

## **5-10 Attributs du maillage : les sollicitations et les conditions aux limites :**

Après la génération du maillage de chaque octant, on doit construire la liste de tous les éléments générés et la liste de tous les points ou noeuds identifiant les éléments c'est-à-dire la connectivité de chaque élément. Chaque point dans l'espace à trois dimensions doit avoir un numéro unique pour éviter la discontinuité entre les éléments. La numérotation des points (noeuds) est importante dans la phase d'analyse éléments finis ; cette numérotation identifie la largeur de bande de la matrice d'assemblage. Pour améliorer la numérotation des points, on peut utiliser un algorithme d'optimisation des numéros des noeuds tel que présenté dans [33, 34, 59].

Dans la phase de génération des octants frontières, on distingue les octants frontières des autres octants et donc, on peut distinguer les éléments de frontière des autres éléments finis générés, en faisant référence aux octants père. À partir de l'octant frontière, on peut trouver les surfaces frontières en contact avec cet octant et donc, on peut transférer les sollicitations et les conditions aux limites aux éléments finis générés sur les frontières. Seulement, on doit réserver l'espace dans les structures de données pour chaque élément afin d'emmagasiner différentes mesures : les pressions, températures, forces ou autres conditions aux limites.

## **5-11 Programmation de MESH3D :**

À partir des algorithmes décrits dans les sections précédentes, nous avons écrit un logiciel informatique mettant en oeuvre ces idées. Le logiciel résultat a été baptisé MESH3D.

### **5-11-1 Algorithme général :**

L'algorithme général se présente comme suit :

- 1. Entrée des données géométriques et des paramètres de maillage.**
- 2. Génération du modèle géométrique via le modèle NURB.**
- 3. Génération des octants :**
  - a. Subdivision récursive et construction de l'arbre octree.**
    - i. Imposer la condition sur la différence d'un niveau de subdivision.**
  - b. Classification et identification des octants intérieurs.**
  - c. Génération des octants frontières**
- 4. Application du lissage intérieur.**
- 5. Génération du maillage pour éléments finis.**
- 6. Sortie et construction des fichiers des résultats.**

### **5-11-2 L'arbre de construction du programme :**

Pour implanter l'algorithme précédent, on peut structurer le programme d'une façon modulaire (voir la section 1-5 du chapitre 1), le schéma est présenté à la figure (5-20). Cette figure présente l'arbre de construction du programme. Le programme est composé de cinq modules principaux : Initialisation, objet point, mesh3d, opérations numériques globales et sortie. Le module d'initialisation utilise les modules "lire entrées" et "modélisation géométrique par NURBS" pour construire le modèle géométrique par la représentation NURBS. Le module "mesh3d" utilise les modules : "crée l'arbre octree", génération des octants de frontière, correction des octants frontière, lissage intérieur et génération de maillage. Parce que les points et les informations sur les points sont essentiels dans le processus de génération de maillage, par exemple, nous pouvons définir une surface plane par trois points, une

surface B-spline par ses paramètres de forme et ces points de contrôle, un octant par huit sommets, et chaque élément fini par un nombre limité des points (noeuds). Nous construirons donc un module "objet point" pour stocker et manipuler les différents types de points. Le module "opérations numériques globales" est composé de toutes les opérations numériques qui sont utilisées par les autres modules. Le module "sortie" prépare les sorties conviviales pour fin d'utilisation dans des codes E.F., gère l'affichage des entrées et sortie des différentes étapes de génération du maillage et gère l'interface avec d'autres logiciels de CAO comme PATRAN, IDEAS, etc. Le fichier de sortie contient le numéro et les coordonnées pour chaque noeud ainsi que le numéro, le type et les numéros des noeuds pour chaque élément généré. Chaque module au niveau feuille peut aussi utiliser d'autres petits modules. Chaque module encapsule les primitives (procédures) et les attributs (données) nécessaires pour faire son travail.

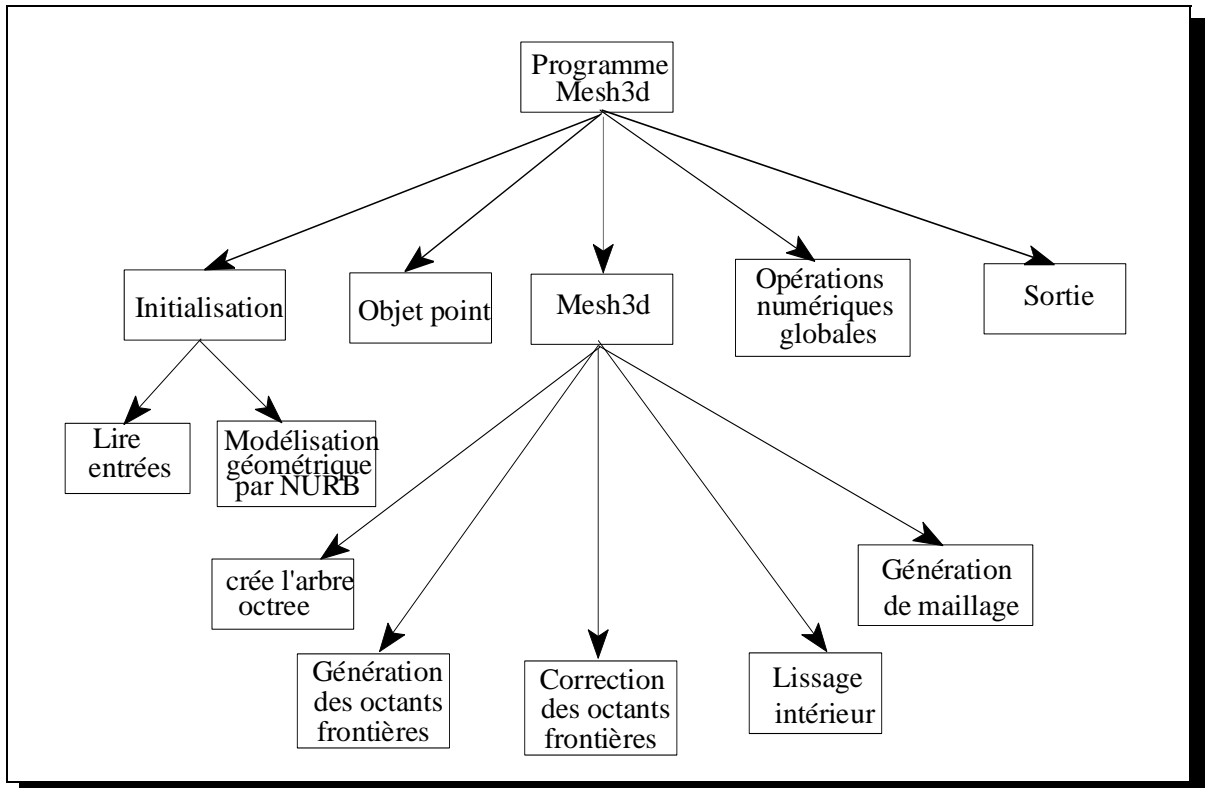


Figure 5-20 : Arbre de construction du programme mesh3d.

### 5-11-3 Voisinage des octants et structuration des données :

Un octant possède un maximum de 26 voisins :

- 6 voisins de face,
- 12 voisins d'arête,
- 8 voisins de coin.

Ainsi que nous l'avons vu dans les chapitres précédents, une différence de niveau de subdivision d'au plus un, est tolérée entre octants voisins, et ceci pour des raisons de continuité entre les futurs éléments. En outre, cette règle n'est appliquée qu'aux seuls voisins de face et d'arête de chaque octant (soient 18 voisins en tout), les 8 voisins de coins n'étant pas considérés.

Une méthode classique de détection des voisinages consisterait à explorer la liste des octants terminaux (constituée des octants frontières et les octants intérieurs), et d'en comparer chaque entité avec toutes les autres, afin de déceler géométriquement, l'existence d'une face ou d'une arête en commun. C'est à dire qu'il faudrait répéter 18 calculs d'intersection pour chaque octant de la liste (à titre indicatif, il est intéressant de noter qu'il est courant de mailler des modèles à 1000 octants terminaux).

Pour éviter le problème du calcul d'intersection, nous avons utilisé une autre méthode basée sur la paternité. Lorsque l'on considère un octree obtenu après les divisions successives, la notion de récursivité, due au principe d'arborescence, apparaît immédiatement. D'ailleurs, toutes les procédures de création et de parcours d'arbre sont récursives. L'idée de détecter récursivement les voisins de chaque octant est alors survenue. Nous introduirons ici la notion de paternité et de filiation entre octants, c'est à dire que lors d'une subdivision, un octant (père) engendre huit fils, qui seront frères. Donc on peut immédiatement construire les listes de voisinage pour chaque octant par rapport aux octants frères. À la fin, on transfère les voisinages

d'octant père vers les octants fils, pour compléter les listes de voisinage de chaque octant fils.

Pour la structuration des données, nous réservons l'espace pour les champs importants suivants :

**Point** : Les attributs d'un point qui sont stockés dans le module objet sont :

- i. numéro d'ensemble (type) du point,
- ii. numéro de point dans l'ensemble,
- iii. statut (code) du point : par exemple, 0 : le point sur une surface extérieure ; 1 : le point sur une surface intérieure,
- iv. coordonnées x, y et z et
- v. paramètre de profondeur du maillage.

**Segment de courbe B-spline** : On peut emmagasiner les coefficients de la courbe paramétrique B-spline dans ce champ avec comme paramètres :

- i. numéro de segment,
- ii. paramètre de profondeur du maillage,
- iii. ordre de la courbe B-spline,
- iv. nombre de points de contrôle,
- v. points de contrôle,
- vi. coefficients homogènes et
- vii. la matrice de coefficients de la courbe paramétrique (B\_spline).

**Surface plane** : Les attributs d'une surface plane sont :

- i. numéro de surface,
- ii. vecteur normal : vecteur normal au plan (A, B, C),
- iii. nombre de points définissant la surface plane (3 ou 4),
- iv. points[4] : numéros des points définissent la surface,
- v. code de position de la surface : 0 : surface extérieure, 1 : intérieure,

- vi. `code_de_bord[4]` : pour identification les bords de la surface 0 : libre, 1 : sur les bords d'objet,
- vii. vecteur origine : point origine du vecteur normal et
- viii. `D` : le quatrième coefficient de l'équation du plan sous la forme :  $Ax + By + Cz + D = 0$

**Surface B-spline** : Les attributs d'une surface B-spline sont :

- i. numéro de surface,
- ii. code de position de la surface : 0 : surface extérieure, 1 : intérieure,
- iii. `code_de_bord[4]` : pour identification les bords de la surface 0 : libre, 1 : sur les bords d'objet,
- iv. ordre  $k$  et  $l$  de la surface B-spline,
- v. coefficients homogènes  $h_{ij}$ ,
- vi.  $n, m$  : nombre de lignes et de colonnes des points donnés sur la surface,
- vii. `p[n*m]` : numéros des points donnés sur la surface
- viii. `p_c[n+2 * m+2]` : numéros des points de contrôle de la surface
- ix. `espacement_u[n+3]` : les espacements nodaux dans la direction  $u$
- x. `espacement_v[m+3]` : les espacements nodaux dans la direction  $v$
- xi. `coef[n-1 * m-1]` : pointeur vers la matrice des coefficients de chaque patch de la surface `b_spline`

**Octant** : Au niveau des octants et de l'arbre octree, on a besoin de stocker les informations suivantes :

- i. niveau de l'octant,
- ii. statut de l'octant : 0 : octant fils indéterminé, 1 : octant intérieur, 2 : octant extérieur, 3 : octant frontière, 4 : octant père ...,
- iii. pointeur vers la tête de la liste chaînée des points à l'intérieur de l'octant au moment de la détection des octants coupés,
- iv. pointeur vers l'octant père,

- v. fils[8] : tableau de pointeurs vers les 8 fils d'octant,
- vi. coins[8] : numéro des points des coins de l'octant,
- vii. voisin\_face[6] : tableau de pointeur vers les 6 voisins de face de l'octant,
- viii. voisin\_edge[12] : tableau de pointeur vers les 12 voisins d'arête de l'octant,
- ix. nb\_éléments : pour indiquer le nombre d'éléments finis qui est construit à partir cet octant et
- x. élément\_finis : pointeur vers la liste chaînée des éléments finis.

**élément** : Pour les éléments générés après la phase de génération de maillage, on stocke :

- i. le numéro d'élément,
- ii. le type d'élément : 1 : hexaèdre, 2 : pyramide 3 : tétraèdre,
- iii. le nombre de noeuds,
- iv. le numéro de groupe,
- v. points[8] : les numéros de noeuds définissant l'élément (connectivité) et
- vi. pointeur vers l'octant père
- vii. différents attributs d'élément.
- viii. les conditions aux limites et les sollicitations.
- ix. type de matériaux.

**élément\_fini\_frontière** : Pour les éléments finis de frontière, on stocke :

- i. le numéro d'élément,
- ii. le type d'élément : ligne, quadrilatère, triangle, ...,
- iii. les numéros de points (noeuds) définissant l'élément (connectivité) et
- iv. pointeur vers la surface père.
- v. les conditions aux limites et les sollicitations.
- vi. type de matériaux.

#### **5-11-4 Utilisation en maillage adaptatif :**

Une des utilisations de l'arbre octree est le maillage adaptatif. En utilisant la méthode d'octree, on connaît l'octant père de chaque élément et donc le niveau de subdivision de l'octant. On peut donc raffiner le maillage localement en subdivisant l'octant père à huit octants ou on peut monter vers la racine de l'arbre pour avoir le maillage plus gros (déaffinement) sans toucher les autres zones de maillage. On peut coupler cette méthode avec un estimateur d'erreur pour trouver les zones critiques et raffiner ou "déaffiner" les zones critiques localement. De cette façon, on peut réduire le coût de calcul parce que, premièrement on n'a pas besoin de remailler l'objet au complet et deuxièmement on peut garder la matrice d'assemblage de l'ancien calcul et en faisant une modification de cette matrice et en ajoutant les matrices de rigidité pour des nouveaux éléments, on peut construire la nouvelle matrice d'assemblage.

#### **5-12 Exemple de validation :**

Pour bien démontrer la capacité de cette méthode nous présentons ici, un autre exemple de génération de maillage pour une pièce mécanique. Dans la figure 5-21 nous présentons les différentes étapes de génération du maillage. La figure 5-21a nous présentons les données d'entrée. À la figure 5-21b on montre la représentation B-spline correspondant à la géométrie de la pièce. La figure 5-21c présente les octants intérieurs générés. La figure 5-21d montre les octants frontières générés avant l'étape de la correction des octants de frontière. La figure 5-21e présente les octants frontières générés après l'étape de la correction des octants de frontière. La figure 5-21f montre une partie des octants frontières générés après l'étape du lissage intérieur. Les octants intérieurs déformés après le lissage intérieur sont présentés dans la figure 5-21g. Enfin on présente le maillage éléments finis obtenu dans les figures 5-21h et 5-21i.

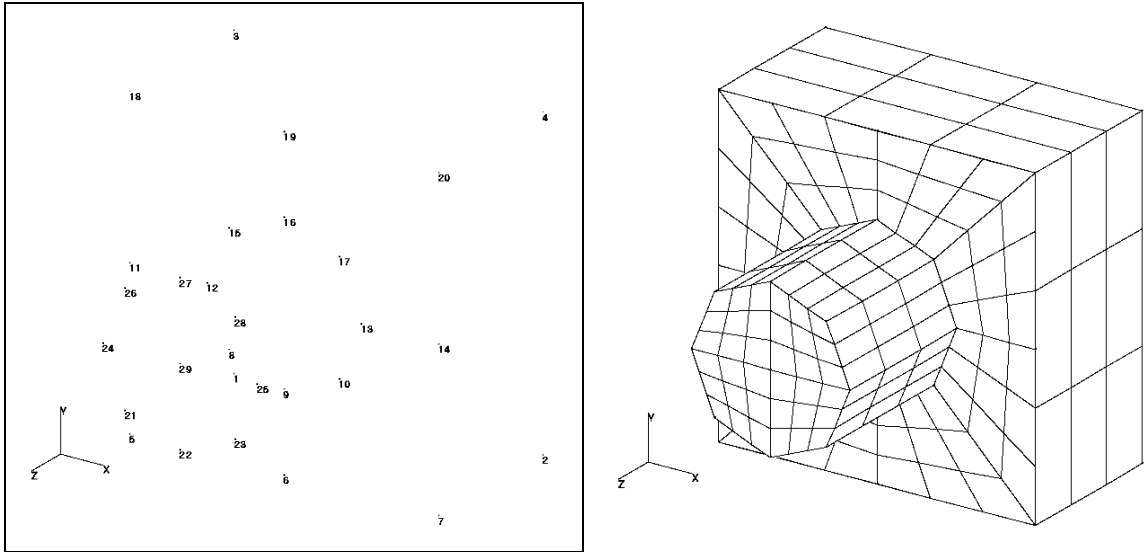


Figure 5-21a : Points donnés.

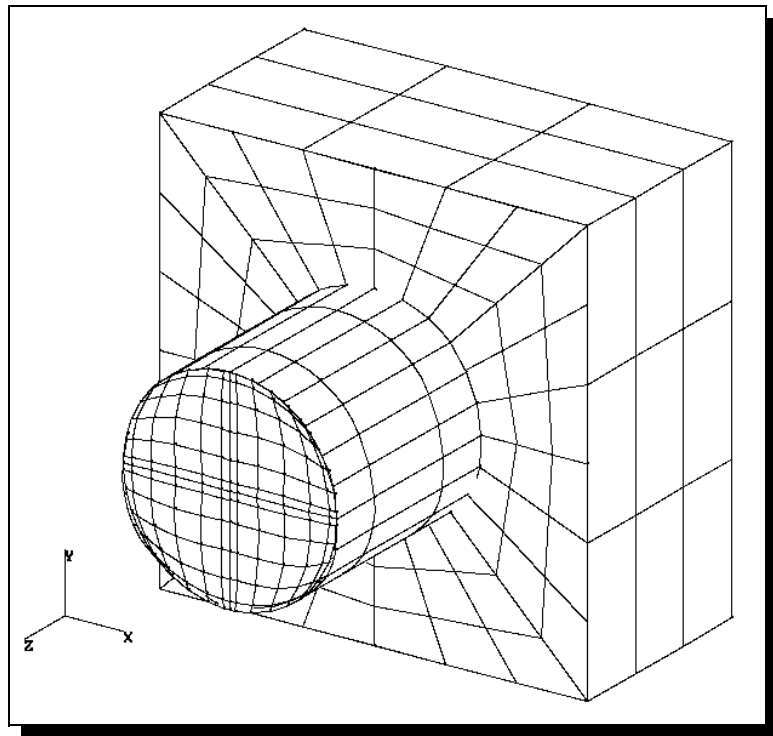


Figure 5-21b : Représentation B-spline de la pièce.

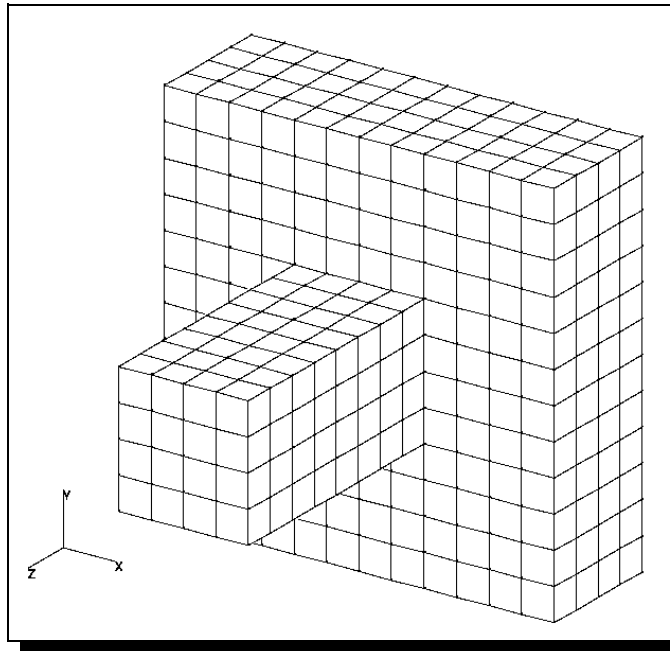


Figure 5-21c : Octants intérieurs générés.

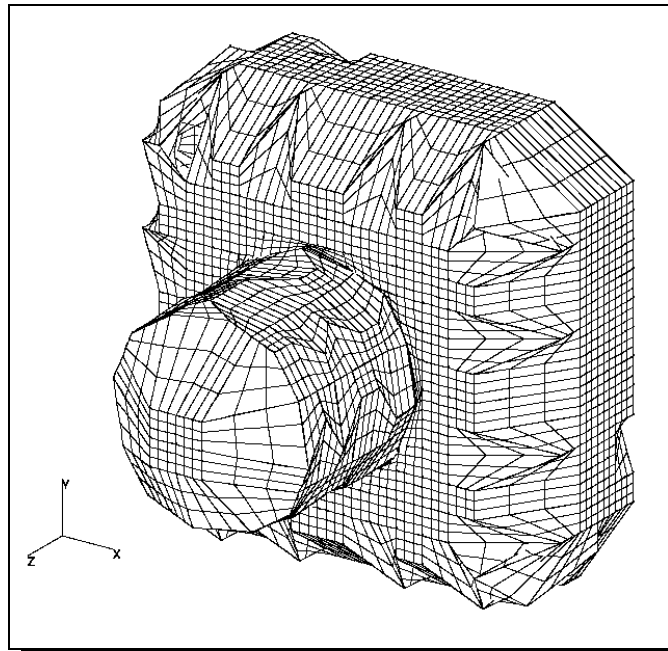


Figure 5-21d : Octants frontières générés avant la correction.

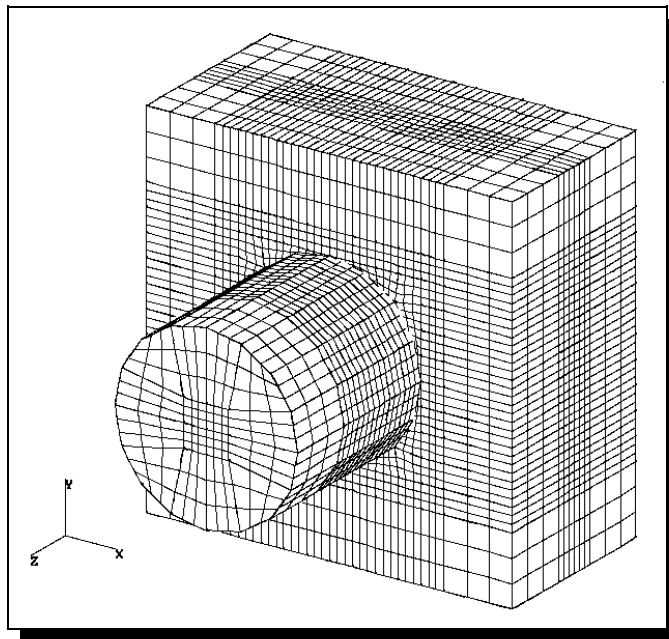


Figure 5-21e : Octants frontières générés après la correction.

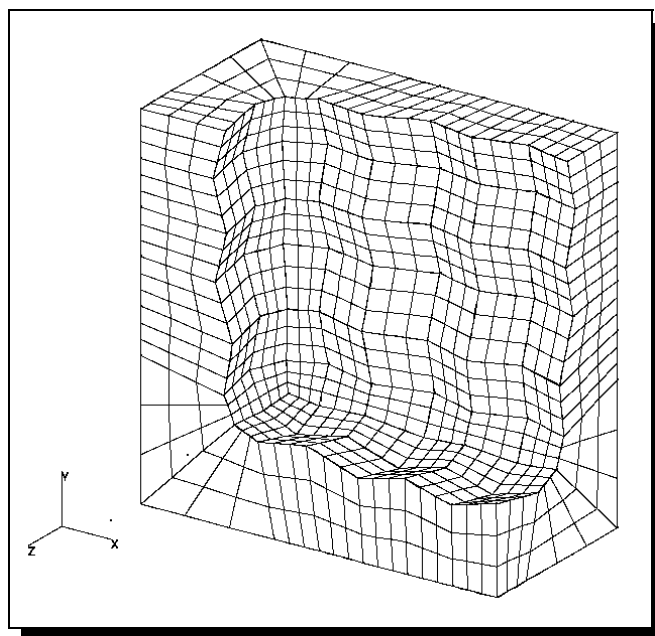


Figure 5-21f : Une partie des octants frontières après l'étape du lissage intérieur.

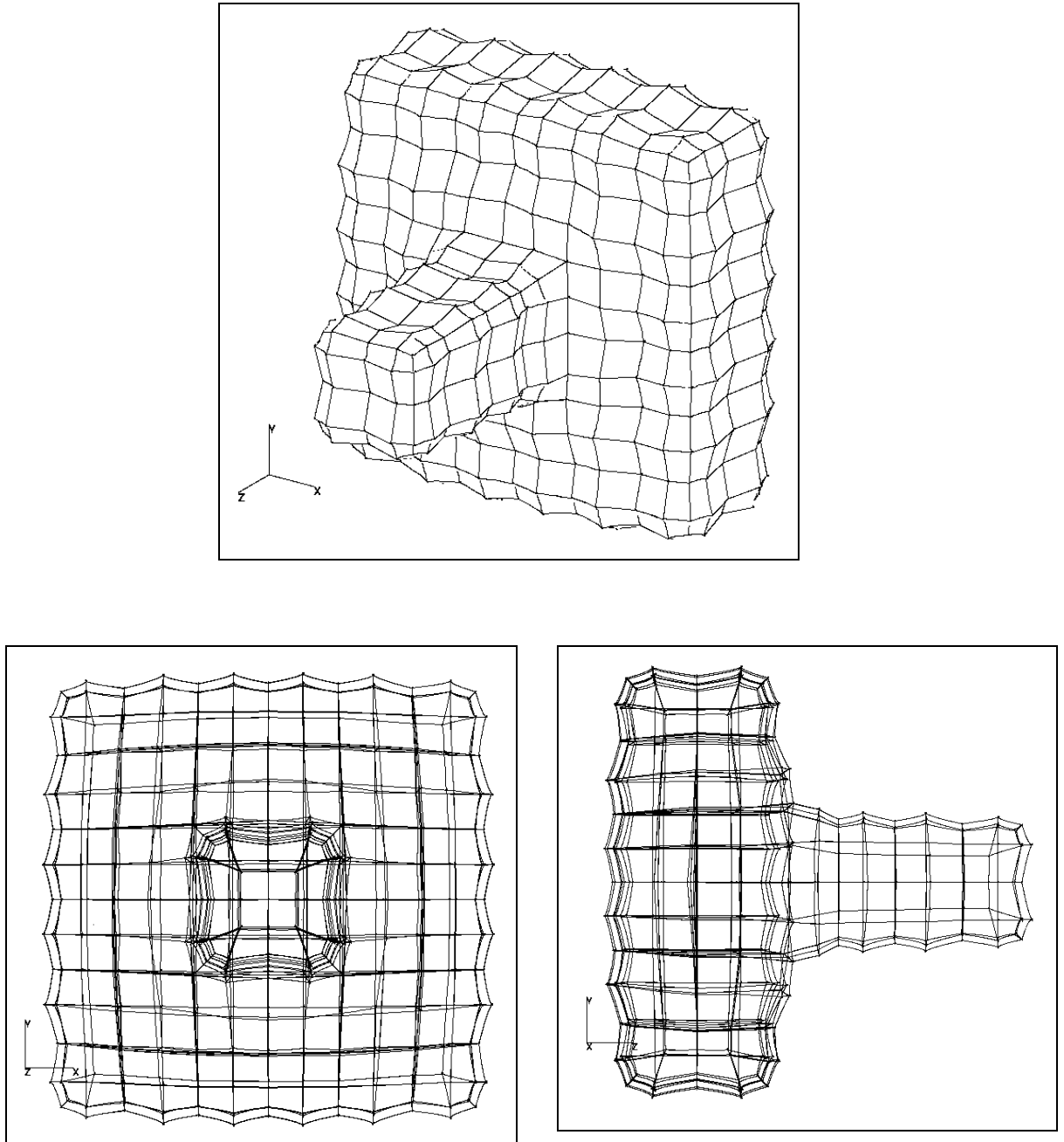


Figure 5-21g : Octants intérieurs générés après le lissage intérieur.

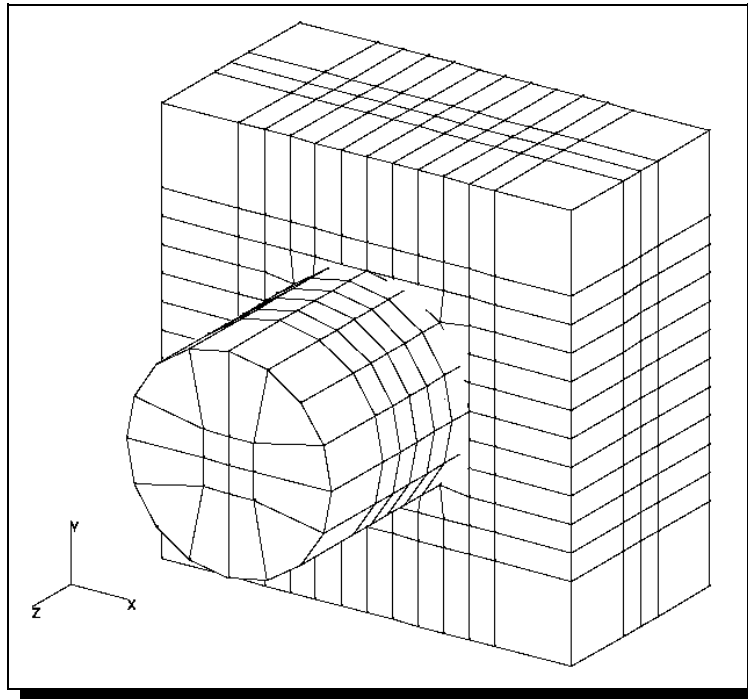


Figure 5-21h : Maillage final de la pièce avec les éléments de type tétraèdre et prisme.

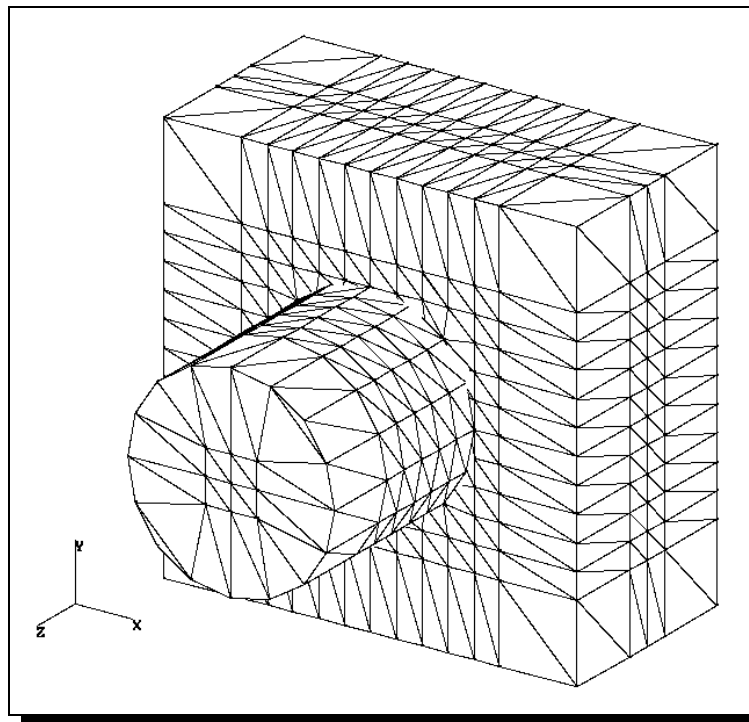


Figure 5-21e : Maillage final de la pièce avec les éléments de type tétraèdre.

### **5-13 Conclusions et rétrospectives :**

La méthode d'octree modifiée est une méthode bien intéressante pour automatiser entièrement le processus de génération de maillage en éléments finis en trois dimensions. Dans ce chapitre, nous avons vu que nous pouvons améliorer cette méthode en prêtant une attention particulière aux octants de frontière. En utilisant une modélisation géométrique de l'objet par un modèle non uniforme rationnel B-spline (NURBS), nous en arrivons à une représentation adéquate du modèle géométrique. Les octants intérieurs sont générés de la même façon que la méthode octree originale. En éliminant les octants partiels et extérieurs, nous générons les octants frontières entre les faces libres des octants intérieurs et les surfaces frontières. De cette manière, on élimine tous les cas particuliers d'octants coupés (les 4096 cas différents d'octant coupés déjà mentionné [20-22, 24-26]). Donc nous éliminons tous les traitements particuliers de génération de maillage à partir des octants coupés. Les octants frontières sont générés, en utilisant un algorithme simple basé sur le principe de la projection d'un point sur une surface B-spline paramétrique. Pour ajuster les bords et les coins de l'objet, on passe à l'étape de correction des octants frontières. De cette façon, la similarité géométrique entre les octants générés et l'objet à mailler est garantie. La génération du maillage à partir des octants frontières est très simple, et on peut utiliser les mêmes patrons de maillage déjà utilisés pour la génération du maillage à partir des octants intérieurs.

Dans le prochain chapitre, nous considérons comment on peut accélérer les traitements numériques dans le processus de génération de maillage en considérant en particulier l'exploration des architectures offertes par des machines multiprocesseurs.