 0 & 10 & -20 & 30 \\ 1 & -1 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 5 & 10 & 0 & 1 & 5 & 10 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 & 0 & 0 & -7 & -7 & 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 4 & 10 & 1 & 0 & 0 & 6 & i_1 = 1 \\ 0 & 1 & 5 & 10 & 0 & 1 & 0 & 5 & i_2 = 5 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & i_3 = 6 \end{array}$$

7. a=sócio e b=não-sócio; $a + b = 200$ $1 \ 1 \ 200$ $1 \ 1 \ 200$
 $5a + 10b = 1400$ $5 \ 10 \ 1400$ $0 \ 5 \ 400$
 $1 \ 1 \ 200 \ 1 \ 0 \ 120 \ a = 120$
 $0 \ 1 \ 80 \ 0 \ 1 \ 80 \ b = 80$

8. $1o.dia \ 2a + 1b + 1c = 150$ $1c \ 1b \ 2a \ 150$ $1 \ 1 \ 2 \ 150$
 $2o.dia \ 4a + 3b + 0.c = 240$ $0c \ 3b \ 4a \ 240$ $0 \ 3 \ 4 \ 240$
 $3o.dia \ 0.a + 5.b + 3.c = 350$ $3c \ 5b \ 0a \ 350$ $0 \ 2 \ -6 \ -100$
 $1 \ 1 \ 2 \ 150 \ 1 \ 1 \ 2 \ 150 \ 1 \ 0 \ 5 \ 200$
 $0 \ 3 \ 4 \ 240 \ 0 \ 1 \ -3 \ -50 \ 0 \ 1 \ -3 \ -50$
 $0 \ 1 \ -3 \ -50 \ 0 \ 3 \ 4 \ 240 \ 0 \ 0 \ 13 \ 390$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 0 & 5 & 200 & 1 & 0 & 0 & 50 & c = 50 \\ 0 & 1 & -3 & -50 & 0 & 1 & 0 & 40 & b = 40 \\ 0 & 0 & 1 & 30 & 0 & 0 & 1 & 30 & a = 30 \end{array}$$

9. $40x + 50y + 30z = 260$ $4 \ 5 \ 3 \ 26$ $4 \ 5 \ 3 \ 26$
 $50x + 40y + 40z = 260$ $5 \ 4 \ 4 \ 26$ $1 \ -1 \ 1 \ 0$
 $50x + 40y + 30z = 250$ $5 \ 4 \ 3 \ 25$ $1 \ -1 \ 0 \ -1$

$$\begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & -1 & x = 2 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & y = 3 \\ 4 & 5 & 3 & 26 & 0 & 9 & 3 & 30 & z = 1 \end{array}$$

10. /////