

## Chapitre 8

### Conclusion

#### 8-1 Rétrospective :

Dans cette thèse nous avons montré qu'il devient nécessaire de mettre au point un environnement automatique et convivial de conception et de fabrication assistées par ordinateur (CAO/FAO) qui intègre les différentes étapes de la conception mécanique des pièces et de leur analyse structurale par éléments finis. Ce besoin demande l'intégration de techniques et le développement de moyens d'analyse et de modélisation sophistiquée.

Lorsqu'on veut résoudre un problème de mécanique par l'intermédiaire de la CAO, la démarche générale est la suivante : On commence par modéliser l'objet à étudier par l'intermédiaire d'un logiciel, généralement interactif, de saisie de sa géométrie. Ceci se fait en précisant des points, en utilisant des primitives graphiques comme : cercles, sphères, cônes, etc., ou en définissant des courbes ou surfaces paramétriques ou d'interpolation (ces logiciels sont parfois appelés modeleurs solides).

Une fois cette étape franchie on doit imposer les contraintes voulues à l'objet, et étudier ses réactions. Pour cela, différentes méthodes existent. L'une des plus puissantes est la méthode des éléments finis. Elle s'applique aussi bien aux études de résistance des matériaux, qu'à l'aérodynamique. Le but de la méthode éléments finis est de résoudre de façon approchée les problèmes aux limites de la mécanique exprimés soit sous forme d'équations aux dérivées partielles soit sous forme d'équations intégrales, et sous diverses conditions de chargement. Cette méthode nécessite le découpage du domaine en sous domaines appelés éléments finis afin de constituer un maillage. Une telle approche oblige à reconsidérer la modélisation géométrique de l'objet sous l'angle des éléments finis.

Il existe très peu d'interfaces entièrement automatiques permettant de passer du modèle géométrique au modèle par éléments finis. L'utilisateur est souvent obligé de repenser son modèle en fonction des éléments finis, en perdant éventuellement de vue le modèle géométrique.

Une des étapes essentielle à la réussite d'une analyse par éléments finis est l'étape de génération de maillage. Lorsqu'elle est effectuée manuellement, elle est très gourmande en temps, et des erreurs et imperfections préjudiciables à la qualité des résultats peuvent facilement s'introduire, notamment à cause de la grande quantité de données à générer et à manipuler. Mark A. Yerry [2] évalue que cette génération de données (géométrie des éléments, connectivités des noeuds, etc.) justifie à elle seule 80% du coût total d'une analyse par éléments finis utilisant des méthodes interactives de génération de maillage. Afin de réduire l'impact de ces problèmes, et ainsi de banaliser l'utilisation des éléments finis, de nombreuses équipes tentent depuis des années de développer des méthodes visant à automatiser, du moins en partie, le processus de génération de maillage et même de l'éliminer complètement.

Dans la conception et l'analyse de modèles en deux et trois dimensions, la génération d'un maillage Éléments Finis (E.F.) fiable et consistant peut représenter un goulot d'étranglement dans l'établissement du lien nécessaire.

Un bon mailleur pour éléments finis doit tenir compte de ces considérations de

base :

- I. La qualité de la solution obtenue avec l'analyse par éléments finis dépend de la finesse du maillage produit.
- II. Les coûts d'analyse augmentent généralement beaucoup plus vite que la finesse de maillage.
- III. Le maillage généré doit être le plus fidèle possible à la géométrie du problème. Il doit être géométriquement et topologiquement consistant avec le modèle géométrique de CAO. En particulier, les différents contours extérieurs et intérieurs qui apparaissent une fois le maillage généré doivent être aussi proches que possible des frontières originales.
- IV. Il convient également de contrôler la forme des éléments finis générés. En effet, les calculs effectués au moment de l'analyse par éléments finis sont faits sur des éléments de référence (triangulaire ou carré) qui sont ensuite déformés pour coller aux différents éléments de maillage analogues. Des éléments trop déformés par rapport à ces éléments de référence amèneraient des problèmes de types numériques (singularité, imprécision, ...).
- V. Enfin, si le but premier du mailleur doit être de soulager l'analyste dans sa tâche de génération d'un maillage correct, il faudrait également avoir comme objectif à plus long terme de le faire travailler (i.e. essentiellement échanger des données) avec d'autres programmes (modélisation du ou des objets, saisie des paramètres physiques tels que les matériaux utilisés, définitions des sollicitations appliquées, analyse et calculs, etc.) ; il convient donc de soigner l'aspect structure de données.

Il existe actuellement trois grandes classes de mailleurs automatiques :

- ◆ Ceux utilisant la technique de triangulation de Delaunay (en 2D et 3D) et employés dans des maillages non structurés ;
- ◆ Ceux utilisant la transformation isoparamétrique, populaires chez les ingénieurs;
- ◆ Et ceux basés sur la décomposition récursive spatiale des domaines, par

quadtree en 2D ou octree modifiée en 3D.

Ces derniers utilisent des bases de données en arborescence quaternaire ou octale et permettent un raffinement sélectif facile, suite à une analyse d'erreur ainsi qu'une structuration de l'analyse de façon hiérarchique. Ils offrent un avenir intéressant dans le domaine d'analyse automatique. Le maillage adaptatif doit être généré à partir du modèle géométrique (CSG ou B-rep.).

Dans cette thèse, nous avons d'abord commencé, dans le chapitre 2, par les explorations des différentes méthodes de génération de maillage E.F.. Après une revue bibliographique de la plupart des travaux dans le domaine de la génération de maillage, nous avons mis l'accent sur la méthode de quadtree/octree modifiée.

Les problèmes majeurs de la méthode de triangulation de Delaunay sont :

1. Génération des points initiaux sur les frontières et à l'intérieur de l'objet.
2. Le traitement des zones dégénérées et la résolution des dégénérescences.
3. La classification des éléments pour arriver au maillage convenable est assez difficile.

L'inconvénient principal du maillage par transformation isoparamétrique est que la phase de décomposition de l'objet en sous-domaines à 3 ou 4 côtés doit être faite par l'utilisateur. Cette décomposition dépend de la nature du problème et la connaissance des éléments finis de l'utilisateur. Donc pour un maillage entièrement automatique ceci n'est pas acceptable.

Dans la méthode quadtree/octree modifiée, des efforts importants doivent être effectués pour :

- Le calcul d'intersection pour le découpage et la classification des octants.
- Le calcul de la configuration des noeuds (octants) lors de test in/out.
- Le calcul de génération du maillage intérieur selon des patrons de maillage intérieur.
- Le calcul de génération du maillage des octants frontières.

Nous nous sommes alors proposés d'étudier un algorithme original de génération des octants frontières pour améliorer les méthodes existantes.

Tout processus de maillage doit se baser sur un modèle géométrique. La modélisation géométrique est la représentation d'objets du point de vue de leurs formes et propriétés géométriques [44]. Elle occupe une place importante dans les applications de CAO/FAO. En effet, le modèle géométrique est utilisé pour de nombreuses fonctions, tant au niveau des études de projets que de la fabrication. La connaissance de propriétés géométriques est aussi nécessaire pour une modélisation par éléments finis.

Dans le chapitre 3, on a présenté quelques techniques modernes de modélisation géométrique en 2D et 3D. On a considéré la modélisation à l'aide du modèle de courbes et de surfaces de Bézier et B-spline. Afin d'arriver à une représentation unifiée, on a utilisé le modèle des courbes B-splines composites fermées en 2D et de surfaces B-spline en 3D.

Le but final de la modélisation géométrique est de trouver un mode de représentation unifiée. La représentation NURBS peut être une bonne candidate pour ce problème parce que, on peut présenter un solide par une surface NURBS ou un nombre limité de surfaces NURBS et la surface NURBS est capable de présenter presque n'importe quelle surface. L'outil est encore plus puissant et plus souple car le modèle NURBS (non uniform rational B-spline) permet de représenter de façon unifiée les coniques et les cubiques.

La méthode de quadtree modifiée est une méthode bien intéressante pour automatiser entièrement le processus de génération de maillage pour la méthode des éléments finis en deux dimensions. Dans le chapitre 4 nous avons vu que nous pouvons améliorer cette méthode en prêtant une attention particulière aux quadrants frontières. En utilisant une modélisation géométrique de l'objet par un modèle de courbe cubique B-spline rationnelle non uniforme composite fermée, nous avons abouti à une représentation unifiée du modèle géométrique. Les quadrants intérieurs ont été

généralisés de la même façon que la méthode quadtree originale mais avec une petite modification sur le niveau des quadrants généralisés à côté des quadrants partiels, ces quadrants ayant ici le même niveau de subdivision que les quadrants partiels voisins. En éliminant les quadrants partiels et extérieurs, on a généralisé les quadrants frontières, entre les côtés libres des quadrants intérieurs et les courbes frontières. De cette manière, on a pu éliminer tous les cas particuliers de quadrants coupés. Donc tous les traitements particuliers de génération de maillage à partir des quadrants coupés ont été éliminés. Les quadrants frontières ont été généralisés, en utilisant un algorithme simple basé sur le principe de projection d'un point sur une courbe B-spline paramétrique. De cette façon, la similarité géométrique entre les quadrants généralisés et l'objet à mailler est garantie. La génération de maillage à partir des quadrants frontières est très simple, et on peut utiliser les mêmes patrons de maillage qu'on a utilisés pour la génération du maillage à partir des quadrants intérieurs.

Dans le chapitre 5, nous avons vu que nous pouvions améliorer la méthode d'octree modifiée en prêtant une attention particulière aux octants frontières. En utilisant une modélisation géométrique de l'objet par un modèle non uniforme rationnel B-spline (NURBS), nous avons abouti à une représentation adéquate du modèle géométrique. Les octants intérieurs ont été généralisés de la même façon que la méthode octree originale. En éliminant les octants partiels et extérieurs, nous avons généralisé les octants frontières entre les faces libres des octants intérieurs et les surfaces frontières. De cette manière, on a éliminé tous les cas particuliers d'octants coupés (les 4096 cas différents d'octant coupés déjà mentionné [20-22, 24-26]). Donc on n'a plus besoin de tous les traitements particuliers de génération de maillage à partir des octants coupés. Ceci avait été un talon d'Achille dans les travaux précédents. Les octants frontières ont été généralisés, en utilisant un algorithme simple basé sur le principe de la projection d'un point sur une surface B-spline paramétrique. Pour ajuster les bords et les coins de l'objet, on a passé à l'étape de correction des octants frontières. De cette façon, la similarité géométrique entre les octants généralisés et l'objet à mailler est garantie. La génération du maillage à partir des octants frontières est très simple, et on peut utiliser

les mêmes patrons de maillage déjà utilisés pour la génération du maillage à partir des octants intérieurs.

Dans les chapitres 3 et 4, on a présenté les différentes étapes de génération de maillage en détail et les algorithmes associés à chaque étape.

Les processus de génération de maillage en deux et trois dimensions peuvent être laborieux et longs. Dans le chapitre 6, on a présenté les algorithmes parallèles pour les différentes étapes de génération de maillage afin de diminuer le temps de génération de maillage. Pour présenter ces algorithmes, nous avons utilisé le modèle SIMD SM avec accès concurrent en lecture et exclusif en écriture. Les algorithmes sont aussi utilisables pour les machines MIMD avec quelques modifications.

On a constaté que pour l'implantation adéquate des algorithmes parallèles, on a besoin de machines parallèles ayant un temps de communication assez court. Par exemple, pour des machines parallèles adéquates pour l'implantation de l'algorithme de résolution d'un système d'équations, nous devons avoir des temps de communication d'un élément inférieur au temps d'exécution des opérations pour cet élément, ce qui n'est pas le cas des machines(VOLVOX) sur lesquelles notre implantation a été faite.

Dans le chapitre 7, nous avons procédé à l'application de techniques développées précédemment à des problèmes physiques réels. Nous faisons l'analyse des contraintes par E.F. dans les exemples en 2D et 3D. Nous avons validé les programmes MESH2D et MESH3D dans les chapitres 4, 5 et 7, en utilisant les différents exemples.

## 8-2 Recommandations pour les travaux futurs :

En fait une méthode de maillage robuste combinera toutes les méthodes déjà mentionnées et essaiera de tirer profit des divers avantages propres à chacune des méthodes après avoir décomposé le domaine en plusieurs blocs.

Il en résulte que la méthode MSM permet de réaliser des gains de temps substantiels par rapport aux méthodes usuelles lorsqu'il s'agit de résoudre une succession de problèmes voisins.

Pris séparément, les maillages de la méthode MSM sont typiquement des maillages par éléments finis classiques et sont traités en tant que tels. La différence essentielle provient du fait que le maillage principal est défini sur le domaine support, alors que les maillages secondaires sont définis sur les petites zones (i.e. fenêtres). Donc, on a besoin d'une méthode de génération de maillage, cependant, pour mailler des zones assez simples.

Donc, en combinant la méthode MSM avec la méthode Quadtree/Octree, on peut profiter de la méthode Quadtree/Octree pour la génération de maillage de chaque zone de l'objet complexe et ensuite, on peut relier les différentes zones en utilisant la méthode MSM. Pour les objets assez simples, comme les cylindres, les hexaèdres, les pyramides, les sphères, etc., on peut générer le maillage adéquat et on peut les conserver dans une librairie de maillage. En utilisant la méthode MSM, on peut créer le maillage de n'importe quel objet complexe, en combinant les maillages pré-définis dans la librairie de maillage. De cette façon, on peut réduire le temps de génération du maillage et en même temps un utilisateur peut vérifier le maillage de chaque zone séparément avant de commencer de combiner les différentes zones.

En combinant les deux méthodes (MSM et Quadtree/Octree), les maillages de différentes zones peuvent s'exécuter parallèlement parce qu'ils sont complètement indépendants, ce qui réduit beaucoup le temps de calcul.

Les algorithmes parallèles présentés dans cette thèse doivent être aussi implanter et valider sur les machines adéquates.

**Bibliographie :**

1. Batoz J.L. , Dhatt G. "Modélisation des structures par éléments finis", Volume 1, Solides élastiques, les presses de l'université Laval, Sainte-foy, 1990.
2. Yerry M.A. "Modified quadtree for finite element mesh generation", Master's thesis. Center for Interactive Computer Graphics. TR-82006, Rensselaer Polytechnic Institute, Troy N.Y. USA, May 1982.
3. Shephard M.S. "A modified quadtree approach to finite element generation", IEEE Computer Graphics and Application, Jan./Feb. 1983.
4. Ho-Le K. "Finite element mesh generation methods : a review and classification" ,Computer Aided Design, Vol. 20 no. 1 Jan/Feb 1988.
5. Cavendish J.C. " An approach to automatic three-dimensional finite element mesh generation", International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 21 1985.
6. Appleby D. "Programming languages paradigm and practice", McGraw-Hill 1991.
7. Bergeron J. et Dupras M. "Note acétates de cours de langages de programmation", Université Laval 1993.
8. Eckel Bruce " C++ Inside & out", McGraw-Hill 1993.
9. Kochan Stephen G. "Programming in C ", Hayden Book Company, New Jersey USA, 1983.

10. Couffin P. , Herbin J. Y. , Puzenat M. "CAO en mécanique", Armand colin 1989.
11. Schroeder W.J. and Shephard M.S. "Geometry-based fully automatic mesh generation and the Delaunay triangulation", Int. j.numer. methods eng. , vol. 26, p2503-2515, 1988.
12. Carendish J. C., Field D. A. and Freg W. H. "An approach to automatic three dimensional finite element mesh generation", Int. j. numer. methods eng. , vol. 21, p329-347, 1985.
13. Sheton D. N. and Cendes Z. J. "Three dimensional finite element mesh generation using Delaunay tessellation", IEEE Trans. magnetics, MAG, vol. 21, p2535-2538, 1985.
14. Schroeder W.J. and Shephard M.S. "A combined Octree/Delaunay method for fully automatic 3D mesh generation", Int. j. numer. methods eng. , vol. 29, p37-55, 1990.
15. George P. L. and Hermeline F. "Delaunay's mesh of a convex polyhedron in dimensional d application to arbitrary polyhedra", Int. j. numer. methods eng. , vol. 33, p975-995, 1992.
16. Weatherhill N.P. "The integrity of geometrical boundarys in two dimensional Delaunay triangulation", Comp. in appl. numer. meth. eng., vol. 6, p101-109, 1990.
17. Sapidis N. and Perucchio R. "Combining recursive spatial decompositions and domain Delaunay tetrahedrizations for meshing arbitrarily shaped curved solid

models", *Comp. in appl. numer. meth. eng.*, vol. 108, p281-302, 1993.

18. Vallet M. G. "Génération de maillages éléments finis anisotropes et adaptatifs", Ph.D. Thèse, Université Paris 6, 30 septembre 1992.
19. Bachman P. L., Wittchen S. L., Shephard M. S., Grice K. R. and Yerry M. A. "Robust geometrically based automatic two dimensional mesh generation", *Int. j. numer. methods eng.* , vol. 24, p1043-1078, 1987.
20. Yerry M. A. and Shephard M. S. "Automatic three dimensional mesh generation by the modified octree technique", *Int. j. numer. methods eng.* , vol. 20, p1965-1990, 1984.
21. Shephard M.S., Yerry M. A. and Bechman "Automatic mesh generation allowing for efficient a priori and a posteriori mesh refinement", *Computer methods in applied mechanics and eng.*, vol. 55, p161-180, 1986.
22. Shephard M. S. and Georges M. K. "Automatic three dimensional mesh generation by the finite octree technique", *Int. j. numer. methods eng.* , vol. 32, p709-749, 1991.
23. Richet N. et Gakwaya A. "Automatisation de maillage pour éléments finis par la méthode de quadtree", *Rap. tech. No : 2708/1988 lab. CAO Dep. de génie mécanique, U. Laval, 1988.*
24. Lignon J. N. et Gakwaya A. "EMATTON : Elaboration d'un Mailleur Automatique Tridimensionnel par la Technique des Octree Modifiée", *Rap. tech. lab. CAO Dep. de génie mécanique, U. Laval, 1989.*

25. Gakwaya A. et Podbielsky S. "Elaboration d'un Maillageur Automatique Tridimensionnel 2<sup>ème</sup> partie (E.M.A.T.T.O.N.)", Rap. tech. lab. CAO Dep. de génie mécanique, U. Laval, 1989.
26. Lescoulié C. et Gakwaya A. "Maillageur Automatique pour des solides 3D à facette planes : EMATTON 3 ", Rap. tech. lab. CAO Dep. de génie mécanique, U. Laval, 1990.
27. Perruchio R. Saxena M. and Kela A. " Automatic mesh generation from solid models based in recursive spatial decomposition", Int. j. numer. methods eng. , vol. 28, p2469-2501, 1989.
28. Kela A. "Hierarchical octree approximations for boundary representation-based geometric models", Computer aided design, vol 21, No 6, p 335-362, 1989.
29. Wordenweber B. "Finite element mesh generation", Computer Aided Design, vol. 16 no. 5, Sep. 1984.
30. Lo S. H. "A new mesh generation scheme for arbitrary planar domains", Int. j. numer. methods eng. , vol. 21, 1985.
31. Haber R. H. , Shephard M. S. , Abel J. F. , Gallagher R. H. and Greenberg D. P. "A general two dimensional finite element preprocessor utilizing discrete transfinite mapping", Int. j. numer. methods eng. , vol. 17 p1005-1044, 1985.
32. Durocher L. L. "A versatile two dimensional mesh generator with bandwidth reduction", Computer & structures vol. 10 p561-575, 1979.
33. Zienkiewicz O. C. and Philips D. V. "An automatic mesh generation scheme for

plane and curved surfaces by isoparametric coordinate", *Int. j. numer. methods eng.* , vol. 3, p519-528, 1971.

34. Kadivar M. H. and Sharifi H. "A new versatile two dimensional mesh generation", *Proceeding of the third int. Conference on advances in numer. methods eng. theory and application*, Swansea, U.K., p1090-1096, Jan. 1990.
35. Kadivar M. H. and Sharifi H. "Mesh generation of contacted objects", *Proceeding of the int. Conference on control and modeling, ICCM 90*, Tehran, Iran, p89-93, July 1990.
36. Carter L. , Wellford J. R. and Gorman M. R. "A finite element transitional mesh generation procedure using sweeping function", *Int. j. numer. methods eng.* , vol. 26, p2623-2643, 1988.
37. Ottavy N. "Finite element calculation method adapted to interactive CAD", *proceeding of the fifth international symposium on numer. methods in eng., computational mech. publications*, Springer-Verlag, vol. 2, p257-263, sept. 1989.
38. Ottavy N. "Contribution à l'algorithmique numérique en environnement CAO : Méthode de superposition de maillage en éléments finis", *These présentée à l'université de Poitiers, ENSMA*, pour obtenir le grade de Docteur es sciences mathématiques. France Nov. 1989.
39. Ottavy N., Bourhrara M., Lejannon J. P. et Paris P. "Thermal study of a laser diode using a finite element method associated with a meshing superimposition method", *Centre national d'etude des télécommunications*. France, 1992.

40. Sharifi H. "Méthode MSM : Construction de la fenêtre", rapport de D.E.A. présentée à l'université de Poitiers, ENSMA. France sept. 1992.
41. Lions J. L. et Marchouck G. I. "Sur les méthodes numériques en sciences physiques et économiques", Dunod, Paris, 1974.
42. Mesarovic M. D. , Macko D. and Takahara Y. "Theory of hierarchical multilevel systems", Academic press, New-York, 1970.
43. Pierra G. "Méthode de décomposition et de croisement d'algorithmes pour les problèmes d'optimisation", Thèse, chapitre III, Grenoble, France, 1976.
44. Gakwaya A. "Analyse applique en CAO : Infographie appliquée en CAO et Modélisation géométrique", Note de cours d'analyse applique en CAO, Université Laval, dépatement de génie mécanique, 1992.
45. Mortenson M.E. "Geometric modeling", John Wiley & Sons, 1985.
46. Farin G. "Courbe et surfaces pour la C.G.A.O.", Masson Paris, 1992.
47. Choi B.K. "Surface modeling for CAD/CAM", Elsevier, 1991.
48. Liao C. W. and Medioni G. "Note Surface Approximation of a Cloud of 3D Points", Graphical Models and Image Processing, Vol. 57, No. 1, p67-74, Jan. 1995.
49. Samet H. "Hierarchical data structures and algorithms for computer graphics", IEEE Computer Graphics and Application, may 1988.

50. Choi B.K., Yoo W.S. and Lee C.S. "Matrix representation for NURB curves and surfaces" *Computer aided design*, Vol. 22, No. 4, p235-240, 1990.
51. Cabral J.J.S.P., Wrobel L.C. and Brebbia C.A. "Bem using B-spline" in *Boundary elements in mechanical and electrical engineering*. Springer Valag, 1990.
52. Batels R.H., Beatty J.C. and B.A. Barsky "An introduction to splines for use in computer graphics and geometric modeling", Morgan, Kaufmann, Los Altos, California, 1987.
53. Hermann L. R. "Laplacian isoparametric grid generation scheme", *J. of Eng. Mechanical division, ASCE*, 102, 1976.
54. Cosnard M. et Trystram D. "Algorithmes et architectures parallèles", InterEdition, Paris, 1993.
55. Flynn M.J. "Very high-speed computing systems", *Proc. IEEE* 54, p1901-1909, 1966.
56. Duncan R. "A survey of parallel computer architectures", *Coimputer*, p5-16, 1990.
57. Akl S. G. "The design and analysis of parallel algorithms", Prentice Hall, 1989.
58. Dupuis C. "Note de cours de analyse et conception d'algorithmes parallèles", Université Laval 1994.
59. Souza L. T. and Murray D. W. "A unified set of resequencing algorithms", *Int. j.*

numer. methods eng. , vol. 38, p565-581, 1995.

60. Hwang K. and Briggs F. "Parallel processing and computer architecture", McGraw Hill (1984).
61. Pennington R. H. "Computer methods and numerical analysis", The Macmillan company second edition 1970.
62. Etter D. M. "Fortran 77 with numerical methods for engineers and scientists", The Benjamin/Cummings publishing company. Inc. 1992.
63. Carnevali P., Radicati G., Robert Y., and Sguazzero P. "Efficient Fortran Implementation of the the Gaussian elimination and Householder reduction algorithms on the IBM 3090 vector multiprocessor", Mathematical modelling and numerical analysis, vol. 23, p63-86, 1989.
64. Farhat C. And Wilson E. "A parallel active column equation solver", Computer and structure vol. 28, No 2, p289-304, 1988.
65. Zienkiewicz, O. C. "The Finite Element Method", McGraw hill, New York, 1977.
66. Segerlind, L. J. "Applied Finite Element Analysis", Wiley, New York, 1976.
67. Ciarlet, P. G. "The Finite Element Method for Elliptic problems", North-Holland Publishing Company, New York, 1979.
68. Babuska, I. and Suri, M. "The h-p version of the finite element method with quasi uniform meshes", Math. modelling and num. analysis AFCET, Gauthiers-Villars, vol 21, No. 2, p199-238, 1987.

69. Hill. F. S. Jr. "Computer Graphics", Macmillan Publishing Company, New York, 1990.