

Números Complexos

Números Complexos

Equação Geral da Circunferência.....	1
Números Complexos.....	2
Forma Algébrica de um Número Complexo	2
Conjugado de um número complexo	3
Igualdade de Números Complexos	3
Adição, subtração e multiplicação de números complexos.....	3
Propriedades	3
Divisão	4
Plano de Gauss	4
Módulo e Argumento de um Número Complexo.....	5
Forma Trigonométrica dos Números Complexos	5
Multiplicação de complexos na forma trigonométrica.....	6
Potenciação de complexos na forma trigonométrica	7
Radiciação de Complexos na Forma Trigonométrica.....	7
Exercícios.....	8
Bibliografia	9

Equação Geral da Circunferência

$$\text{Equação: } (x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

Circunferência é o conjunto dos pontos do plano cuja distância ao ponto C (centro) é igual a r (raio).

Exercícios

1. Determinar a equação da circunferência, em cada caso:

- | | |
|--|--|
| a) C(2,7) e r=3 | Ⓜ $(x-2)^2 + (y-7)^2 = 9$ |
| b) C(0,-4) e $r=\sqrt{5}$ | Ⓜ $(x-0)^2 + (y+4)^2 = 5$ |
| c) C(0,0) e $r=\frac{4}{5}$ | Ⓜ $(x-0)^2 + (y-0)^2 = \left(\frac{4}{5}\right)^2$ ã $25x^2 + 25y^2 = 16$ |
| d) $C\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ e $r=\sqrt{2}$ | Ⓜ $x^2 + y^2 - x - 4y + \frac{9}{4} = 0$ |

2. Determine o centro C e o raio r, das circunferências:

- | | |
|--|-------------------------|
| a) $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 9$ | Ⓜ C(4,1) e r=3 |
| b) $(x-1)^2 + (y-0)^2 = 5$ | Ⓜ C(1,0) e $r=\sqrt{5}$ |
| c) $(x-0)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = 12^2$ | Ⓜ C(0,1/2) e 12 |
| d) $(x+3)^2 + (y+10)^2 = 1^2$ | Ⓜ C(-3,-4) e r=1 |

Números Complexos

3. Resolver a equação do segundo grau: $x^2 - 10x + 41 = 0$.

Ⓡ duas raízes: $5 - 4\sqrt{-1}$ e $5 + 4\sqrt{-1}$

Potências da *unidade imaginária* $i = \sqrt{-1}$: $i^0, i^1, i^2, i^3, i^4, i^5, i^6, i^7, i^8, i^9, \dots$

Ⓡ $1, i, -1, -i, 1, i, -1, -i, 1, i, \dots$

4. Calcule o valor das potências: i^{49} e i^{102} .

Ⓡ i e -1

5. Calcule o valor da expressão: $2i^9 + 5i^8 + 3i^7$.

Ⓡ 5

6. Calcule a potência i^{4n+2} , onde n é um número natural.

Ⓡ -1

7. Resolva a equação $x^2 + 25 = 0$.

Ⓡ $5i$ e $-5i$

8. Resolva a equação $x^2 + 3 = 0$.

Ⓡ $i\sqrt{3}$ e $-i\sqrt{3}$

Forma Algébrica de um Número Complexo

A partir da *unidade imaginária* surge um novo conjunto numérico chamado **conjunto dos números complexos**, que indicamos por C .

Forma algébrica: $z = a + bi$, $a = \text{Re}(z)$ é a parte real de z e $b = \text{Im}(z)$ é a parte imaginária de z .

Exemplos:

a) $z_1 = 2 + 5i$, Parte real: $\text{Re}(z_1) = 2$ e Parte imaginária: $\text{Im}(z_1) = 5$

b) $z_2 = -\frac{3}{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}i$, $\text{Re}(z_2) = -\frac{3}{5}$ e $\text{Im}(z_2) = \frac{\sqrt{2}}{4}$

c) $z_3 = -7$ $\text{Re}(z_3) = -7$ e $\text{Im}(z_3) = 0$

d) $z_4 = -9i$ $\text{Re}(z_4) = 0$ e $\text{Im}(z_4) = -9$

Exercício

9. Determinar o valor de k de modo que o número complexo $z = (2k - 6) + 2i$ seja imaginário puro.

Solução: Um número complexo é imaginário puro se a parte real for igual a zero: $2k - 6 = 0$.

Ⓡ $k = 3$.

10. Se o complexo $z = (y^2 - 3y) + y^2.i$ representa um número imaginário puro, então qual o valor de y ? Ⓡ $y = 3$

11. Encontrar o valor de m para que o complexo $z = -3m + (5m + 4)i$ seja um número real.

Ⓡ $-\frac{4}{3}$

Conjugado de um número complexo

O conjugado do número complexo $z = a + bi$ é $\bar{z} = a - bi$ ou $\overline{a + bi} = a - bi$

Exemplo:

- a) $z = -2 + 3i$ seu conjugado é $\bar{z} = -2 - 3i$.
- b) $z_1 = \frac{2}{3} + i\frac{\sqrt{3}}{7}$ seu conjugado é $\bar{z}_1 = \frac{2}{3} - i\frac{\sqrt{3}}{7}$
- c) $\bar{z}_2 = 1 + 2i$ seu conjugado é $\overline{\bar{z}_2} = 1 - 2i$ ou $z_2 = 1 - 2i$.

Exercício

12. Resolva a equação $x^2 + 2x + 3 = 0$.

Ⓜ $-1 - i\sqrt{2}$ e $-1 + i\sqrt{2}$

13. Resolva a equação $x^4 + 10x^2 - 24 = 0$

Ⓜ $S = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}, -2i\sqrt{3}, 2i\sqrt{3}\}$

Igualdade de Números Complexos

14. Determinar os números reais x e y , de modo que $3x - 2yi = 6 + 8i$.

Solução: formamos o sistema $\begin{cases} 3x = 6 \\ -2y = 8 \end{cases}$, encontramos ... Ⓜ $x=2$ e $y=-4$

15. Determinar os números reais x e y , de modo que se tenha $(2x-5y)+(x+y)i = -4$. Ⓜ

$$x = -\frac{4}{5} \text{ e } y = \frac{4}{5}.$$

Adição, subtração e multiplicação de números complexos

Na adição e na subtração: somamos algebricamente parte real com parte real e parte imaginária com parte imaginária.

16. Dados os números complexos $z_1 = 2 + 3i$ e $z_2 = 5 - 10i$, calcule:

- a) $z_1 + z_2$ Ⓜ $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 10i) = 7 - 7i$
- b) $z_1 - z_2$ Ⓜ $z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 10i) = (2 + 3i) + (-5 + 10i) = -3 + 13i$
- c) $z_1 \cdot z_2$ Ⓜ $z_1 \cdot z_2 = (2 + 3i)(5 - 10i) = 40 - 5i$

17. Dados os números complexos $z_1 = 4 - i$ e $z_2 = -2 + 3i$, calcule:

- a) $z_1 + z_2$ Ⓜ $z_1 + z_2 =$
- b) $z_1 - z_2$ Ⓜ $z_1 - z_2 =$
- c) $z_1 \cdot z_2$ Ⓜ $z_1 \cdot z_2 =$

Propriedades

Dados os números complexos z_1 e z_2 , valem as propriedades:

- a) $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$
- b) $\overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$
- c) $\overline{(z^n)} = (\overline{z})^n$

d) Se $z = a$, então $\bar{z} = a$, a pertencente a \mathbb{R} .

18. Calcule $z \in \mathbb{C}$ nas seguintes equações:

a) $(2-i) \cdot i \bar{z} = 7 + 6i\sqrt{2}$

Ⓜ $z = -(1 + 6\sqrt{2}) + 5i$

b) $(z + \bar{z})i + 3z = 4 - 5i$

19. Calcular as raízes quadradas de $z = 7 + 24i$.

Ⓜ $-4 - 3i$ e $4 + 3i$

Divisão

Dados os números complexos $z_1 = a + bi$ e $z_2 = c + di$, com $z_2 \neq 0$, podemos obter o quociente de z_1 por z_2 escrevendo-os sob a forma $\frac{z_1}{z_2}$ e multiplicando os dois termos da

fração pelo **conjugado** de z_2 : $\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + bi}{c + di} = \frac{(a + bi)(c - di)}{(c + di)(c - di)} = \frac{ac + bd}{c^2 + d^2} + \frac{bc - ad}{c^2 + d^2} \cdot i$

20. Calcular os quocientes:

a) $5 + 2i$ por $3 - 4i$

Ⓜ $\frac{7}{25} + \frac{26}{25}i$

b) $\frac{3 + 2i}{5 - 3i}$

Ⓜ $\frac{9}{34} + \frac{19}{34}i$

c) $\frac{3}{\sqrt{2} - i}$

Ⓜ $\frac{\sqrt{2} + i}{\left(\sqrt{\sqrt{2}^2 + (-1)^2}\right)^2} = \frac{\sqrt{2} + i}{3}$

d) z^{-1} ou $\frac{1}{z}$

Ⓜ $\frac{a - bi}{a^2 + b^2}$

e) $\frac{1}{2 + 5i}$

Ⓜ $\frac{2 - 5i}{29}$

21. Escreva na forma $x + y \cdot i$ a expressão: $\frac{3i}{2 + i} - \frac{2 - i}{i}$.

Ⓜ $\frac{8}{5} + \frac{16i}{5}$

Plano de Gauss

A representação de um número complexo como par ordenado de números reais é atribuída a Gauss (Carl Friedrich Gauss, 1777-1855), que dessa forma pôde dar uma interpretação geométrica aos números complexos. O número complexo $z = a + bi$ é representado em um sistema de coordenadas ortogonais pelo ponto de coordenadas $P(a, b)$.

O ponto $P(a, b)$ que representa o complexo $z = a + bi$ é chamado **afixo** ou **imagem geométrica** de Z .

Veja mais: <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/Mathematicians/Gauss.html>

22. Coloque na forma algébrica os complexos e os represente no plano de Argand-Gauss:

a) $z_1 = (3, 7)$

Ⓜ $z_1 = 3 + 7i$

- b) $z_2 = (2, -1)$ Ⓐ $z_2 = 2 - i$
 c) $z_3 = (0, 4)$ Ⓑ $z_3 = 4i$
 d) $z_4 = (1, -1)$ Ⓒ $z_4 = 1 - i$

Módulo e Argumento de um Número Complexo

Consideremos o número complexo não-nulo $z = a + bi$, representado no plano de Gauss pelo afixo P(a,b) e o ângulo q ($0 \leq q < 2\pi$), formado por \overline{OP} com o eixo Ox.

Módulo de z : $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$ ou $|z| = r$

Argumento de um número complexo z ou $z = \arg(z)$ é o número q , tal que $0 \leq q < 2\pi$, $\operatorname{sen} q = \frac{b}{|z|}$ e $\operatorname{cos} q = \frac{a}{|z|}$, com $z \neq 0$, (Obs: o ângulo q é formado pelo eixo OX e o

módulo de z , \overline{OP}).

23. Determinar o módulo, o argumento e fazer a representação gráfica dos seguintes complexos:

- a) $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ Ⓐ $|z|=2$ e $\arg(z)=60^\circ$
 b) $z_2 = -2 + 2i$ Ⓑ $|z|= 2\sqrt{2}$ e $\arg(z)=45^\circ$
 c) $z_3 = -3i$ Ⓒ $|z|= 3$ e $\arg(z)=270^\circ$
 d) $z_4 = 2$ Ⓓ $|z|=2$ e $\arg(z)=0^\circ$
 e) $-\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$ Ⓔ $|z|=1$ e $\arg(z)=210^\circ$

24. Representar o plano de Gauss os seguintes subconjuntos de \mathbb{C} :

- a) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z| = 2\}$ Ⓐ $x^2 + y^2 = 4$
 b) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z| < 3\}$ Ⓑ Região interna a circunferência $x^2 + y^2 = 9$
 c) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z| \geq 1\}$ Ⓒ Região externa inclusive a circunferência $x^2 + y^2 = 1$
 d) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z| > 2\}$ Ⓓ Região interna a circunferência $x^2 + y^2 = 4$
 e) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z - i| = 4\}$ Ⓔ circunferência C(0,1) e r=4
 f) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z - (1 - i)| = 2\}$ Ⓕ circunferência C(1,-1) e r=2
 g) $\{z \in \mathbb{C}, \text{ tal que, } |z - 2| = 2\}$ Ⓖ circunferência C(2,0) e r=2

Forma Trigonométrica dos Números Complexos

$$z = r(\operatorname{cos} q + i \operatorname{sen} q)$$

25. Escrever na forma trigonométrica os números complexos:

- a) $z = -\sqrt{3} + i$ Ⓐ $z = 2 \cdot \left(\operatorname{cos} \frac{5\pi}{6} + i \operatorname{sen} \frac{5\pi}{6} \right)$
 b) $z = 1 - i$ Ⓑ $z = \sqrt{2} \cdot \left(\operatorname{cos} \frac{7\pi}{4} + i \operatorname{sen} \frac{7\pi}{4} \right)$

- c) $z = i\sqrt{5}$ ⑧ $z = \sqrt{5} \left(\cos \frac{p}{2} + i \operatorname{sen} \frac{p}{2} \right)$
 d) $z = -2$ ⑧ $z = 2 \cdot (\cos p + i \operatorname{sen} p)$
 e) $z = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$ ⑧ $z = 3 \cdot \left(\cos \frac{3p}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3p}{4} \right)$

26. Escrever na forma algébrica os complexos:

- a) $z = 4 \cdot \left(\cos \frac{2p}{3} + i \operatorname{sen} \frac{2p}{3} \right)$ ⑧ $z = -2 + i \cdot 2\sqrt{3}$
 b) $z = 3 \cdot \left(\cos \frac{4p}{3} + i \operatorname{sen} \frac{4p}{3} \right)$ ⑧ $z = -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i$

Multiplicação de complexos na forma trigonométrica

Dados os complexos $z_1 = r_1(\cos q_1 + i \operatorname{sen} q_1)$ e $z_2 = r_2(\cos q_2 + i \operatorname{sen} q_2)$ o produto
 $z_1 \cdot z_2 = r_1(\cos q_1 + i \operatorname{sen} q_1) \cdot r_2(\cos q_2 + i \operatorname{sen} q_2)$
 $z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot [\cos(q_1 + q_2) + i \operatorname{sen}(q_1 + q_2)]$

27. Calcule o produto $z_1 = \sqrt{5} \cdot \left(\cos \frac{p}{2} + i \operatorname{sen} \frac{p}{2} \right)$ e $z_2 = 3 \cdot \left(\cos \frac{3p}{4} + i \operatorname{sen} \frac{3p}{4} \right)$.
 ⑧ $z_1 \cdot z_2 = \sqrt{5} \cdot 3 \cdot \left[\cos \frac{5p}{4} + i \operatorname{sen} \frac{5p}{4} \right]$

28. Calcule o produto $z_1 = 3 \cdot \left(\cos \frac{4p}{3} + i \operatorname{sen} \frac{4p}{3} \right)$ e $z_2 = 2 \cdot \left(\cos \frac{5p}{6} + i \operatorname{sen} \frac{5p}{6} \right)$.
 ⑧ $z_1 \cdot z_2 = 3 \cdot 2 \cdot \left(\cos \frac{13p}{6} + i \operatorname{sen} \frac{13p}{6} \right)$ ou $z_1 \cdot z_2 = 3 \cdot 2 \cdot \operatorname{cis} \frac{13p}{6}$

29. Dados os números complexos $z_1 = \sqrt{3} \cdot \left(\cos \frac{2p}{3} + i \operatorname{sen} \frac{2p}{3} \right)$, $z_2 = 2 \cdot \left(\cos \frac{p}{4} + i \operatorname{sen} \frac{p}{4} \right)$
 e $z_3 = \frac{1}{2} \cdot \left(\cos \frac{4p}{3} + i \operatorname{sen} \frac{4p}{3} \right)$, calcule os produtos:

- a) $z_1 \cdot z_2$ ⑧ $2 \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\cos \frac{11p}{12} + i \operatorname{sen} \frac{11p}{12} \right)$
 b) $z_2 \cdot z_3$ ⑧ $1 \cdot \left(\cos \frac{19p}{12} + i \operatorname{sen} \frac{19p}{12} \right)$
 c) $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ ⑧ $\sqrt{3} \cdot \left(\cos \frac{27p}{12} + i \operatorname{sen} \frac{27p}{12} \right)$
 d) $z_2 \cdot z_2 \cdot z_2$ ⑧ $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \left(\cos 3 \cdot \frac{p}{4} + i \operatorname{sen} 3 \cdot \frac{p}{4} \right)$

- e) Encontre uma fórmula para z_1^{30} Ⓜ ?

Potenciação de complexos na forma trigonométrica

Dado o complexo $z = r(\cos q + i \cdot \text{sen} q)$ e o número natural n , temos:

$$z^n = r^n (\cos nq + i \cdot \text{sen} nq)$$

30. Sendo $z = 2 \left(\cos \frac{p}{3} + i \cdot \text{sen} \frac{p}{3} \right)$, determine na forma trigonométrica:

- a) z^3 b) z^{15} Respostas: a)

$$z^3 = 2^3 \left(\cos 3 \cdot \frac{p}{3} + i \cdot \text{sen} 3 \cdot \frac{p}{3} \right) \quad \text{b) } z = 2^{15} \left(\cos 15 \cdot \frac{p}{3} + i \cdot \text{sen} 15 \cdot \frac{p}{3} \right)$$

31. Calcule as potências:

a) $(1+i)^5$ Solução: $(\sqrt{2})^5 \left(\cos 5 \cdot \frac{p}{4} + i \cdot \text{sen} 5 \cdot \frac{p}{4} \right) = 4\sqrt{2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$

b) $\left(\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^3$ Solução: $1 \cdot \left(\cos 3 \cdot \frac{5p}{6} + i \cdot \text{sen} 3 \cdot \frac{5p}{6} \right) = \cos \frac{5p}{2} + i \cdot \text{sen} \frac{5p}{2} = i$

c) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot i \right)^6$ Solução: $1 \cdot \left(\cos 6 \cdot \frac{p}{4} + i \cdot \text{sen} 6 \cdot \frac{p}{4} \right) = i$

d) $(\sqrt{2} - i \cdot \sqrt{2})^8$ Solução: $2 \cdot \left(\cos 8 \cdot \frac{7p}{4} + i \cdot \text{sen} 8 \cdot \frac{7p}{4} \right) = 2$

Radiciação de Complexos na Forma Trigonométrica

Dado o número complexo não-nulo $z = r(\cos q + i \cdot \text{sen} q)$, vamos determinar os números da forma $w = r(\cos a + i \cdot \text{sen} a)$, de modo que $w^n = z$, ou seja,

$$w_k = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos \frac{q + 2kp}{n} + i \cdot \text{sen} \frac{q + 2kp}{n} \right), \quad k \in Z, \text{ onde atribuindo-se a } k \text{ os valores } 0, 1, 2, 3,$$

..., $n-1$, obteremos os complexos: $w_0, w_1, w_2, w_3, \dots, w_{n-1}$, que são as n raízes distintas de $z = r(\cos q + i \cdot \text{sen} q)$.

Observações:

1. Qualquer outro valor atribuído a k recairá numa das raízes já encontradas, o que vale dizer que o número de raízes distintas de um complexo z é igual a n .
2. As n raízes do complexo $z = r(\cos q + i \cdot \text{sen} q)$ possuem o mesmo módulo igual a

$$\sqrt[n]{r} \text{ e seus argumentos formam uma progressão aritmética onde o primeiro termo é } \frac{q}{n}$$

$$\text{e a razão é } \frac{2p}{n}.$$

3. A soma das raízes $w_0 + w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n = 0$.

4. Se $n \geq 3$, os afixos das raízes enésimas de z são os vértices de um polígono regular de n lados, inscrito numa circunferência cujo centro está na origem do plano de *Argand-Gauss*.

32. Calcular as raízes cúbicas de $8i$.

Solução: $w_k = \sqrt[n]{r} \cdot \left(\cos \frac{q + 2kp}{n} + i \operatorname{sen} \frac{q + 2kp}{n} \right)$ à

$$w_k = \sqrt[3]{8} \cdot \left(\cos \left(\frac{\frac{p}{3} + \frac{2kp}{3}}{\right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\frac{p}{3} + \frac{2kp}{3}}{\right) \right)$$

$$w_0 = \sqrt[3]{8} \cdot \left(\cos \left(\frac{\frac{p}{3} + \frac{2 \cdot 0 \cdot p}{3}}{\right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\frac{p}{3} + \frac{2 \cdot 0 \cdot p}{3}}{\right) \right) = \sqrt{3} + i$$

$$w_1 = \sqrt[3]{8} \cdot \left(\cos \left(\frac{\frac{p}{6} + \frac{2 \cdot 1 \cdot p}{3}}{\right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\frac{p}{6} + \frac{2 \cdot 1 \cdot p}{3}}{\right) \right) = -\sqrt{3} + i$$

$$w_2 = \sqrt[3]{8} \cdot \left(\cos \left(\frac{\frac{p}{6} + \frac{2 \cdot 2 \cdot p}{3}}{\right) + i \operatorname{sen} \left(\frac{\frac{p}{6} + \frac{2 \cdot 2 \cdot p}{3}}{\right) \right) = -2i$$

33. Calcular as raízes cúbicas de $z=27$. ® $\left\{ 3, -\frac{3}{2} + \frac{3\sqrt{3}}{2}i, -\frac{3}{2} - \frac{3\sqrt{3}}{2}i \right\}$

34. Resolver a equação $3x^4 + 48 = 0$, sendo $U=C$.

® $\{\sqrt{2} + \sqrt{2}i, -\sqrt{2} + \sqrt{2}i, -\sqrt{2} - \sqrt{2}i, \sqrt{2} - \sqrt{2}i\}$

35. Resolver a $x^5 - 32 = 0$.

® $2\sqrt{2} \cdot (\cos 0^\circ + i \operatorname{sen} 0^\circ), 2\sqrt{2} \cdot (\cos 72^\circ + i \operatorname{sen} 72^\circ), 2\sqrt{2} \cdot (\cos 144^\circ + i \operatorname{sen} 144^\circ), 2\sqrt{2} \cdot (\cos 216^\circ + i \operatorname{sen} 216^\circ), 2\sqrt{2} \cdot (\cos 288^\circ + i \operatorname{sen} 288^\circ)$.

Exercícios

36. Seja a equação $z^4 - a - bi = 0$, onde a e b são reais não-nulos. Sobre as raízes dessa equação podemos afirmar que:

- uma delas é um imaginário puro.
- os seus módulos formam uma progressão aritmética de razão $4\sqrt{|a + bi|}$.
- o seu produto é um imaginário puro.
- Cada uma tem argumento igual a $\frac{\arg(a + bi)}{4}$.
- A sua soma é zero.

37. (ITA-SP) Sejam as matrizes $A = \begin{pmatrix} \operatorname{sen} \frac{p}{2} & \cos \frac{p}{4} \\ \operatorname{tg} p & \operatorname{sen} \frac{2p}{5} \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} \sec \frac{2p}{5} & \cos \frac{2p}{5} \\ \cos p & \cot g \frac{p}{2} \end{pmatrix}$. Se

$a = \det A$ e $b = \det B$, então o número complexo $a + bi$ tem módulo igual a:

- a) 0
- b) 1
- c) $\operatorname{sen} \frac{2p}{5} + \operatorname{cos} \frac{2p}{5}$
- d) 4
- e) $2\sqrt{2}$

38. (ITA-SP) O número natural n , tal que $(2i)^n + (1+i)^{2n} = -16i$, onde i é a unidade imaginária do conjunto dos números complexos, vale:

- a) 3
- b) 4
- c) 6
- d) 7
- e) não existe n nessas condições.

39. ?

Respostas:

36 e; 37 b; 38 a;

Bibliografia consultada

Bianchini, Edwaldo; Paccola, Herval — *Matemática volume 3, versões alfa e beta* — 2ª edição revista e ampliada.

Roku, Carlos, Kazuhito — *Os Elos da Matemática*— Volume 3, Editora Saraiva, 3ª. edição 1993