

5-6-2 Correction des octants :

Pour résoudre le problème de similarité géométrique de l'objet, il est nécessaire de passer à la deuxième étape ou à l'étape d'ajustement des coins et des bords de l'objet. Dans cette étape, les points des octants générés sur les frontières qui sont proches des coins et des bords de l'objet sont tirés vers ces coins ou ces bords. Pour cette raison au moment où on entre les données pour chaque surface frontière, on doit préciser quel(s) côté(s) de la surface est (sont) sur les bords de l'objet. En utilisant cette information, on peut suivre les côtés sur les bords et déplacer les segments d'octants proches des bords de l'objet sur les bords. La figure (5-12) présente les octants générés après la deuxième étape de génération des octants frontières pour l'exemple d'un hexaèdre.

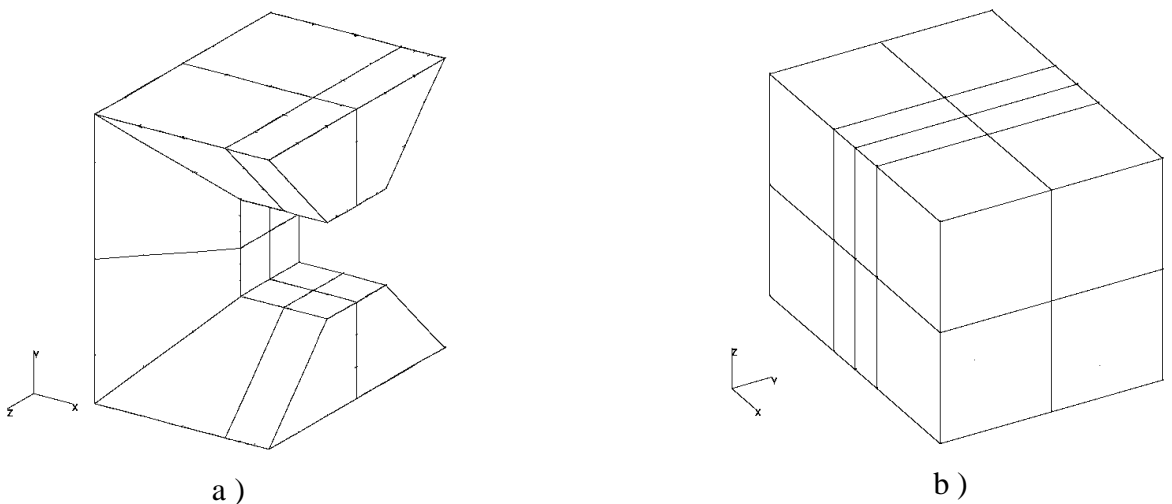


Figure (5-12) : Octants frontières après ajustement et correction des bords et des coins pour l'exemple d'un hexaèdre. a) une partie des octants frontières b) les octants frontières.

On peut présenter cette étape sous la forme d'un algorithme comme suit :

Algorithme de génération des octants frontières :

1. Pour tous les octants intérieurs voisins des octants partiels faire :

a. Pour toutes les faces libres (f) d'octant faire :

i. Si la face est entièrement libre

Pour les quatre sommets (Q) aux coins et les quatre points (Q) au milieu de chaque côté de la face et le point (Q) au centre de la face

Ou Si la face n'est pas entièrement libre

Pour les points (Q) libres aux coins et au milieu de chaque côté de la face et le point (Q) au centre de la face

faire :

(1) Trouver le point (P) sur les surfaces frontières situé à une distance minimum avec le point Q.

(2) Vérifier si le segment QP ainsi trouvé ne coupe pas les octants existants.

(3) Si segment QP coupe un octant et qu'il existe un autre point de projection essayer l'autre point. Aller à l'étape (2).

(4) S'il n'existe pas un autre point de projection prendre le point plus proche, et marcher pas à pas sur la surface frontière pour trouver le point (P) qui ne coupe pas les autres octants.

ii. Générer jusqu'à quatre nouveaux octants à partir de la partie libre de la face (f) entre les points Q_i et leurs points de projection P_i sur les surfaces frontière.

2. Ajuster les coins et les bords.

a. Pour toutes les surfaces frontières faire :

i. Pour tous les côtés de la surface sur les bords de l'objet faire :

(1) suivre le côté pas à pas et à chaque pas, trouver le segment d'un octant frontière généré sur les frontières proche à ce côté et déplacer le segment sur le côté.

5-7 Lissage intérieur :

Afin d'optimiser la forme des éléments qui vont être introduits, il est nécessaire d'effectuer un lissage des octants intérieurs. Chacun des noeuds intérieurs va être déplacé conformément à un opérateur de lissage laplacien pondéré. Pour un noeud donné A, on va le déplacer au centre de gravité des noeuds des octants en contact avec lui. L'opérateur est dit pondéré car les noeuds directement reliés à A reçoivent le poids 2, alors que les autres n'ont que le poids 1. A sera donc déplacé vers B comme suit :

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N P_i + 2 \sum_{j=1}^M Q_j}{N + 2M} \quad (5.5)$$

où :

P_i sont les coordonnées des noeuds i qui se trouvent dans un des octants en contact avec A mais P_i ne sont pas directement reliés à A.

Q_i sont les coordonnées des noeuds i qui se trouvent dans un des octants en contact avec A mais Q_i directement reliés à A.

N est le nombre total de sommet des octants en contact avec A, mais pas directement reliés à A.

M est le nombre total de sommet des octants en contact avec A, et directement reliés à A.

D'autres expressions d'opérateurs de lissage sont proposées par Hermann [53].

Ce schéma est évidemment itératif. Baehmann [19] indique que quatre itérations permettent d'obtenir une convergence acceptable en 2D. Nous avons utilisé aussi quatre itérations en 3D et les résultants sont satisfaisants. La figure (5-13) montre les octants intérieurs après la phase de lissage intérieur pour l'exemple de la sphère. La figure (5-14) montre les octants intérieurs et frontières après la phase de lissage intérieur pour l'exemple d'un hexaèdre.

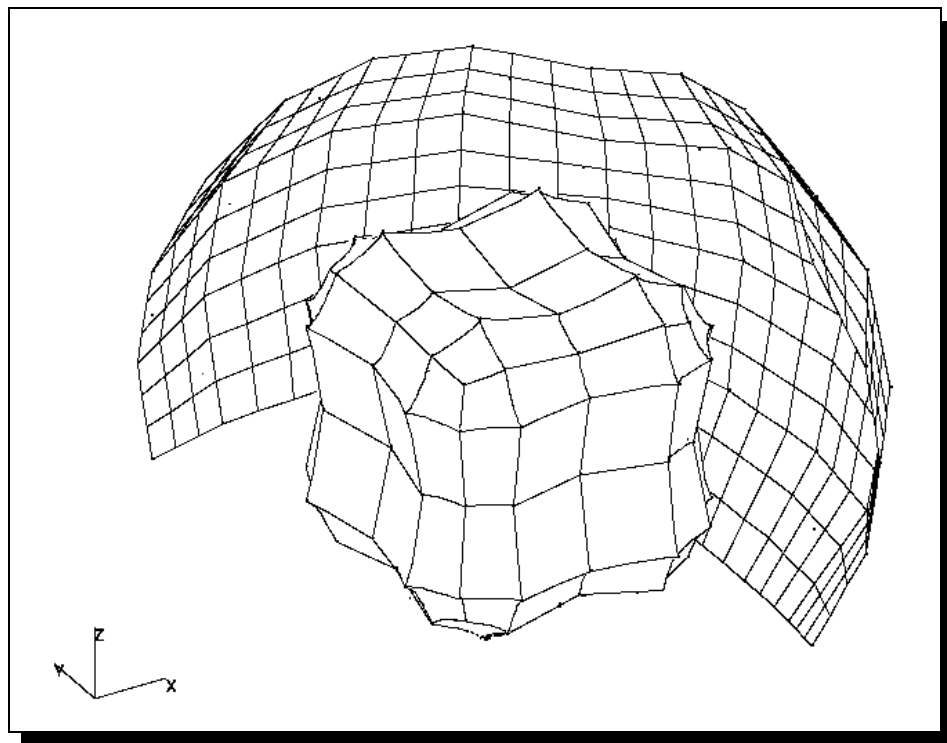


Figure 5-13 : Octants intérieurs après la phase de lissage intérieur pour l'exemple de la sphère.

On peut présenter cette étape sous la forme d'un algorithme comme suit :

Algorithme : lissage intérieur

1. Pour $i = 1$ à 4 faire :

a. pour tous les octants intérieurs faire :

i. Pour tous les points (A) d'un octant qui ne sont pas encore

modifiés dans le cycle i faire :

- (1) Trouver les points directement reliés à A.
- (2) Trouver les points reliés, mais pas directement reliés à A.
- (3) Utiliser l'équation (5.5) et modifier les coordonnées du point.

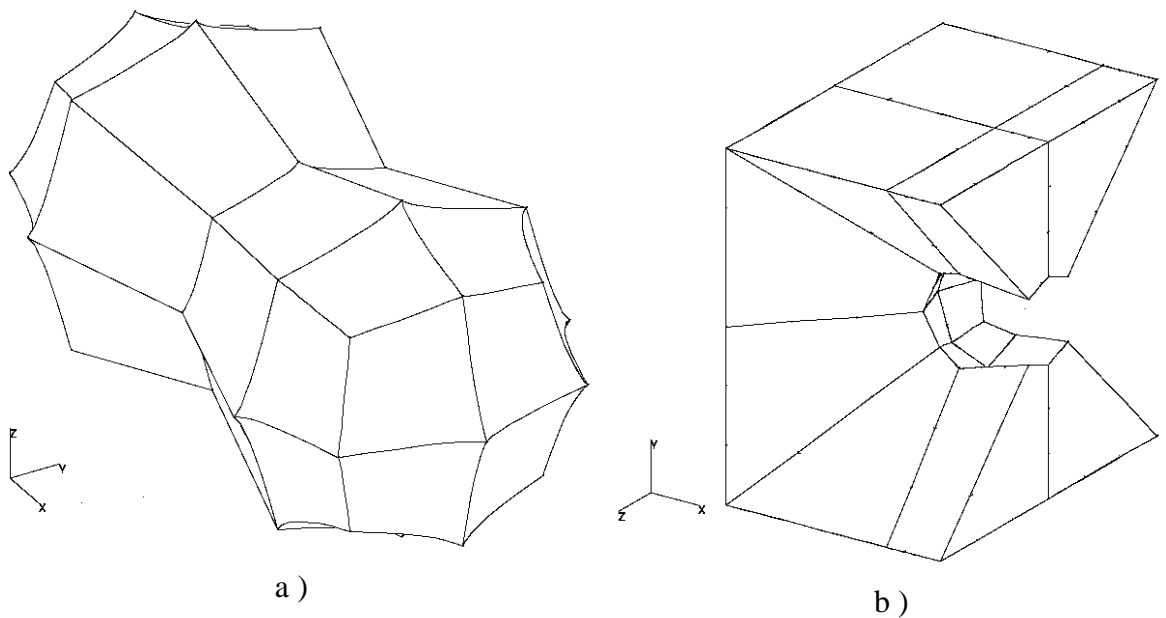


Figure (5-14) : Octants intérieurs et frontières après la phase de lissage intérieur pour l'exemple d'un hexaèdre. a) les octants intérieur, b) une partie des octants frontière

5- 8 Génération du maillage pour éléments finis :

Une fois le lissage intérieur complété, on peut passer à la phase d'introduction des éléments finis dans les octants. Pour répondre aux exigences de différents logiciels d'éléments finis et à leurs capacités d'analyse, des éléments conformes ou non-conformes (conforming, nonconforming) et la possibilité d'utilisation d'estimateurs

d'erreur, différents maillages éléments finis doivent être considérés.

Par exemple le résultat de l'étape précédente peut être utilisé comme un maillage d'éléments finis. Mais en général, on peut utiliser une banque de patrons de maillage ("template") sur un octant de référence pour construire les éléments finis désirés. Les différents patrons de maillage doivent prendre en compte les différentes configurations des octants relativement au nombre de noeuds qui peuvent se trouver sur leurs faces/arêtes ; en plus des huit coins d'origine, il faudra peut-être, lors de la génération des octants frontières et aussi lors du lissage des éléments intérieurs, introduire des noeuds le long des côtés ou au centre des faces d'octant à cause du voisinage avec des octants d'un niveau de subdivision plus élevé. Le but d'un mailleur étant entre autres de relier convenablement les éléments entre eux, nous devons absolument gérer les relations entre voisins (façon dont les octants sont reliés entre eux : face et arête) afin de générer un maillage convenable. Si l'octant ne possède que des voisins de niveau de maillage inférieur ou égal, alors on peut le subdiviser en 5 tétraèdres (voir figure (5-15)) ou 6 pyramides (voir figure (5-16)).

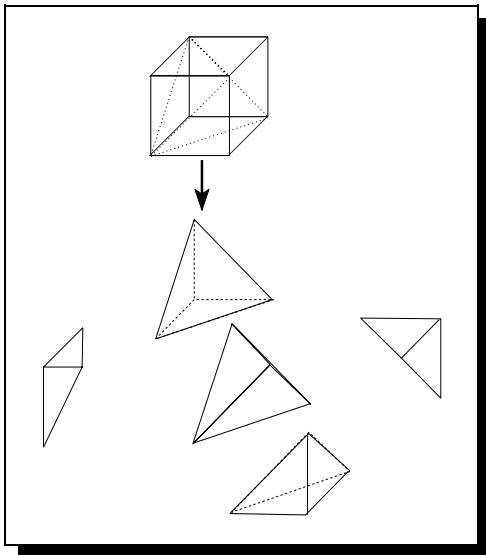


Figure 5-15 : Transformation d'un octant en 5 tétraèdres.

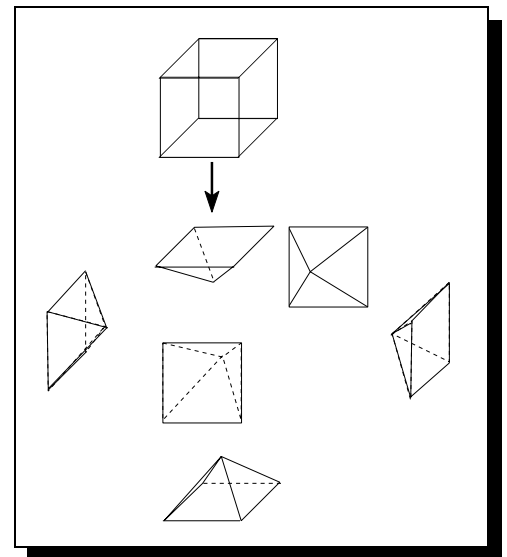


Figure 5-16 : Transformation d'un octant en 6 pyramides.

Si l'octant est voisin avec au moins un octant de niveau de maillage supérieur, alors

on peut d'abord le décomposer en 6 pyramides (figure 5-16). Puis chacune d'elles peut à nouveau être divisée en un nombre variable de pyramides ou de tétraèdres selon le type de voisinage. La figure (5-17) présente les six patrons de maillage utilisés pour construire les éléments tétraédriques à partir d'une pyramide et la figure (5-18) présente les patrons de maillage utilisés pour construire les éléments de type pyramide et tétraèdre à partir d'une pyramide. Ces patrons de maillage sont ensuite déformés afin d'être projetés sur chaque pyramide.

Dans le cas des octants frontières, on peut les traiter de la même manière. Pour un octant frontière dégénéré, il est possible au moment de la subdivision de l'octant de trouver un élément de volume zéro au lieu d'un tétraèdre ou d'une pyramide qu'on doit éliminer, ou il est possible de trouver un tétraèdre au lieu de la pyramide qu'on doit détecter. L'octant frontière peut être dégénéré en un tétraèdre ou en une pyramide qu'on peut utiliser directement sans besoin d'aucune autre subdivision.

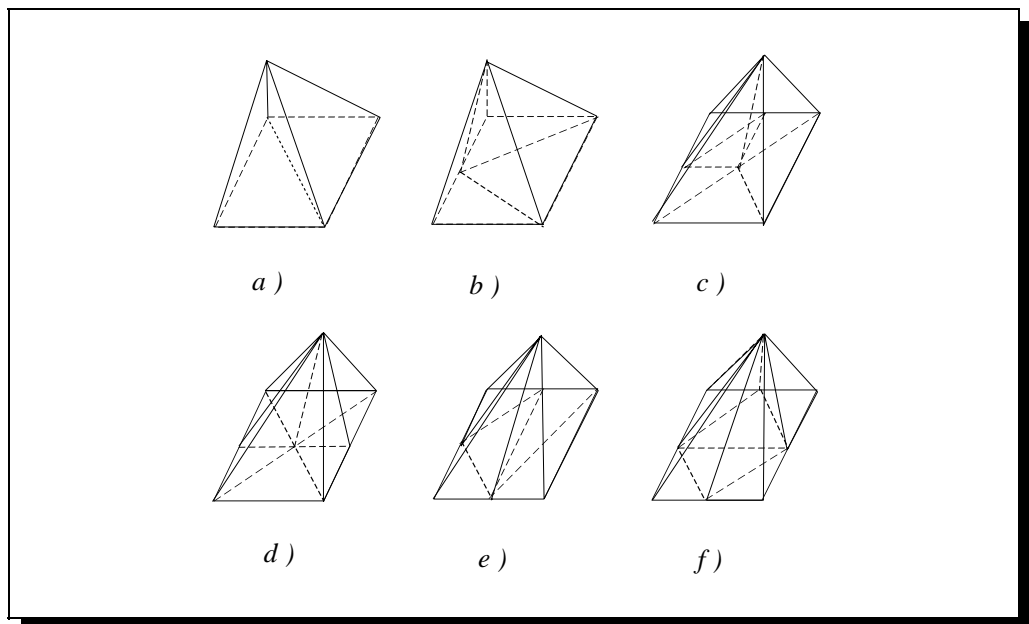


Figure 5-17 : Différents patrons de maillage pour décomposer la pyramide en éléments tétraédriques.

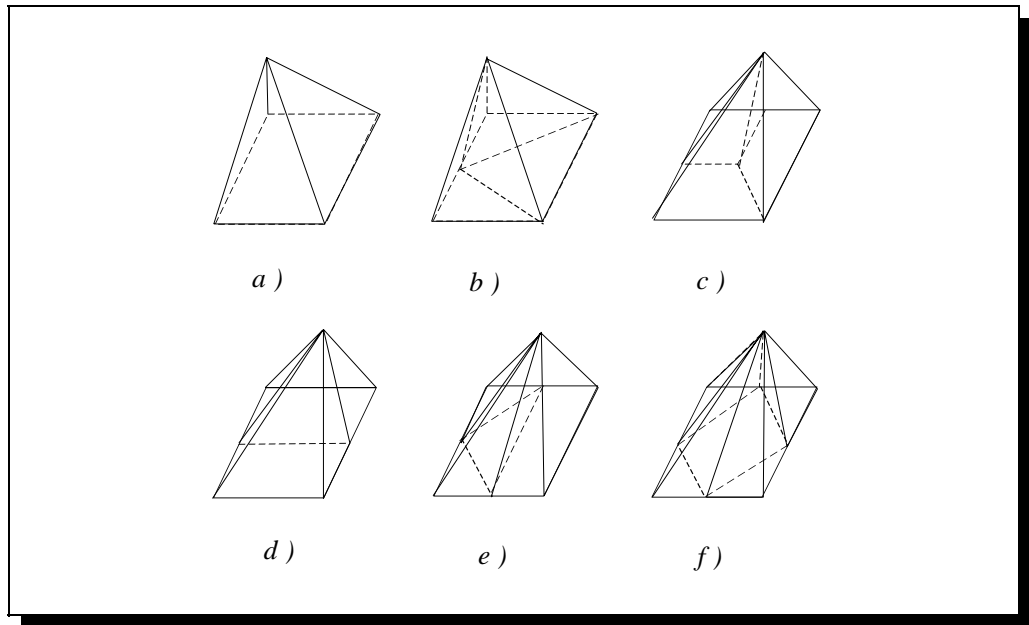


Figure 5-18 : Différents patrons de maillage pour décomposer la pyramide en éléments de types tétraèdre et pyramide.

La figure (5-19) présente le maillage final généré pour l'exemple de la sphère.

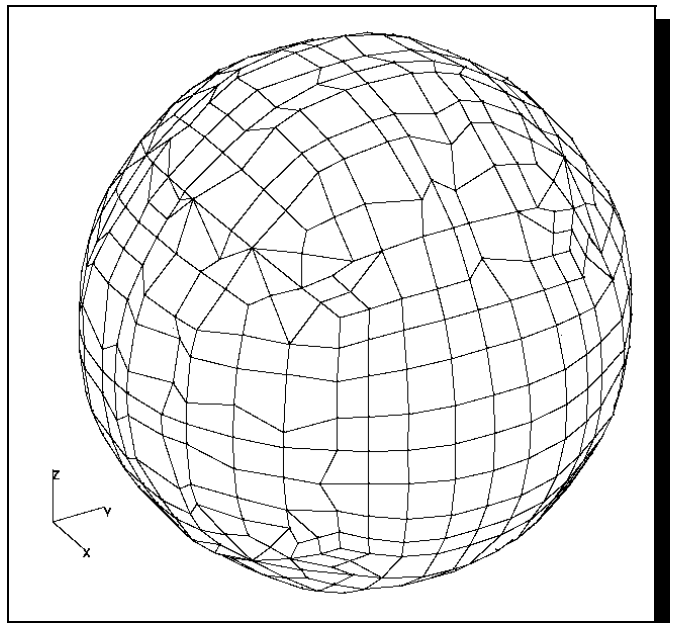


Figure 5-19 : Maillage final pour l'exemple d'une sphère

On peut présenter l'algorithme général de cette étape sous la forme suivante :

Algorithme de génération de maillage

1. Pour Tous les octants faire :

a. Si l'élément fini désiré est de type hexaèdre

i. Si les voisins de face et d'arête de l'octant ont un niveau de subdivision inférieur ou égal au niveau de subdivision de l'octant

(1) déclarer cet octant comme un élément fini.

(2) calculer le volume de l'élément.

(3) Si le volume est égal à zéro éliminer l'élément

Sinon ajouter l'élément dans la liste des éléments finis.

Sinon

(1) diviser l'octant en six pyramides

(2) Pour chaque pyramide

(a) Sélectionner le patron de maillage.

(b) Projeter le patron sur l'octant et trouver les éléments.

(c) Pour chaque élément

(i) calculer le volume de l'élément.

(ii) Si le volume est égal à zéro éliminer l'élément

Sinon ajouter l'élément dans la liste des éléments finis.

b. Si l'élément fini désiré est de type pyramide

(1) diviser l'octant en six pyramides

(2) Pour chaque pyramide

(a) Sélectionner le patron de maillage.

(b) Projeter le patron sur l'octant et trouver les

éléments.

(c) Pour chaque élément

(i) calculer le volume d'élément.

**(ii) Si le volume est égal à zéro éliminer l'élément
Sinon ajouter l'élément dans la liste des
éléments finis.**

c. Si l'élément fini désiré est de type tétraèdre

i. Si les voisins de face et d'arête de l'octant ayant un niveau de subdivision inférieur ou égal au niveau de subdivision de l'octant

(1) diviser l'octant en cinq tétraèdres

(2) Pour chaque tétraèdre

(a) calculer le volume du tétraèdre.

(b) Si le volume est égal à zéro éliminer le tétraèdre

**Sinon ajouter le tétraèdre dans la liste des
éléments finis.**

Sinon

(1) diviser l'octant en six pyramides

(2) Pour chaque pyramide

(a) Sélectionner le patron de maillage.

**(b) Projeter le patron sur l'octant et trouver les
éléments.**

(c) Pour chaque élément

(i) calculer le volume de l'élément.

**(ii) Si le volume est égal à zéro éliminer l'élément
Sinon ajouter l'élément dans la liste des
éléments finis.**

5-9 Génération du maillage pour éléments finis de frontière :

À partir du modèle géométrique on peut générer les éléments finis de frontière. Pour les surfaces planes de l'objet ayant n'importe quelle forme, on peut utiliser la méthode de quadtree modifiée pour trouver les éléments finis de frontière. Pour les surfaces B-spline de l'objet, pour chaque carreau de surface, on divise le carreau par rapport aux paramètres de maillage des points aux coins du carreau. Les éléments finis de frontière sont construits en utilisant les points trouvés sur les carreaux. Pour trouver les points sur chaque carreau B-spline, on divise les coordonnées paramétriques u et w qui sont entre 0 et 1 par rapport au paramètre de maillage du carreau, les tailles du carreau et la taille maximale de l'objet :

$$\Delta u \propto \frac{\text{taille maximale de l'objet}}{\text{taille du carreau dans la direction } u \times 2^{\text{paramètre de maillage}}} \quad (5.6)$$

$$\Delta w \propto \frac{\text{taille maximale de l'objet}}{\text{taille du carreau dans la direction } w \times 2^{\text{paramètre de maillage}}}$$

Ensuite pour chaque sous-carreau de dimensions Δu et Δw dans l'espace paramétrique u et w , on trouve le segment de surface correspondant sur la surface B-spline qui devient alors un élément fini de frontière.

On peut présenter l'algorithme de génération des éléments finis de frontière sous la forme suivante :

Algorithme de génération des éléments finis de frontière

1. Pour toutes les surfaces faire :

a. Si la surface est plane

- i. En utilisant la méthode quadtree modifiée subdiviser le plan.
- ii. Chaque élément généré dans l'étape 1-a-i est un élément fini de frontière

b. Sinon

i. Pour chaque carreau de surface B-spline faire

(1) Trouver Δu et Δw , en utilisant l'équation (5.6)

(2) $u = 0$

(3) Tant que u entre 0 et $(1-\Delta u)$ faire

(a) $w = 0$

(b) Tant que w entre 0 et $(1-\Delta w)$ faire

(i) calculer les points sur le carreau correspondant aux (u, w) , $(u+\Delta u, w)$, $(u+\Delta u, w+\Delta w)$ et $(u, w+\Delta w)$

(ii) Si la surface entre les quatre points n'est pas zéro, construire l'élément fini de frontière entre les quatre points et ajouter l'élément dans la liste des éléments finis de frontière.

Fin faire

Fin faire

Fin faire

Fin faire