

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Au nom de Dieu le très miséricordieux,
le tout miséricordieux

HAMID SHARIFI

MAILLAGE AUTOMATIQUE PAR LA MÉTHODE DE QUADTREE/OCTREE
MODIFIÉE

Thèse
présentée
à la Faculté des études supérieures
de l'Université Laval
pour l'obtention
du grade de Philosophiae Doctor (Ph.D.)

Département de génie mécanique
FACULTÉ DES SCIENCES ET DE GÉNIE
UNIVERSITÉ LAVAL
QUÉBEC

DÉCEMBRE 1995

Résumé court :

Dans cette thèse, la méthode de quadtree/octree modifiée pour la génération de maillage pour les éléments finis en 2D et 3D a été améliorée. Nous utilisons une représentation unifiée basée sur des modèles B-spline rationnels non uniformes (NURBS) pour la géométrie des courbes et des surfaces. En 2D, les quadrants frontières ont été générés entre les côtés libres des quadrants intérieurs et les courbes frontières, en éliminant les quadrants partiels et extérieurs. De la même façon, en 3D, on génère les octants frontières entre les faces libres des octants intérieurs et les surfaces frontières, en éliminant les octants partiels et extérieurs. De cette manière, on élimine tous les cas particuliers de quadrants et d'octants coupés (4096 cas différents en 3D). Par ailleurs, les algorithmes séquentiels et parallèles des différentes étapes de génération de maillage sont également présentés. Enfin plusieurs exemples présentés démontrent la validité et la robustesse de l'approche.

H. Sharifi

A. Gakwaya

Abstract :

In this thesis an improved modified quadtree/octree method for finite element mesh generation for two and three dimensional problems is presented. By using a closed non uniform rational B-spline (NURBS) for curves and surface models, a unified geometric representation is achieved. In 2D, the exterior and partial quadrants are eliminated and boundary quadrants are created between the boundary curves and the free sides of the interior quadrants. In 3D, the exterior and partial octants are eliminated and boundary octants are created between the boundary surfaces and the free faces of the interior octants. In this way all of the particular cases of the cut quadrants or cut octants (4096 different cases) are eliminated. Corresponding sequential and parallel algorithms of the different steps of the mesh generation process are also presented. Various examples are given to demonstrate the validity and the robustness of the approach.

H. Sharifi

A. Gakwaya

Résumé long :

Pour mettre au point un environnement automatique et convivial de conception et fabrication assistée par l'ordinateur (CAO/FAO) qui intègre les différentes étapes de conception de pièces et de leur analyse structurale par Élément Finis, on a besoin d'un mailleur souple et versatile en deux et trois dimensions. La méthode de Quadtree/Octree modifiée est une méthode bien intéressante pour automatiser entièrement l'étape de génération de maillage en éléments finis. La difficulté avec cette approche est le traitement des quadrants/octants coupés. On peut améliorer cette méthode en prêtant une attention particulière aux quadrants et aux octants frontières. Pour la représentation des courbes et des surfaces délimitant les pièces, nous utilisons une approche unifiée basée sur des modèles B-spline rationnels non uniformes (NURBS). En 2D, les quadrants frontières ont été générés entre les côtés libres des quadrants intérieurs et les courbes frontières, en éliminant les quadrants partiels et extérieurs. De cette manière, on élimine tous les cas particuliers de quadrants coupés déjà mentionnés. L'algorithme utilisé est simple et est basé sur le principe de projection d'un point sur une courbe B-spline paramétrique. Nous avons aussi amélioré la méthode d'octree modifiée pour le maillage en 3D. En 3D, on a étendu l'approche ci-dessus et on génère les octants frontières entre les faces libres des octants intérieurs et les surfaces frontières, en éliminant les octants partiels et extérieurs. De cette manière, on élimine tous les cas particuliers d'octants coupés (4096 cas différents en 3D). Ainsi tous les traitements particuliers de génération de maillages à partir des quadrants et des octants coupés deviennent inutiles, ceci allège donc la programmation. L'algorithme utilisé en 3D est basé sur le principe de projection d'un point sur une surface B-spline paramétrique. Par ailleurs, les algorithmes séquentiels et parallèles des différentes étapes de génération de maillages sont également présentés. Des exemples présentés démontrent la validité et la robustesse de l'approche et les résultats de maillage ont été appliqués dans des calculs par éléments finis avec le logiciel PATRAN.

H. Sharifi

A. Gakwaya

Remerciements :

Je tiens à remercier vivement Monsieur A. Gakwaya, professeur de département de génie mécanique et directeur de cette thèse pour le savoir qu'il m'a transmis, pour ses conseils et ses directives, et pour son soutien aussi bien scientifique que moral qui m'ont permis de réaliser mes travaux dans les meilleures conditions.

Je désire aussi remercier Monsieur C. Dupuis, professeur de département d'informatique et mon codirecteur pour ses conseils en parallélisation des processus de génération de maillage.

Je remercie également Monsieur Jean-Loup Robert de département de génie civil et Madame Marie-Gabrielle Vallée de CERCA, Montréal d'avoir accepté de corriger cette thèse et de me faire part de leurs commentaires.

Merci enfin, à tous ceux qui de près ou de loin, ont contribué à la bonne réalisation de ces travaux.

TABLE DES MATIÈRES

Résumé court	i
Abstract	ii
Résumé long	iii
Remerciements	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES TABLEAUX	xvii
NOTATION	xviii
Chapitre 1 : Introduction	1
1-1 Problématique	1
1-2 CAO/FAO	2
1-3 Présentation de la méthode des éléments finis	5
1-3-1 Description générale	5
1-3-2 Démarche par éléments finis	8
1-4 Problème de la génération de maillage automatique	11
1-4-1 Propriétés essentielles d'un mailleur	12
1-4-2 Éléments de comparaison entre méthodes de maillage	14
1-5 Programmation orientée objet	15
1-5-1 Les abstractions modulaires	15
1-5-2 Langages structurés en bloc	17
1-5-3 Les langages objets	18
1-5-4 Choix d'un environnement de programmation	19

1-6 Objectifs et contenu de la thèse	21
Chapitre 2 : Survol des méthodes de génération du maillage E.F.	24
2-1 Introduction	24
2-1-1 Les méthodes qui donnent priorité aux noeuds	24
2-1-2 Les méthodes adaptant un gabarit de maillage	25
2-2 Triangulation de Delaunay	26
2-2-1 Partition de Dirichlet et triangulation de Delaunay	26
2-2-2 Classification	29
2-3 Maillage par transformation isoparamétrique	31
2-4 Méthode de superposition de maillage	35
2-4-1 Présentation de la méthode de MSM	36
2-4-2 Méthode de décomposition (fenêtrage)	37
2-4-3 Espace d'approximation MSM	39
2-5 Méthode de quadtree/octree modifiée	42
2-6 Conclusion	45
Chapitre 3 : Modélisation géométrique	47
3-1 Introduction	47
3-2 Conditions d'une bonne modélisation géométrique	50
3-3 Modèle bidimensionnel	51
3-3-1 Courbes de Bézier	52
3-3-2 Courbes B-splines	59
3-3-2-1 Propriétés des courbes B-splines	62

3-3-2-2 La courbe B-spline cubique	63
3-3-3 Courbes B-spline composites non uniformes	65
3-3-3-1 Lissage basé sur le modèle de courbe B-spline non- uniforme composite	70
3-3-3-2 Lissage de courbes B-spline composites fermées .	74
3-3-3-3 Conversion d'une courbe B-spline composite en une courbe de Bézier	76
3-4 Modèle tridimensionnel	81
3-4-1 Représentation par les frontières	82
3-4-1-1 Surfaces de Bézier	83
3-4-1-2 Surfaces B-spline	87
3-4-1-3 Lissage par la surface B-spline non-uniforme composite	88
3-4-1-4 Lissage par la surface B-spline non-uniforme composite fermée	96
3-4-2 Représentation par les solides (primitives)	99
3-5 Modélisation solide unifiée (NURBS)	101
3-6 Calcul géométrique	104
3-6-1 Projection d'un point sur une ligne	105
3-6-2 Projection d'un point sur une surface	107
3-6-3 Intersection d'un quadrant avec une courbe	109
3-6-4 Intersection d'un octant avec une surface	110
3-7 Conclusions et rétrospectives	111
 Chapitre 4 : La méthode de quadtree modifiée	 113
4-1 Introduction	113
4-2 Modélisation géométrique de l'objet	115

4-3	Création des quadrants et de l'arbre quadtree	120
4-4	Un niveau de différence	124
4-5	Classification des quadrants	125
4-6	Génération des quadrants frontières	128
4-7	Lissage intérieur	133
4-8	Génération du maillage en éléments finis	135
4-9	Sollicitations et conditions aux limites	140
4-10	Programmation de MESH2D	140
4-10-1	Algorithme général	141
4-10-2	L'arbre de construction du programme	141
4-10-3	Représentation des données	143
4-11	Exemple de validation	144
4-12	Conclusions et rétrospectives	147
Chapitre 5 : La méthode d'octree modifiée		148
5-1	Introduction :	148
5-2	Modélisation géométrique de l'objet	150
5-3	Création des octants et de l'arbre octree	156
5-4	Différence d'un niveau de subdivision	160
5-5	Classification des octants	161
5-6	Génération des octants frontières	164
5-6-1	Génération des octants	164
5-6-2	Correction des octants	169
5-7	Lissage intérieur	171
5-8	Génération du maillage pour éléments finis	173
5-9	Génération du maillage pour éléments finis de frontière	179
5-10	Attributs du maillage : les sollicitations et les conditions aux limites	181

5-11	Programmation de MESH3D	181
5-11-1	Algorithme général	182
5-11-2	L'arbre de construction du programme	182
5-11-3	Voisinage des octants et structuration des données	184
5-11-4	Utilisation en maillage adaptatif	188
5-12	Exemple de validation	188
5-13	Conclusions et rétrospectives	194
Chapitre 6 : Utilisation du parallélisme lors de la génération du maillage E.F.		195
6-1	Motivation	195
6-2	Architecture et programmation parallèle	197
6-2-1	Architecture SIMD	199
6-2-2	Architecture MIMD	200
6-2-3	Architectures pipeline, vectorielle et MISD	202
6-2-4	Représentation des algorithmes parallèles	202
6-3	Résolution du système d'équations en parallèle	203
6-3-1	La méthode d'élimination de Gauss-Jordan	204
6-3-2	La parallélisation de la méthode d'élimination	210
6-3-3	La méthode séquentielle optimale	213
6-3-4	La parallélisation de la méthode optimale	214
6-4	Parallélisation des algorithmes de génération de maillage en 2D	221
6-4-1	Modélisation géométrique de l'objet	221
6-4-2	Création des quadrants et de l'arbre quadtree	224
6-4-3	Différence d'un niveau de subdivision	226
6-4-4	Classification des quadrants	228
6-4-5	Génération des quadrants frontières	231
6-4-6	Lissage intérieur	234

6-4-7	Génération du maillage en éléments finis	235
6-4-8	Algorithme général	237
6-5	Parallélisation des algorithmes de génération de maillage en 3D	238
6-5-1	Modélisation géométrique de l'objet	238
6-5-2	Création des octants, de l'arbre octree et de la différence d'un niveau de subdivision	243
6-5-3	Classification des octants	246
6-5-4	Génération des octants	249
6-5-5	Lissage intérieur	252
6-5-6	Génération du maillage pour éléments finis	254
6-5-7	Algorithme général	258
6-6	Implantation de l'algorithme de résolution du système d'équations sur la machine VolVox	259
6-6-1	Choix d'une topologie	259
6-6-2	Algorithme de Gauss-Jordan implanté	260
6-6-3	Résultats d'implantation	267
6-7	Conclusions et rétrospectives	272
Chapitre 7 : Applications		274
7-1	Introduction	274
7-2	Exemples d'utilisation du MESH2D en E.F. en 2D	275
7-3	Autre exemple d'utilisation de MESH2D :	280
7-3	Exemple de l'utilisation de MESH3D en F.E. en 3D	285
7-4	Interface avec le logiciel Patran	292

Chapitre 8 : Conclusion	293
8-1 Rétrospective	293
8-2 Recommandations pour les travaux futurs	300
Bibliographie	301

LISTE DES FIGURES

Figure 1-1 : Un exemple d'intervention des calculs dans la conception d'un produit.	4
Figure 1-2 : Critère d'uniformité de maillage	14
Figure 2-1 : Partition de Dirichet et triangulation de Delaunay en deux dimensions	28
Figure 2-2 : Triangulation de Delaunay, le cas dégénéré d'un problème à trois dimensions	29
Figure 2-3 : Décomposition de l'objet en super-éléments	31
Figure 2-4 : Super-élément dans l'espace x et y, transformation du super-élément dans l'espace de référence ξ et η et le maillage généré et transformation du maillage en l'espace x et y.	32
Figure 2-5 : Transformation en l'espace ξ et η , transformation en l'espace ξ' et η' et le maillage final.	34
Figure 2-6 : Structure arborescente du problème P.	36
Figure 2-7 : Fenêtrage d'une carte électronique à trois composants.	38
Figure 2-8 : Carte à un seul composant définissant le problème P et choix d'une fenêtre Ω_2 , décomposition de Ω et décomposition de P.	39
Figure 2-9 : Présentation de la bande de collement.	41
Figure 3-1 : Trois niveaux du processus de modélisation	49
Figure 3-2 : Exemple de courbes de Bézier	55
Figure 3-3 : Enveloppe convexe de courbes de Bézier	58
Figure 3-4 : La courbe B-spline uniforme périodique, la courbe B-spline uniforme ouvert et la courbe B-spline non uniforme.	62
Figure 3-5 : Fonctions de base de la courbe B-spline	66
Figure 3-6 : Construction des points $\{z_i\}$ à partir du polygone B-spline.	78
Figure 3-7 : Carreau élémentaire, coordonnées globales et l'espace paramétrique	83

Figure 3-8 : Surface bicubique de Bézier.	85
Figure 3-9 : Exemple de l'arbre de construction	99
Figure 3-10 : Projection d'un point sur une ligne.	105
Figure 3-11 : Recherche des quadrants intermédiaires.	109
Figure 4-1 : Points donnés pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	117
Figure 4-2 : Représentation B-spline de la dent d'engrenage.	119
Figure 4-3 : Représentation d'un cercle par quadtree. L'objet à décomposer, décomposition effectuée, numérotation des sous-quadrants, arborescence correspondante.	120
Figure 4-4 : Problèmes d'approximation de frontières par les quadtree.	121
Figure 4-5 : Génération des quadrants pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	123
Figure 4-6 : Quadrants après l'étape d'un niveau de subdivision de différence pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	124
Figure 4-7 : Quadrants intérieurs pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	127
Figure 4-8 : Formation des quadrants coupés.	128
Figure 4-9 : Problèmes dus au suivi du contour réel.	128
Figure 4-10 : Génération des quadrants frontières entre le segment libre de quadrant intérieur et la courbe frontière.	129
Figure 4-11 : Quadrants intérieurs et frontières après la première étape de génération des quadrants frontières pour l'exemple de la dent d'engrenage.	131
Figure 4-12 : Quadrants intérieurs et frontières après ajustement des coins pour l'exemple de la dent d'engrenage.	132
Figure 4-13 : Point A et les points reliés à A.	134
Figure 4-14 : Quadrants générés après la phase de lissage intérieur pour l'exemple de la dent d'engrenage.	135
Figure 4-15 : Différents patrons de maillage en éléments triangulaires.	137
Figure 4-16 : Différents patrons de maillage en éléments quadrilatéraux et triangulaires.	137

Figure 4-17a : Maillage triangulaire final pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	138
Figure 4-17b : Maillage quadrilatère/triangulaire final pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	139
Figure 4-18 : Arbre de la construction du programme mesh2d.	142
Figure 4-19a : Points donnés pour l'exemple d'une pièce mécanique.	145
Figure 4-19b : Représentation B-spline d'une pièce mécanique.	145
Figure 4-19c : Quadrants intérieurs et frontières générés pour l'exemple d'une pièce mécanique.	145
Figure 4-19d : Quadrants générés après le lissage intérieur pour l'exemple d'une pièce mécanique.	146
Figure 4-19e : Maillage triangulaire final de la pièce mécanique.	146
Figure 4-19f : Maillage quadrilatère/triangulaire final de la pièce mécanique. ...	146
Figure 5-1 : Exemple d'une sphère.	152
Figure 5-2 : Points donnés pour l'exemple d'une sphère.	153
Figure 5-3 : Représentation B-spline de la sphère.	154
Figure 5-4 : Représentation de la décomposition par octree, l'objet à décomposer et décomposition d'un octant père en huit octants fils.	156
Figure 5-5 : Arbre octree.	157
Figure 5-6 : Génération des octants pour l'exemple d'une sphère.	159
Figure 5-7 : Octants intérieurs pour l'exemple d'une sphère.	164
Figure 5-8 : Formation des octants coupés.	164
Figure 5-9 : Génération des octants frontières entre la face libre d'octant intérieur et la surface frontière.	166
Figure 5-10 : Octants frontières générés pour l'exemple de la sphère.	167
Figure 5-11 : Différentes étapes de génération de maillage jusqu'à correction des octants frontières pour l'exemple d'un hexaèdre..	168
Figure 5-12 : Octants frontières après ajustement et correction des bords et des coins pour l'exemple d'un hexaèdre.	169

Figure 5-13 : Octants intérieurs après la phase de lissage intérieur pour l'exemple de la sphère.	172
Figure 5-14 : Octants intérieurs et frontières après la phase de lissage intérieur pour l'exemple d'un hexaèdre.	173
Figure 5-15 : Transformation d'un octant en 5 tétraèdres.	174
Figure 5-16 : Transformation d'un octant en 6 pyramides.	174
Figure 5-17 : Différents patrons de maillage pour décomposer la pyramide en éléments tétraédriques.	175
Figure 5-18 : Différents patrons de maillage pour décomposer la pyramide en éléments de types tétraèdre et pyramide.	176
Figure 5-19 : Maillage final pour l'exemple d'une sphère	176
Figure 5-20 : Arbre de construction du programme mesh3d.	183
Figure 5-21a : Points donnés pour l'exemple d'une pièce mécanique.	189
Figure 5-21b : Représentation B-spline de la pièce mécanique.	189
Figure 5-21c : Octants intérieurs générés pour l'exemple d'une pièce mécanique.	190
Figure 5-21d : Octants frontières générés avant la correction pour l'exemple d'une pièce mécanique.	190
Figure 5-21e : Octants frontières générés après la correction pour l'exemple d'une pièce mécanique.	191
Figure 5-21f : Une partie des octants frontières après l'étape du lissage intérieur pour l'exemple d'une pièce mécanique.	191
Figure 5-21g : Octants intérieurs générés après le lissage intérieur pour l'exemple d'une pièce mécanique.	192
Figure 5-21h : Maillage final de la pièce avec les éléments de type tétraèdre et prisme.	193
Figure 5-21e : Maillage final de la pièce avec les éléments de type tétraèdre.	193
Figure 6-1 : Structure SIMD.	199
Figure 6-2 : Structure MIMD.	200

Figure 7-1 : Maillage généré et les conditions aux limites pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	275
Figure 7-2 : Points donnés pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	277
Figure 7-3 : Déformation de la dent.	277
Figure 7-4 : Résultats des contraintes pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	278
Figure 7-5 : Résultats des déformations pour l'exemple d'une dent d'engrenage.	279
Figure 7-6 : Résultats de déplacement pour l'exemple d'une dent d'engrenage	280
Figure 7-7 : Maillage généré pour l'exemple d'une pièce mécanique.	280
Figure 7-8 : Maillage généré et les conditions aux limites pour l'exemple d'une pièce mécanique.	281
Figure 7-9 : Points donnés pour l'exemple d'une pièce mécanique.	281
Figure 7-10 : Déformation de la pièce.	282
Figure 7-11 : Résultats des contraintes pour l'exemple d'une pièce mécanique.	283
Figure 7-12 : Résultats des déformations pour l'exemple d'une pièce mécanique.	284
Figure 7-13 : Résultats de déplacement pour l'exemple d'une pièce mécanique.	285
Figure 7-14 : Maillage généré et les conditions aux limites pour l'exemple d'une pièce en 3D.	285
Figure 7-15 : Points donnés pour l'exemple d'une pièce en 3D.	288
Figure 7-16 : Déplacement pour l'exemple d'une pièce en 3D.	289
Figure 7-17 : Résultats des contraintes pour l'exemple d'une pièce en 3D.	290
Figure 7-18 : Résultats des déformations pour l'exemple d'une pièce en 3D.	291
Figure 7-19 : Résultats de déplacement pour l'exemple d'une pièce en 3D.	292

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 6-1 : Temps d'exécution du programme séquentiel	268
Tableau 6-2 : Temps d'exécution pour 2 transputers (processeurs)	268
Tableau 6-3 : Temps d'exécution pour un nombre de transputers = 3	269
Tableau 6-4 : Temps d'exécution pour un nombre de transputers = 4	269
Tableau 6-5 : Temps d'exécution pour un nombre de transputers = 13	269
Tableau 6-6 : Temps d'exécution pour un nombre de transputers = 40	270
Tableau 6-7 : Temps d'exécution pour une matrice d'ordre 100 et un nombre variable de processeurs	270
Tableau 6-8 : Différences de temps d'exécution d'un programme parallèle utilisant deux transputers et un programme séquentiel	271

NOTATION

$\{ \}$	matrice colonne : vecteur
$[]$	matrice
*	utilisé pour définir une quantité virtuelle (exemple u^*)
e	utilisé pour définir une quantité dans un élément
\sim	utilisé pour traduire un vecteur
W	forme intégrale
D_m	région m
$\tilde{u}^*(u^*, v^*, w^*)$	déplacement virtuel
$\langle M \rangle = [M]^T$	transposé de la matrice [M]
ξ	coordonnées paramétriques ξ, η, ζ
ξ, η, ζ	coordonnées paramétriques
ξ', η', ζ'	coordonnées paramétriques à la deuxième transformation
L	un opérateur
C	un opérateur
f	une fonction
b	une fonction
∂v	frontière du domaine v
$\{F(t)\}$	vecteur sollicitation dynamique
[N]	matrice des fonctions d'interpolation en variables paramétriques
N_i	fonctions d'interpolation en variables paramétriques, fonction de forme
$\{x\}$	position d'un point
$\{x_n\}$	coordonnées nodales d'un élément
u^e	coordonnées paramétriques dans un élément
$\{u_n^e\}$	vecteur de coordonnées paramétriques d'un élément
[k]	matrice élémentaire (dite de rigidité)

$\{f_n\}$	vecteur élémentaire des sollicitations
$[K]$	matrice rigidité globale
$[k^e]$	matrice rigidité d'un élément
$[F]$	vecteur des sollicitations globales
$[f^e]$	vecteur de sollicitation d'un élément
$[U]$	ensemble des variables nodales
$\{U^*\}$	ensemble des variables nodales virtuelles
$[M]$	matrice de masse globale
$[C]$	matrice d'amortissement
$\{\dot{U}\}$	vecteur de vitesse
$\{\ddot{U}\}$	vecteur d'accélération
Ω	domaine du problème à mailler
Ω_i	domaine de la fenêtre i , sous domaine i du problème global
P	problème global
P_i	sous problème i du problème P
V_h	l'espace d'approximation global
V_{hi}	l'espace d'approximation local du sous problème P_i au domaine Ω_i .
Λ	la zone de collement du support et de la fenêtre, la bande de collement
$\lambda^+(x), \lambda^-(x)$	les fonctions de superposition des domaines (resp. de la fenêtre et du support)
n	degré du polynôme de la courbe de Bézier (fonction de forme)
$[F_n]$	matrice des fonctions de forme (blending functions)
$[B_n]$	matrice des coefficients géométriques
$[B]$	matrice des points de contrôle
$[V]$	matrice des points de contrôle
P_i	points de contrôle
V_i	points de contrôle

f_i	fonctions de pondération ou de forme
$p(u)$	fonction paramétrique
$r(t)$	fonction paramétrique
$[U]$	matrice de la base polynomiale d'approximation en direction u .
$[W]$	matrice de la base polynomiale d'approximation en direction w .
$[M_n]$	matrice de coefficients algébriques de Bézier
$[M_C]$	matrice de coefficients algébriques de la B-spline non-uniforme
$[M]$	matrice de coefficients algébriques de la B-spline
k	facteur d'échelle arbitraire
k	l'ordre de la courbe paramétrique B-spline
$N_{i,k}(u)$	fonctions de base B-spline normalisées (fonctions de forme)
$N_{i,k}^{(1)}(u)$	fonction de base B-spline dans l'intervalle I
$X = (x, y, z)$	coordonnées d'un point quelconque sur un élément.
$\{x_n^e\}$	vecteur des coordonnées nodales d'un élément.
t_i	valeur nodale pour la représentation de la courbe B-spline
∇_i	l'espacement nodal
∇_i^n	$\nabla_i + \nabla_{i+1} + \dots + \nabla_{i+n-1}$
n_{ij}	élément de la range i et de la colonne j
T_0, T_n	vecteurs tangents aux extrémités de la courbe
Z_i	$i = 0, \dots, 3$ les points de Bézier de la courbe cubique (segment) B-spline.
$b_i^m(u)$	points intermédiaires de Boor.
m	multiplicité du noeud ($1 \leq m \leq d$).
d	degré de la courbe B-spline.
$J_{n,i}(u)$	fonction de forme de Bernstein dans la direction paramétrique u
$K_{m,j}(w)$	fonction de forme de Bernstein dans la direction paramétrique w
$B_{i,j}$	matrice des points du polygone de contrôle de la surface.
B^{ij}	matrice des points du polygone de contrôle d'un carreau de surface.

$V_{i,j}$	un point du polygone de contrôle de la surface.
$P(u,w)$	représentation paramétrique d'un carreau "patch"
s_i	vecteur nodal dans la direction u .
D_u	vecteur nodal dans la direction u .
t_i	vecteur nodal dans la direction w .
D_w	vecteur nodal dans la direction w .
$r^{ij}(u,w)$	représentation paramétrique d'un carreau "patch"
X	vecteurs de torsion (twist).
S	vecteurs tangents en direction u .
T	vecteurs tangents en direction w .
P	matrice des points sur la surface.
m,n	les nombres d'espacements en direction u et w respectivement.
q_{ij}	poids
Q	matrice de poids
Q	un point dans l'espace à 2 ou 3 dimensions.
P	point de la projection du point Q sur la courbe $p(u)$.
$p^u(u)$	dérivée de $p(u)$ par rapport à u .
$p^{uu}(u)$	dérivée seconde de $p(u)$ par rapport à u .
T	vecteur nodal de la courbe B-spline
$r(u, w)$	surface paramétrique
$r(u_q, w_q)$	point sur la surface paramétrique $r(u, w)$ qui soit le plus proche du point Q .
$r(u_i, w_i)$	point sur la surface paramétrique $r(u, w)$.
d	distance de départ dans le processus de trouver un point sur la surface paramétrique $r(u, w)$ qui soit le plus proche du point Q .
e	distance minimum à trouver dans le processus de trouver un point sur la surface paramétrique $r(u, w)$ qui soit le plus proche du point Q .
∇u	incrément paramétrique de déplacement dans l'espace dans la

	direction u .
∇w	incrément paramétrique de déplacement dans l'espace dans la direction w .
r_u	gradient évalué en (u_i, w_i) en direction u .
r_w	gradient évalué en (u_i, w_i) en direction w .
N	nombre de processeurs utilisés dans un algorithme parallèle.