

Lección #5

Perímetros y áreas de polígonos

Aprenderemos sobre:

- Perímetros de los polígonos
- Perímetros de figuras que son combinaciones de polígonos
- Áreas de los polígonos
- Áreas de figuras que son combinación de polígonos.

Perímetros de polígonos

El perímetro de un polígono es la distancia alrededor de la figura. Para determinar el perímetro P de un polígono, sumamos el largo de cada lado del polígono.

Ejemplos.

Para algunos polígonos, como el cuadrado y el rectángulo, podemos computar el perímetro utilizando una fórmula. Como el cuadrado tiene cuatro lados del mismo largo s , la fórmula de perímetro es $P = s + s + s + s = 4s$.

Perímetro de un cuadrado

Si un cuadrado tiene un lado de largo s , su perímetro esta dado por la fórmula

$$P = 4s.$$

Ver los problemas asignados

Como conocemos un rectángulo tiene dos largos l y dos anchos w , su perímetro

$$P = l + w + l + w = 2l + 2w.$$

Perímetro de un rectángulo

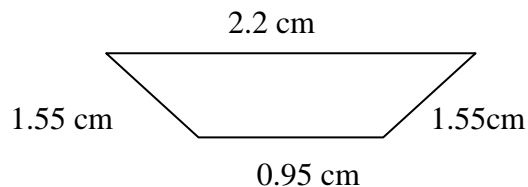
Si un rectángulo tiene largo l y ancho w , su perímetro P es dado por la fórmula

$$P = 2l + 2w$$

Nota: Cuando determinamos el perímetro de un polígono, el largo de los lados debe expresarse en la misma unidad de medida.

Ejemplo

Encuentre el perímetro del trapecio isósceles



Solución

$$P = 2.2 + 1.55 + 1.55 + 0.95$$

$$P = 6.25$$

El perímetro es de 6.25 cm.

Perímetros de figuras que son combinaciones de polígonos

Ejemplo

Determine el perímetro de la figura.

Para determinar el perímetro necesitamos reconocer el valor de x y y . Como la figura es una combinación de dos rectángulos los valores de de

$$x = 20.25 - 10.17$$

$$x = 10.08$$

$$y = 12.5 - 4.75$$

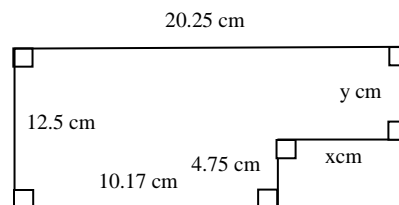
$$y = 7.75$$

El perímetro P de la figura es

$$P = 20.25 + 12.5 + 10.17 + 4.75 + x + y$$

$$P = 20.25 + 12.5 + 10.17 + 4.75 + 10.08 + 7.75$$

$$P = 65.5$$



Áreas de polígonos

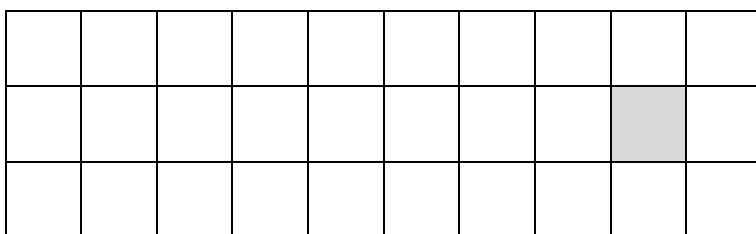
El área de un polígono es la medida de la cantidad de superficie que el polígono encierra. El área se mide en unidades cuadradas, pulgadas cuadradas o pies cuadrados.

En la vida diaria, utilizamos el concepto de área de diferentes aspectos. Por ejemplo

- La alfombra de un cuarto, la compramos en pies cuadrados
- Una lata de pintura cubre un número de pies cuadrados
- La medida de un lote de terreno lo medimos en kilómetros cuadrados

El rectángulo en la figura tiene un largo de 10 centímetros y un ancho de 3 centímetros. Si dividimos el rectángulo en cuadrados de $1\text{cm} \times 1\text{cm}$, cada cuadrado representa un área de 1cm cuadrado (la superficie encerada en este cuadrado de $1\text{cm} \times 1\text{cm}$ es de un centímetro cuadrado). Como el área de la superficie del rectángulo encierra 30 cuadrados, su área es de 30 cm cuadrados, lo representamos como 1cm^2 .

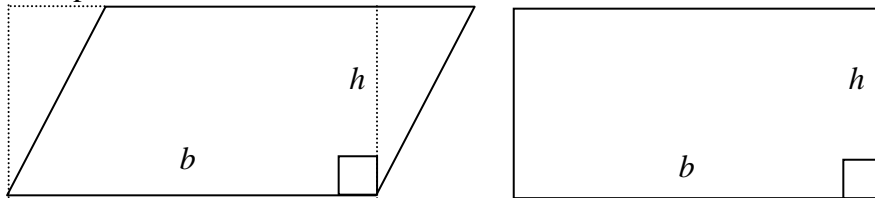
Con este ejemplo podemos observar que para calcular el área de un rectángulo, multiplicamos el largo por el ancho.



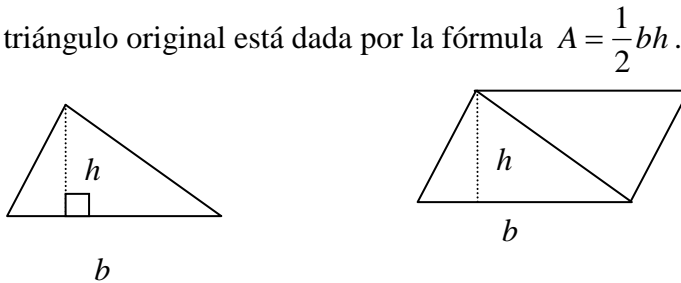
Nota: No debemos confundir el concepto de perímetro y área. El perímetro la distancia alrededor del polígono. Esta es medida en unidades lineales, tales como centímetros, pies o pulgadas. El área es la medida de la superficie encerrada dentro del polígono. Las unidades de medidas son en unidades cuadradas, como centímetros cuadrados, pies cuadrados o pulgadas cuadradas.

En la práctica, no encontramos el área de polinomios contando cuadrados. En realidad utilizamos fórmulas de áreas para las distintas figuras geométricas. Ya hemos visto que la fórmula para calcular el área de un rectángulo es el producto del largo y el ancho. Este hecho lo utilizaremos para derivar la fórmula de un paralelogramo.

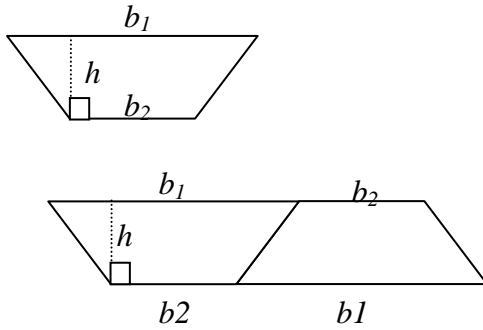
La figura muestra como un paralelogramo con base b y altura h se puede transformar en un rectángulo con base b y altura h . Como el área de un rectángulo es bh , el área del paralelogramo es también bh . Podemos concluir que el área de un paralelogramo está dado por la fórmula $A = bh$.



Para derivar la fórmula de área de un triángulo, usamos el hecho de que el área del paralelogramo es el producto del largo de la base por la altura. La próxima figura muestra como un triángulo con base b y altura h , al añadir otro triángulo idéntico, se puede transformar en un paralelogramo con base b y altura h . Como el área del paralelogramo es bh , el área del triángulo es la mitad de esta área. Podemos concluir, que el área del triángulo original está dada por la fórmula $A = \frac{1}{2}bh$.

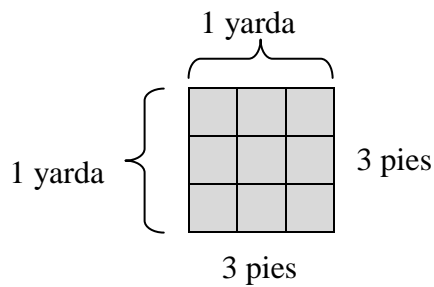


Podemos derivar la fórmula de un trapecio de usando la fórmula de área de un paralelogramo. La próxima figura muestra como un trapecio con base b_1 , b_2 y altura h se puede añadir otro trapecio idéntico y formar un paralelogramo con base (b_1+b_2) y altura h . Como sabemos que el área de un paralelogramo es bh para este paralelogramo es $(b_1+b_2)h$, el área del trapecio original es la mitad de del área de este paralelogramo. De esta forma tenemos que la fórmula de área del trapecio original es $A = \frac{1}{2}(b_1+b_2)h$.



Ejemplo

Encuentre el número de pies cuadradas en una yarda cuadrada.



Solución

Como sabemos 1 yarda = 3 pies; cada lado de 1 yarda cuadrada tiene 3 pies de largo.

$$A = l^2$$

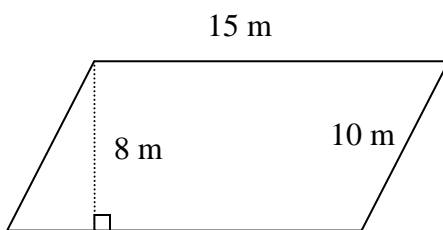
$$A = 3^2$$

$$A = 9$$

Hay 9 pies² en una yarda².

Ejemplo

Encuentre el área del paralelogramo



Solución

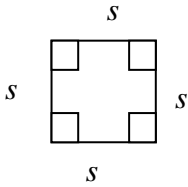
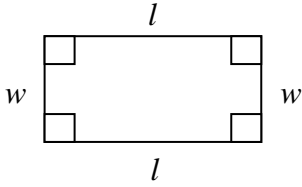
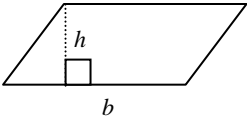
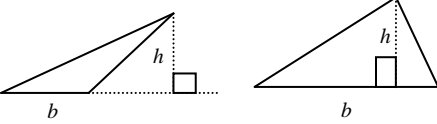
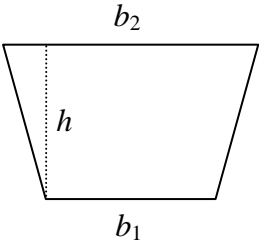
La base mide 15 metros y tiene una altura de 8 metros datos suficientes para determinar el área del paralelogramo.

$$A = 15 \cdot 8$$

$$A = 120$$

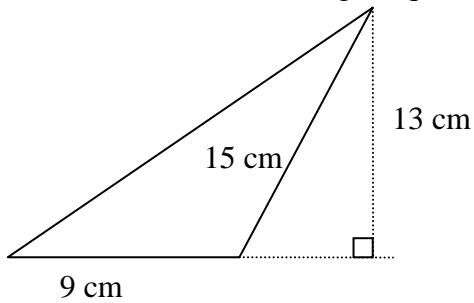
El área del paralelogramo es de 120 metros.

Fórmulas de área de diferentes figuras geométricas se resumen en la siguiente tabla.

Figura	Nombre	Fórmula para área
	Cuadrado	$A = s^2$; donde s es uno de los lados del cuadrado
	Rectángulo	$A = lw$; donde l es el largo y w es el ancho del rectángulo
	Paralelogramo	$A = bh$, donde b es largo de la base y h la altura del paralelogramo
	Triángulo	$A = \frac{1}{2}bh$; donde b es el largo de la base y h la altura del triángulo. El segmento perpendicular desde un vértice opuesto a la base a la base se llama la altura.
	Trapezio	$A = \frac{1}{2}(b_1 + b_2)h$; donde h es la altura del trapezio y b_1 , b_2 representan los largos de las bases.

Ejemplo

Encuentre el área del triángulo que se muestra



Solución

En esta ocasión la altura del triángulo queda fuera del triángulo como observamos en la figura

$$A = \frac{1}{2}bh$$

$$A = \frac{1}{2}9 \cdot 13$$

$$A = \frac{117}{2}$$

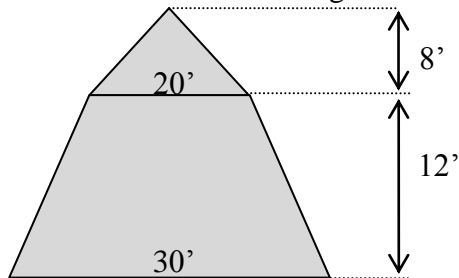
$$A = 58.5$$

El área de este triángulo es de 58.5 cm²

Áreas de figuras que son combinación de polígonos

Ejemplo Combinación de polígonos

Determine el área de la figura.



Solución

La figura es una combinación de un triángulo y un trapecio. Trabajemos con cada figura por separado y luego combinamos los resultados

Para determinar el área del trapecio identificamos sus bases son $b_1=30$ pies y $b_2=20$ pies con una altura $h=12$ pies.

$$A_{trap} = \frac{1}{2} h (b_1 + b_2)$$

$$A_{trap} = \frac{1}{2} (12 + 30) \cdot 20$$

$$A_{trap} = 6 \cdot 50$$

$$A_{trap} = 300$$

El área del trapecio es de 300 pies cuadrados.

De la misma forma determinamos el área del triángulo.

El triángulo tiene una base de $b=20$ pies y una altura de $h=8$ pies.

$$A_{trian} = \frac{1}{2} bh$$

$$A_{trian} = \frac{1}{2} (20) \cdot 8$$

$$A_{trian} = 80$$

El área del triángulo es de 80 pies cuadrados.

El área total de la figura se encuentra sumando el área del trapecio y el área del triángulo.

$$A_{total} = A_{trap} + A_{trian}$$

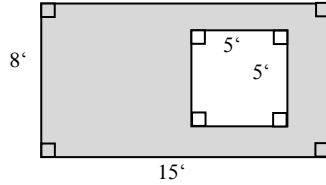
$$A_{total} = 300 + 80$$

$$A_{total} = 380$$

El área total es de 380 pies cuadrados.

Ejemplo restar área no deseada

Determine el área de la región sombreada como se muestra en la figura.



Solución

El área de la región sombreada se determina calculando las áreas de cada figura por separado y luego al área del rectángulo le restamos el área del cuadrado.

$$A_{rec} = bh$$

$$A_{rec} = 15 \cdot 8$$

$$A_{rec} = 120$$

El área del rectángulo es de 120 pies cuadrados.

$$A_{cuad} = l^2$$

$$A_{cuad} = 5^2$$

$$A_{cuad} = 25$$

El área del cuadrado es 25 pies cuadrados

El área total es

$$A_{total} = A_{rec} - A_{cuad}$$

$$A_{total} = 120 - 25$$

$$A_{total} = 95$$

El área total es de 95 pies cuadrados.