Regra de L'Hospital

Duas páginas e 8 exercícios, sendo 4 resolvidos e 4 propostos

1. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{\ln x}$ =? Solução: $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{\ln x}$ **à** $\frac{\infty}{\infty}$. Fazendo: $\frac{f(x)}{j(x)}=\frac{e^x}{\ln x}$ e derivando o numerado e o denominador, separadamente, temos: $\frac{f'(x)}{j'(x)}=\frac{e^x}{\frac{1}{x}}=x.e^x$

® $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{e^x}{\ln x}=\infty$.

2. $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln(1-x)}$ Solução: $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln(1-x)}$ **à** 1^∞

Fazendo: $y=\left(\frac{1}{x}\right)^{Ln(1-x)}$, aplicando logaritmo neperiano a ambos os membros, temos:

$\ln y=\ln(1-x).\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ **à** $\lim\limits_{x\to1}[\ln(1-x)].\ln\left(\frac{1}{x}\right)$ **à** $\infty.0$. Fazendo: $\frac{f(x)}{j(x)}==\frac{\ln\left(\frac{1}{x}\right)}{\frac{1}{\ln(1-x)}}$ **à**

$\frac{f(1)}{j(1)}=\frac{0}{0}$. Aplicando a Regra de L'Hôspital: $\frac{f'(x)}{j'(x)}=\frac{\frac{1}{x}}{\frac{-x}{1-x}}=-\frac{1-x}{x^2}$ **à**

$\frac{f'(1)}{j'(1)}=-\frac{1-1}{1^2}$=0 logo $\ln\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln(1-x)}=0=\ln e^0$ ® $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x}\right)^{\ln(1-x)}=1$

3. $\lim\limits_{x\to1}(x)^{\frac{1}{x-1}}=?$ Solução: $\lim\limits_{x\to1}(x)^{\frac{1}{x-1}}$ **à** 1^∞. Fazendo: $y=(x)^{\frac{1}{x-1}}$ e aplicando logaritmo de Nepper a ambos os membros dessa expressão, temos:
$\ln y=\ln(x)^{\frac{1}{x-1}}$ **à** $\lim\limits_{x\to1}\ln y=\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{1}{x-1}\right)\ln(x)$ **à** $\infty.0$. Fazendo: $\frac{f(x)}{j(x)}=\frac{\ln x}{x-1}$ e
$\frac{f'(x)}{j'(x)}=\frac{\frac{1}{x}}{1}=\frac{1}{x}$ **à** $\frac{f'(1)}{j'(1)}=\frac{1}{1}$. Logo: $\lim\limits_{x\to1}\ln y=\lim\limits_{x\to1}\ln(x)\left(\frac{1}{x-1}\right)$ **à**
$\ln\lim\limits_{x\to1}(x)\left(\frac{1}{x-1}\right)=1=\ln e^1$ **à** ® $\lim\limits_{x\to1}(x)^{\frac{1}{x-1}}=e^1$

4. $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\ln(1+x)}$? Solução: $\lim\limits_{x\to0}\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\ln(1+x)}$ **à** $-\infty^0$. Fazendo
$y=\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\ln(1+x)}$, aplicando logaritmo neperiano a ambos os membros, temos:

$Lny = Ln(1+x).Ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$ **à** $0.\infty$. Fazendo: $\frac{f(x)}{j(x)} = \frac{Ln(1+x)}{\frac{1}{Ln\left(\frac{x}{1-x}\right)}}$ **à**

$\frac{f'(x)}{j'(x)} = \frac{\frac{1}{1+x}}{\frac{1}{\frac{x}{(1-x)^2}}} = \frac{x}{(1+x).(1-x)^2}$ **à** $\frac{f'(0)}{j'(0)} = \frac{0}{(1+0).(1-0)^2}$ = 0. Pela a Regra de L'Hôspital: $\ln \lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\ln(1+x)}$ = 0= $\ln e^0$ Logo: $\lim_{x\to 0}\left(\frac{x}{1-x}\right)^{\ln(1+x)}$ = 1.

5. $\lim_{x\to\infty}\frac{(\ln x)^2 + e^x}{x^2}$ =? ® ∞

6. $\lim_{x\to 0}\left(x^2.\ln x\right)$=? ® 0

7. $\lim_{x\to\frac{p}{2}}(p-2).tgx$ =? ® ∞

8. $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos x - 1} - \frac{1}{\text{sen}\, x}\right)$=? ® ?