

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 1 A bissetriz interna do ângulo $\hat{A}$ de um triângulo ABC divide o lado oposto em dois segmentos que medem 9 cm e 16 cm. Sabendo que $\overline{AB}$ mede 18 cm, determine a medida de $\overline{AC}$.

Resolução:

$$\frac{9}{18} = \frac{16}{AC} \rightarrow AC = 32$$

Questão 2 O perímetro de um triângulo ABC é 100m. A bissetriz interna do ângulo $\hat{A}$ divide o lado oposto $\overline{BC}$ em dois segmentos de 16cm e 24cm. Determine os lados desse triângulo.

Resolução:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{16} = \frac{AC}{24} = \frac{AB+AC}{40} = \frac{60}{40} = \frac{3}{2} \\ \frac{AB}{16} = \frac{3}{2} \rightarrow AB = 24 \\ \frac{AC}{24} = \frac{3}{2} \rightarrow AC = 36 \end{array} \right.$$

Questão 3 A bissetriz interna $\overline{AD}$ de um triângulo ABC divide o lado oposto em dois segmentos $\overline{BD}$ e $\overline{CD}$ de medidas 24 e 30cm, respectivamente. Sendo $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ respectivamente iguais a $2x+6$ e $3x$, determine o valor de x e as medidas $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$.

Resolução:

$$\frac{2x+6}{24} = \frac{3x}{30} \rightarrow \frac{2x+6}{4} = \frac{3x}{5} \rightarrow x = 15; AB = 36; AC = 45$$

Questão 4 A bissetriz externa $\overline{AS}$ de um triângulo ABC determina sobre o prolongamento do lado $\overline{BC}$ um segmento $\overline{CS}$ de medida y . Sendo os lados $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$, respectivamente, o triplo e o dobro do menor segmento determinado pela bissetriz interna $\overline{AP}$ sobre o lado $\overline{BC}$ que mede 20cm, determine o valor de y .

Resolução:

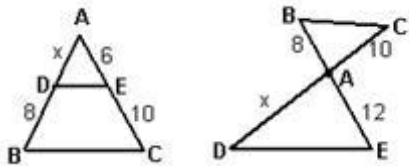
Questão 5 Considere um triângulo ABC de 15cm de perímetro. A bissetriz externa do ângulo $\hat{A}$ desse triângulo encontra o prolongamento de lado $\overline{BC}$ em um ponto S. Sabendo que a bissetriz interna do ângulo $\hat{A}$ determina sobre $\overline{BC}$ dois segmentos $\overline{BP}$ e $\overline{PC}$ de medidas 3cm e 2cm, respectivamente, determine as medidas dos lados do triângulo e a medida do segmento $\overline{CS}$.

Resolução:

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 6 Sabendo que $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$, calcule x em cada caso:



Resolução:

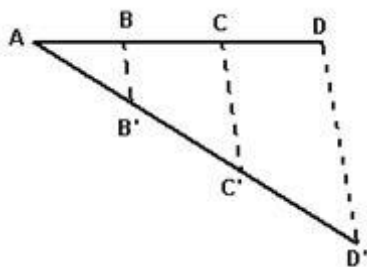
1) No triângulo ABC da primeira figura usamos o teorema de Tales:

$$\frac{x}{8} = \frac{6}{10} \rightarrow x = 4,8.$$

2) Na segunda figura usamos semelhança de triângulos: $\frac{8}{12} = \frac{x}{10} \rightarrow x = \frac{20}{3}.$

Questão 7 (Unicamp-SP)

A figura mostra um segmento $\overline{AD}$ dividido em três partes: $\overline{AB} = 2\text{cm}$, $\overline{BC} = 3\text{cm}$ e $\overline{CD} = 5\text{cm}$. O segmento $\overline{AD'}$ mede 13cm e as retas $\overline{BB'}$ e $\overline{CC'}$ são paralelas a $\overline{DD'}$. Determine os comprimentos dos segmentos $\overline{AB'}$, $\overline{B'C'}$ e $\overline{C'D'}$.

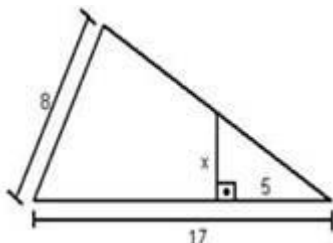


Resolução:

$$\frac{2}{AB'} = \frac{3}{B'C'} = \frac{5}{C'D'} = \frac{10}{13} \rightarrow AB' = 26/10; B'C' = 39/10; C'D' = 65/10.$$

Questão 8 (FEI-SP) Na figura, x mede:

- a) 3
- b) $2\frac{10}{15}$
- c) faltam dados para calcular x.
- d) $3 + 2\frac{10}{15}$
- e) $8/45$



Resolução:

O Terceiro lado do triângulo grande: $17^2 = 8^2 + y^2 \rightarrow y = 15.$

Usando semelhança de

triângulos: $\frac{x}{8} = \frac{5}{15},$

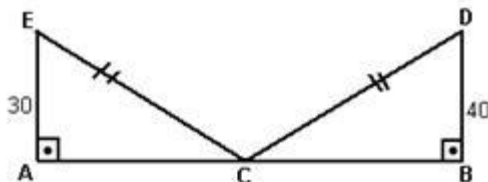
$$x = \frac{40}{15} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3} = 2\frac{10}{15}$$

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 9 (PUC-SP) Na figura, sabendo-se que $\overline{AE} = 30\text{m}$, $\overline{BD} = 40\text{m}$, $\overline{AB} = 50\text{m}$, $\overline{EC} = \overline{CD}$, então $\overline{AC}$ e $\overline{CB}$ valem, respectivamente .

- a) 25m e 25m
- b) 32m e 18m
- c) 38m e 12m
- d) 40m e 10m
- e) 45 cm e 50 cm



Resolução:

$$\{\text{no triângulo ACE : } EC^2 = 30^2 + AC^2$$

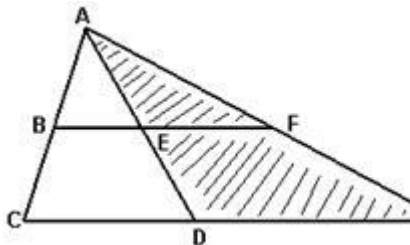
$$\{\text{no triângulo BCD : } CD^2 = (AB - AC)^2 + BD^2, \text{ substituindo os valores dados:}$$

$$\{\text{no triângulo ACE : } EC^2 = 30^2 + AC^2$$

$$\{\text{no triângulo BCD : } EC^2 = (50 - AC)^2 + 40^2, \text{ resolvendo os sistema: 32m e 18m}$$

Questão 10 Na figura seguinte, onde $\overline{BF} \parallel \overline{CG}$, se a área do triângulo AEF for igual a área do quadrilátero DEFG, então a razão entre $\overline{AB}$ e $\overline{AC}$ será igual a:

- a) $\sqrt{2}/2$
- b) $\sqrt{3}/2$
- c) $1/2$
- d) $2/3$
- e) $3/4$



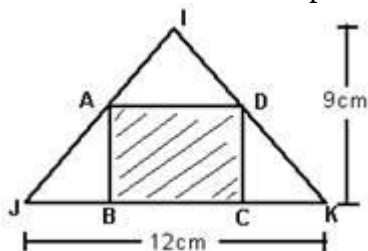
Resolução:

Pelo enunciado do problema: $\frac{\frac{1}{2} \cdot A_{ADG}}{A_{ADG}} = k^2 \rightarrow \frac{1}{2} = k^2 \rightarrow k = +\sqrt{\frac{1}{2}}$, A_{ADG} = área do

triângulo ADG e k = razão de semelhança: $\frac{AB}{AC} = +\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

Questão 11 Na figura seguinte, o retângulo ABCD é dentre os retângulos inscritos no triângulos IJK o de área máxima. O perímetro do retângulo ABCD em cm é:

- a) 16
- b) 18
- c) 21
- d) 24
- e) 36



Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Resolução: Chamando a altura do triângulo IAD h, $AB=DC=9-h$; Usando semelhança de

triângulos: $\frac{h}{9} = \frac{AD}{12} \rightarrow AD = \frac{12}{9} \cdot h = \frac{4}{3} \cdot h$, substituindo o valor de AD na segunda equação

$$A = AD \times (9 - h), \quad A = \text{área}$$

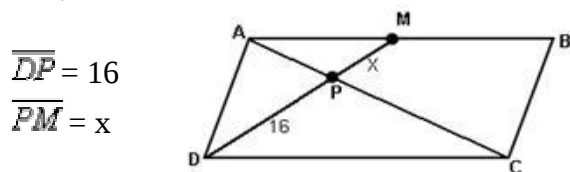
$$A = \frac{4}{3} \cdot h \cdot (9 - h) = -\frac{4}{3}h^2 + 12 \cdot h; \text{ Calculando o h do vértice dessa função } h = \frac{-12}{2 \cdot (-4/3)} = \frac{9}{2}$$

$$AD = \frac{4}{3} \cdot \frac{9}{2} = 6, \text{ o perímetro do retângulo } ABCD = 2 \times 6 + 2 \times 9/2 = 21$$

Questão 12 Se H é o ortocentro de um triângulo isósceles ABC de sua base $\overline{BC}$ e $\angle BHC = 50^\circ$, determinar os ângulos do triângulo.

Resolução: 130° , 25° e 25° . faça um desenho de modo que as alturas caia fora do triângulo ABC.

Questão 13 Se o quadrilátero ABCD é um paralelogramo e M é ponto médio de $\overline{AB}$, determine x.



Resolução:

1º. Modo:

Os triângulos AMP e DCP são semelhantes, logo os lados homólogos são proporcionais: $\frac{AP}{PC} = \frac{AM}{DC} = \frac{x}{16} \leftrightarrow \frac{AM}{2AM} = \frac{x}{16} \rightarrow x = 8$

2º. Modo:

Unindo os vértices B e D, temos o triângulo ADB onde os segmentos BD e AC são diagonais do paralelogramo e se interceptam no ponto médio I. Os segmentos AI e DM são medianas do triângulo ADB, assim: $2 \cdot x = DP$, $x = 16/2 = 8$.

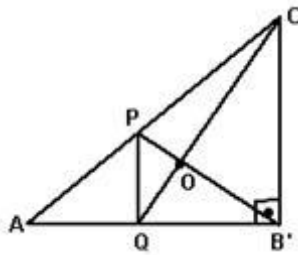
Questão 14 Em um triângulo ABC, os ângulos A e B medem respectivamente 86° e 34° . Determine o ângulo agudo formado pela mediatriz relativa ao lado $\overline{BC}$ e pela bissetriz do ângulo C.

Questão 15 Se P é o incentro de um triângulo ABC e $\angle BPC = 125^\circ$, determine o ângulo A.

Geometria Plana – Triângulos

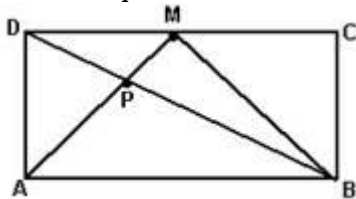
Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 16 Na figura, Q é o ponto médio de $\overline{AB}$. $\overline{QP} \parallel \overline{BC}$. Sendo $\overline{AC} = 30\text{cm}$, determine $\overline{PO}$.



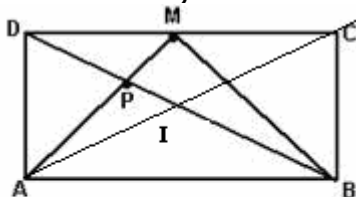
Resolução: Sendo Q ponto médio e $QP \parallel BC$, P também ponto médio de AC; $AP = PC = 15$; Em todo triângulo retângulo a mediana relativa a hipotenusa é igual a sua metade 15, ou seja, $AP = PC = PB = 15$. O é o ponto de encontro das medianas, o baricentro, $PO = \frac{1}{3} \cdot PB = 5$.

Questão 17 Na figura ABCD é um retângulo. M é o ponto médio de $\overline{CD}$ e o triângulo ABM é equilátero. Sendo $\overline{AB} = 15$, calcule $\overline{AP}$.



Resolução:

Unindo os vértices A e C, temos o triângulo ADC onde os segmentos BD e AC são diagonais do paralelogramo e se interceptam no ponto médio I. Os segmentos DI e AM são medianas do triângulo ADC, assim: $AP = \frac{2}{3} \cdot AM$, $AP = \frac{2}{3} \cdot 15 = 10$.

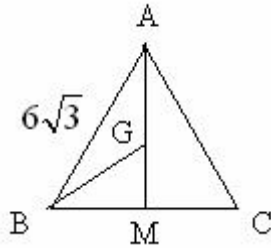


Questão 18 Sabendo que ABC é um triângulo equilátero e que o ponto G é baricentro, calcule $\overline{BG}$.

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

- a) 3
- b) 5
- c) 6
- d) 9
- e) 12



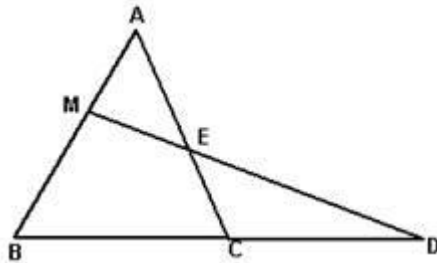
Resolução:

No triângulo ABC com G baricentro, AM é altura e mediana: $AM = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 9$ daí:

$$BG = \frac{2}{3} \cdot AM = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6.$$

Questão 19 (MACK-SP) O triângulo ABC da figura é equilátero. $\overline{AM} = \overline{MB} = 5$ e $\overline{CD} = 6$. O valor de $\overline{AE}$ é :

- a) 76/11
- b) 77/11
- c) 78/11
- d) 79/11
- e) 80/11

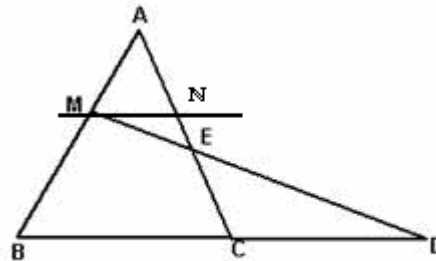


Resolução:

Os triângulos MNE e ECD são semelhantes. Fazendo $NE = x$,

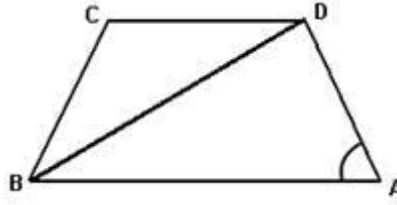
$$\frac{MN}{CD} = \frac{NE}{EC} \implies \frac{5}{6} = \frac{x}{5-x} \implies x = \frac{25}{11}.$$

$AE = 5 + NE$ o que corresponde a letra e)



Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)



Questão 20 No trapézio da figura, sabe-se que $\overline{AD} = \overline{CD} = \overline{BC}$ e $\overline{BD} = \overline{BA}$. Quanto mede o ângulo $\hat{A}$?

- a) 76°
- b) 36°
- c) 72°
- d) 42°
- e) 62°

Questão 21 Na figura $\overline{DE} = 2$, $\overline{BC} = 5$ e $\overline{AM} = 1$. Qual a medida do segmento $\overline{MN}$?

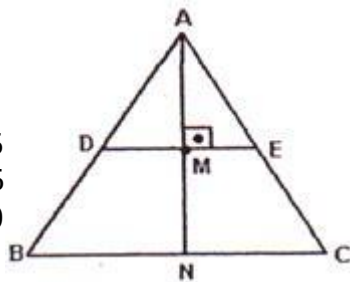
Resolução:

$DE \parallel BC$ $\Rightarrow$ $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, ou seja, são triângulos

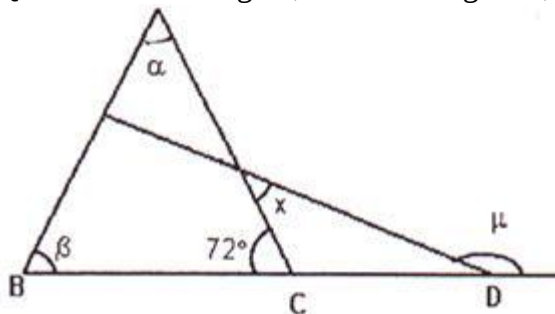
semelhantes $\frac{DE}{BC} = \frac{AM}{AN} \Leftrightarrow \frac{2}{5} = \frac{1}{AN} \Leftrightarrow AN = 5/2$ $\Rightarrow$

$MN = 5/2 - 1 = 3/2 = 1,5$

- a) 1
- b) 2
- c) 2,5
- d) 1,5
- e) 3,0



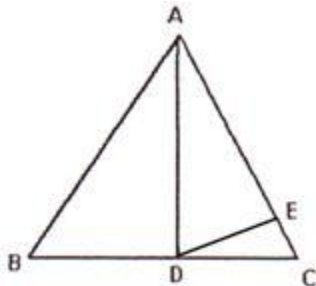
Questão 22 Na figura, calcule o ângulo x, sendo ?????



Resolução:

$$\begin{cases} a + b = 108^\circ \\ m = x + 108^\circ \end{cases}$$

Questão 23 Na figura, sendo $\overline{AB} \equiv \overline{AC} \equiv \overline{AE} \equiv \overline{AD}$, calcule a medida do ângulo CDE, dado $\hat{BAD} = 52^\circ$.



Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Resolução:

No triângulo ABC, fazendo os ângulos $B = C = a$; no triângulo ADE, fazendo os ângulos

$$\begin{cases} a + 52^\circ + y + a = 180^\circ \\ y + 2x = 180^\circ \\ z + (y + x) + a = 180^\circ \end{cases}$$

$A=y$ e $D=E=x$; no triângulo DEC, fazendo $D=z$, $E=y+x$, temos:

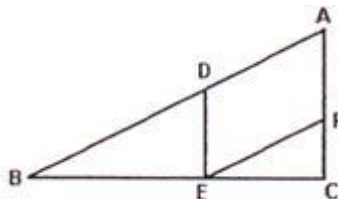
Questão 24

Num triângulo ABC, o ângulo obtuso formado pelas bissetrizes internas dos ângulos B e C excede o ângulo A em 72° . Determine o ângulo $\hat{A}$.

Resolução:

Questão 25 (UCSAL) Na figura abaixo têm-se ABC, cujo perímetro é 26cm, e o losango ADEF, cujos lados medem 4cm. Se $\overline{BC}$ mede 8cm, os outros dois lados do triângulo ABC medem.

- a) 4cm e 14cm
- b) 5cm e 13cm
- c) 6cm e 12cm
- d) 7cm e 11cm
- e) 8cm e 10cm



Questão 26 (UCSAL-96) Um triângulo isósceles é tal que a medida dos ângulos da base é 30° . Se a altura relativa a base mede 1,5cm, o perímetro desse triângulo, em centímetros, é:

- a) $6+3\sqrt{3}$
- b) $3+3\sqrt{3}$
- c) $6+\sqrt{3}$
- d) $3+\sqrt{3}$
- e) $(6+\sqrt{3})/2$

Questão 27 (UCSAL-96) Um triângulo equilátero é tal que a sua área é numericamente igual ao seu perímetro. Nessas condições, a altura desse triângulo mede, em unidades de comprimento.

- a) $12\sqrt{3}$
- b) 9
- c) $4\sqrt{3}$
- d) 6
- e) $2\sqrt{3}$

Geometria Plana – Triângulos

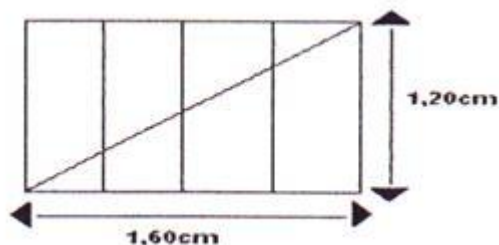
Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 28 (UCSAL-96) Num plano α , tem-se duas retas, r e s , concorrentes no ponto A. De um ponto B, não pertencente a α , traça-se a reta t , perpendicular a α . Essa reta intercepta α num ponto C, distinto de A. O triângulo ABC é:

- a) inexistente
- b) obtusângulo
- c) retângulo
- d) equilátero escaleno

Questão 29 (UCSAL-97) A figura mostra uma armação feita com várias barras de ferro, todas da mesma espessura. A quantidade de metros lineares de ferro usados nessa armação é, aproximadamente:

- a) 8,0
- b) 9,2
- c) 11,2
- d) 12,0
- e) 13,4

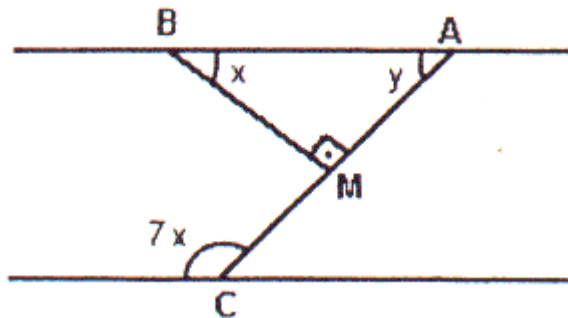


Resolução:

No retângulo temos: $5 \times 1,20 + 2 \times 1,60 + 2 = ?$

Questão 30 (UCSAL) Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas entre si e o ângulo AMB é reto. Se x , y e $7x$ indicam, em graus, as medidas dos ângulos assinalados, então $y - x$ é igual a:

- a) 60°
- b) $60^\circ 30'$
- c) 72°
- d) 75°
- e) $82^\circ 30'$



Resolução:

$$7x + y = 180^\circ$$

$$x + y + 90^\circ = 180^\circ$$

Resolvendo esse sistema:

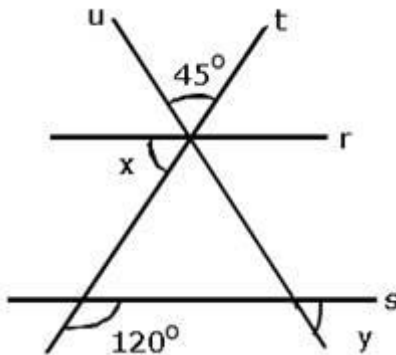
$$y - x = 75^\circ - 15^\circ = 60^\circ$$

Questão 31 (UCSAL 95) Na figura abaixo, as retas r e s são paralelas entre si e cortadas pelas transversais t e u . Os ângulos assinalados têm as medidas indicadas em graus. Nestas condições, é verdade:

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

- a) $X = 60^\circ$ e $Y = 75^\circ$
- b) $X = 60^\circ$ e $Y = 60^\circ$
- c) $X = 75^\circ$ e $Y = 45^\circ$
- d) $X = 75^\circ$ e $Y = 45^\circ$
- e) $X = 75^\circ$ e $Y = 60^\circ$



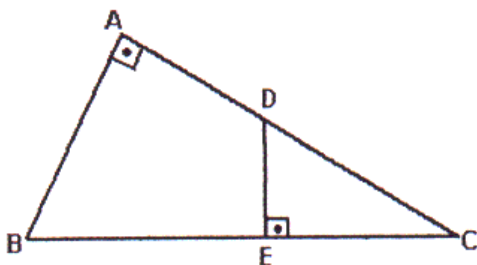
Resolução:

Pela figura $x=60^\circ$; O ângulo do triângulo oposto pelo vértice de 45° , sendo assim o terceiro ângulo do triângulo 75° .

Resolução:

Questão 32 (UCSAL-94) Os triângulos ABC e CDE da figura são retângulos. Se o segmento $AB = 4\text{cm}$, e o segmento $BC = 8\text{cm}$ e a área do triângulo ABC é o dobro da de CDE, então DE mede, em centímetros:

- a) $2\sqrt{2}$
- b) $2\sqrt{3}$
- c) $3\sqrt{2}$
- d) $3\sqrt{3}$
- e) $4\sqrt{2}$



Resolução:

Usando o teorema de Pitágoras: $8^2 = 4^2 + AC^2$ à $AC = 4\sqrt{3}$;

$$\text{A área do triângulo ABC} = \frac{4 \times 4\sqrt{3}}{2} = \frac{16\sqrt{3}}{2} = 8\sqrt{3};$$

como a área do triângulo CDE é metade desse valor, a resposta verdadeira a o item e).

Questão 33 (UCSAL-95) No triângulo TIO traça-se a mediana TA. No triângulo TAO traça-se a (A) mediana TU. Se a área do triângulo TIO é x , a área do triângulo TUA é:

- a) $3x / 4$
- b) $2x / 3$
- c) $x / 2$
- d) $x / 3$
- e) $x / 4$

Resolução:

$$A_{tio} = \frac{b.h}{2} = x \rightarrow A_{tua} = \frac{\frac{1}{4}.b.h}{2} = \frac{b.h}{8} = \frac{b.h}{2} \cdot \frac{1}{4} = x \cdot \frac{1}{4}, \text{ resp e)}$$

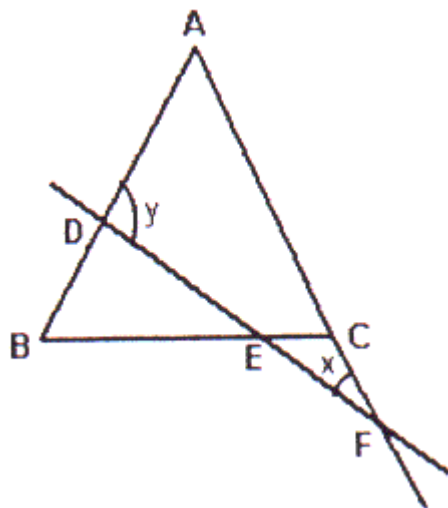
Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 34

(UCSAL-95) O triângulo ABC, representado na figura abaixo é isósceles. Se o segmento $EC = CF$ e $x = 40^\circ$, a medida y , do ângulo assinalado, é:

- a) 120°
- b) 130°
- c) 140°
- d) 150°
- e) 160°



Resolução:

Como o triângulo ECF é isósceles, sua base EF, com $x = 40^\circ = \angle E$, vem que o ângulo $C = 100^\circ$.

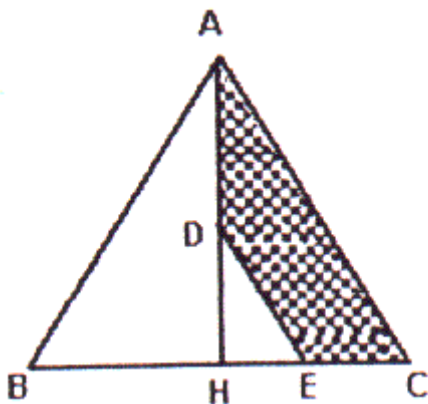
O ângulo $C = 80^\circ = B$ do triângulo ABC.

O ângulo $E = 40^\circ$ do triângulo DBE e $y = 80^\circ + 40^\circ$ que ângulo externo do triângulo DBE.

Questão 35

Na figura abaixo, tem-se o triângulo equilátero ABC, cujos lados medem 4cm. Se o segmento AH é a altura relativa ao lado do segmento BC, D e E são, respectivamente, os pontos médios dos segmentos AH e HC, então a área da região hachurada é, em centímetros quadrados:

- a) $\sqrt{3}/2$
- b) $(3\sqrt{3})/4$
- c) $(3\sqrt{3})/2$
- d) $3\sqrt{3}$
- e) $6\sqrt{3}$



Resolução:

O quadrilátero ADEC é um trapézio de bases DE e AC e

$$A_{\text{trapézio}} = A = A_{AHC} - A_{DHC},$$

$$AH = \frac{l \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

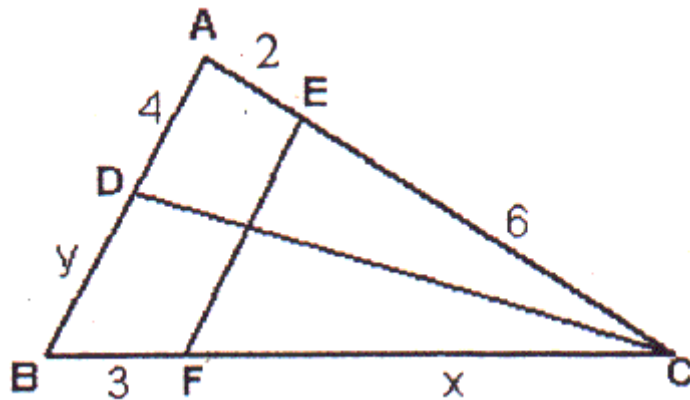
$$A = \frac{2 \cdot 2\sqrt{3}}{2} - \frac{1 \cdot \frac{2\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$$

Questão 36 APCM (Academia de Preparação aos Concursos Militares)

Na figura abaixo, o segmento CD é bissetriz do ângulo interno C e segmentos $EF \parallel AB$. O perímetro do triângulo ABC é:

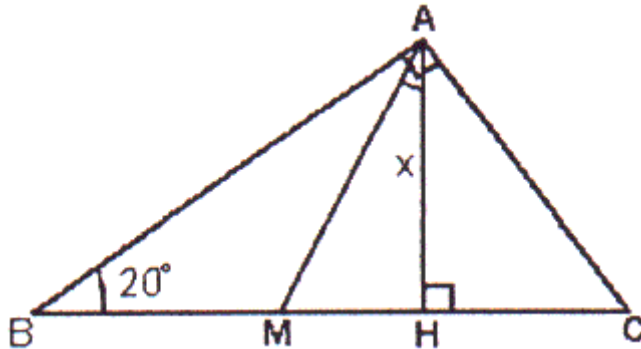
Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)



Resolução:

Questão 37 Calcule a ângulo formado entre a altura a mediana relativas à hipotenusa do triângulo retângulo da figura abaixo.

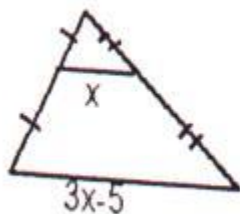


Resolução:

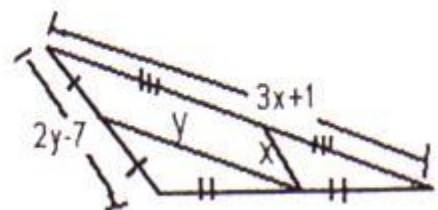
Questão 38 Num triângulo retângulo que tem um ângulo agudo medindo 60° , qual é a medida do ângulo formado entre a bissetriz e a mediana relativas à hipotenusa?

Questão 39 Considerando congruentes os segmentos com “marcas iguais”, determine o valor das incógnita nos casos:

a)



b)



Resolução:

a) $2x = 3x - 5$ à $x = 5$

b) $\begin{cases} 2x = 2y - 7 \\ 2y = 3x + 1 \end{cases}$ que resolvendo-o ...

Geometria Plana – Triângulos

Questões Resolvidas (nem todas)

Questão 40

Em um triângulo ABC, os ângulos A e B medem respectivamente 86° e 34° . Determine o ângulo agudo formado pela mediatriz relativa ao lado $\overline{BC}$ e pela bissetriz do ângulo C.

Resolução:

No triângulo ABC: $A+B+C=180^\circ$, como $A=86^\circ$ e $B=34^\circ$, $C=60^\circ$; a bissetriz do ângulo C o divide em dois ângulos de 30° ; O triângulo formado pela bissetriz do ângulo C, pela mediatriz do lado BC e pelo ponto de interseção da bissetriz com a mediatriz é um triângulo retângulo, assim, o ângulo pedido é de 60° .