UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA

CÁTEDRA DE "HIDRÁULICA GENERAL" (69.01)

"CUANTIFICACIÓN E INTERPRETACIÓN CONCEPTUAL DE LA SOBREPRESIONES DEBIDAS A LOS ESCURRIMIENTOS TRANSITORIOS EN CONDUCCIONES A PRESIÓN"

Ing. Luis E. Pérez Farrás
Ing. Sandra M. Pérez

- Febrero 2002-

CUANTIFICACIÓN E INTERPRETACIÓN CONCEPTUAL DE LA SOBREPRESIONES DEBIDAS A LOS ESCURRIMIENTOS TRANSITORIOS EN CONDUCCIONES A PRESIÓN

INDICE

CUANTIFICACIÓN E INTERPRETACIÓN CONCEPTUAL DE LA SOBREPRESIONES DEBIDAS A LOS ESCURRIMIENTOS TRANSITORIOS EN CONDUCCIONES A PRESIÓN

GENERALIDADES Y OBJETIVOS

Se pretende con el presente texto, posibilitar a los alumnos una mayor profundización conceptual de los fenómenos transitorios en conducciones a presión través de una **mejor comprensión de la interpretación física de las ecuaciones de Saint Venant.**

Con ese objetivo se las relaciona con el esquema resultante del denominado "Cierre Instantáneo" con el que la mayoría de los textos de enseñanza encaran tradicionalmente, la enseñanza del tema en los cursos de formación básica de la Hidráulica (incluyendo nuestra propia bibliografía).

Se resumen las cuatro formas de evaluar las sobrepresiones que se desarrollan en nuestro cursos y en el orden de dificultad creciente, y consecuentemente, con más rigor y generalidad en su aplicación .

La idea es la que el presente texto sirva de síntesis conceptual de la necesaria y frondosa información recibida en el curso básico de la materia y sobre todo que resulte de utilidad para los cursantes de Hidráulica General, que quieran comprender el fenómeno con mayor profundidad. Para los Cursantes de "Construcciones Hidráulicas" el presente artículo les servirá para la reconsideración de sus conocimientos previos y que serán ahora de aplicación tecnológica imprescindible en la materia de referencia.

Evidentemente, el texto está basado en el conocimiento previo por parte del lector, de la Bibliografía de base de la materia Hidráulica General y en especial de los capítulos dedicados a las ecuaciones de Saint Venant del texto publicado por el CEI "Teoría de los Movimientos Transitorios en Conducciones a Presión".

DEFINICIONES, RECORDATORIO CONCEPTUAL Y DESCRIPCIÓN FÍSICA DEL PROBLEMA

Se conoce con el nombre de "transitorios" a los fenómenos de variación de presiones en las conducciones a presión, motivadas en variaciones proporcionales en las velocidades. Cuando la variación es tal que puede implicar el impedimento de escurrir, es decir, velocidad final nula, y cuando además, las oscilaciones de presión son grandes, al fenómeno se lo denomina "golpe de ariete".

El interés ingenieril de su evaluación se encuentra en el hecho de que puede originar colapsos en las conducciones si se realizan, voluntariamente o no, maniobras bruscas de cierre.

Esencialmente, el "Golpe de Ariete" es una problemática de Ingeniería que requiere suma atención. La consideración de oscilaciones de presión y velocidad poco significativas entran en el campo más general de los "Escurrimientos transitorios" y son más de interés científico que tecnológico.

Con el objetivo de analizar el fenómeno físicamente, estudiaremos el caso del "cierre instantáneo del obturador", el que, a pesar de ser una abstracción teórica, **posibilita una más fácil comprensión del problema, al permitir evaluar sólo la parte secuencial del problema** (proceso ondulatorio**) independizándolo de la influencia de la maniobra de cierre, la que se analiza posteriormente en los textos de nuestra bibliografía.**

El cierre instantáneo es una abstracción, porque los órganos de cierre, por rápido que actúen siempre demandarán un tiempo para completar la obturación del caudal. Ello no obstante, en la realidad práctica se producen cierres que pueden adaptarse a ese criterio y que como se analizó oportunamente, no son deseables puesto que, pueden producir sobrepresiones máximas imposibles de ser superadas.

Las hipótesis simplificativas originales son (condiciones de Allievi); la masa infinita del embalse (implica mantenimiento del nivel en el mismo a pesar de los transitorios) no consideración de pérdidas de energía y energía cinética despreciable (con éstas consideraciones el nivel estático coincide con el nivel piezométrico y se queda del lado de la seguridad).

En la Figura 1 se representa en una secuencia de dibujos, un conducto de diámetro D y longitud L, conectado a un embalse de capacidad infinita l inclinado, para mayor generalidad. La conducción puede ser regulada por el obturador O situado aguas abajo y las coordenadas l las medimos desde el mismo hasta el embalse M donde adquiere el valor L.

El primero de los dibujos esquematiza las condiciones previas al cierre instantáneo del obturador, es decir el régimen permanente y uniforme. Los dibujos representan situaciones posteriores al cierre, el que se opera en un instante inicial t_0.

La primera capa de líquido en contacto con el mismo y de espesor diferencial, pasa de velocidad U a velocidad nula. Necesariamente la energía cinética se transforma en potencial, elevándose la presión a un valor Δh y comprimiéndose el líquido en $\rho + \Delta\rho$.

Para un instante posterior ($t_0 + \Delta t$) otra capa de líquido pasa por el mismo proceso, dando como resultado que el fenómeno de aquietamiento de las capas –y consecuentemente aumento de presión- se propague en el sentido de O a M con una cierta velocidad que llamaremos c celeridad de onda.

Como por otra parte el material de la conducción tiene un módulo de elasticidad E, se deformará el conducto a causa del aumento de presión.

En la Figura 1 se representa todo el proceso, haciéndose la aclaración que las sobrepresiones por golpe de ariete, de acuerdo a lo dicho, deben representarse sobre el eje del conducto y no sobre su proyección como se hace en otros capítulos de la hidráulica de las conducciones. Es por ello que en todos los casos se rebate la verdadera magnitud del conducto sobre la horizontal.

Transcurrido un tiempo Δt del cierre del obturador, el fenómeno alcanzará la sección a la distancia $l = c\,\Delta t$.

La conducción entre O y L se encontrará con una sobrepresión Δh y consecuentemente dilatada en un $D + \Delta D$. Por otra parte el líquido se encontrará comprimido siendo su masa específica $\rho + \Delta\rho$ tal como se describe en la Figura. En la longitud $L - l$ las condiciones son las de antes del tiempo de cierre del obturador, puesto que el fenómeno aún no ha llegado a esa región.

En el tercer dibujo se esquematiza la situación para el preciso instante en que la perturbación ha llegado, en virtud de su celeridad c, al punto M. Toda la tubería se encuentra dilatada en $D + \Delta D$, el líquido detenido ($U = 0$) y su masa específica aumentada $\Delta\rho$. Todo ocurre en el tiempo $t_0 + L/c$. Analizando la sección M nos encontramos con que un infinitésimo dentro de la conducción reina la presión $h_M + \Delta h$ y un infinitésimo dentro del embalse la presión es h_M. Esta situación de no equilibrio se resuelve mediante una nueva conversión de energía, pero ahora de potencial a cinética. Obviamente el sentido de la velocidad será ahora de O a M y su magnitud igual a U, puesto que ésta fue la causa de la generación de Δh.

En un instante $t_0 + \frac{L}{c} + \Delta t$, la situación será la del 5º dibujo. En el tramo $L - l$ tendremos diámetro D, puesto que ha desaparecido la sobrepresión, el líquido a la masa específica por la misma razón y a la velocidad –U, propagándose el fenómeno de descompresión también con celeridad c.

Un infinitésimo antes del tiempo $t_0 + \frac{2L}{c}$, esta situación está llegando al obturador, encontrándose la conducción en el mismo estado que instantes previos al cierre del obturador, con la sola excepción de la velocidad que tiene ahora signo opuesto. Al llegar a la sección del obturador (tiempo $t_0 + \frac{2L}{c}$) la velocidad U no puede propagarse puesto que éste está cerrado por lo que ocurre un proceso similar al del instante de cierre, con la diferencia que ahora –U se convierte en depresión $-\Delta h$.

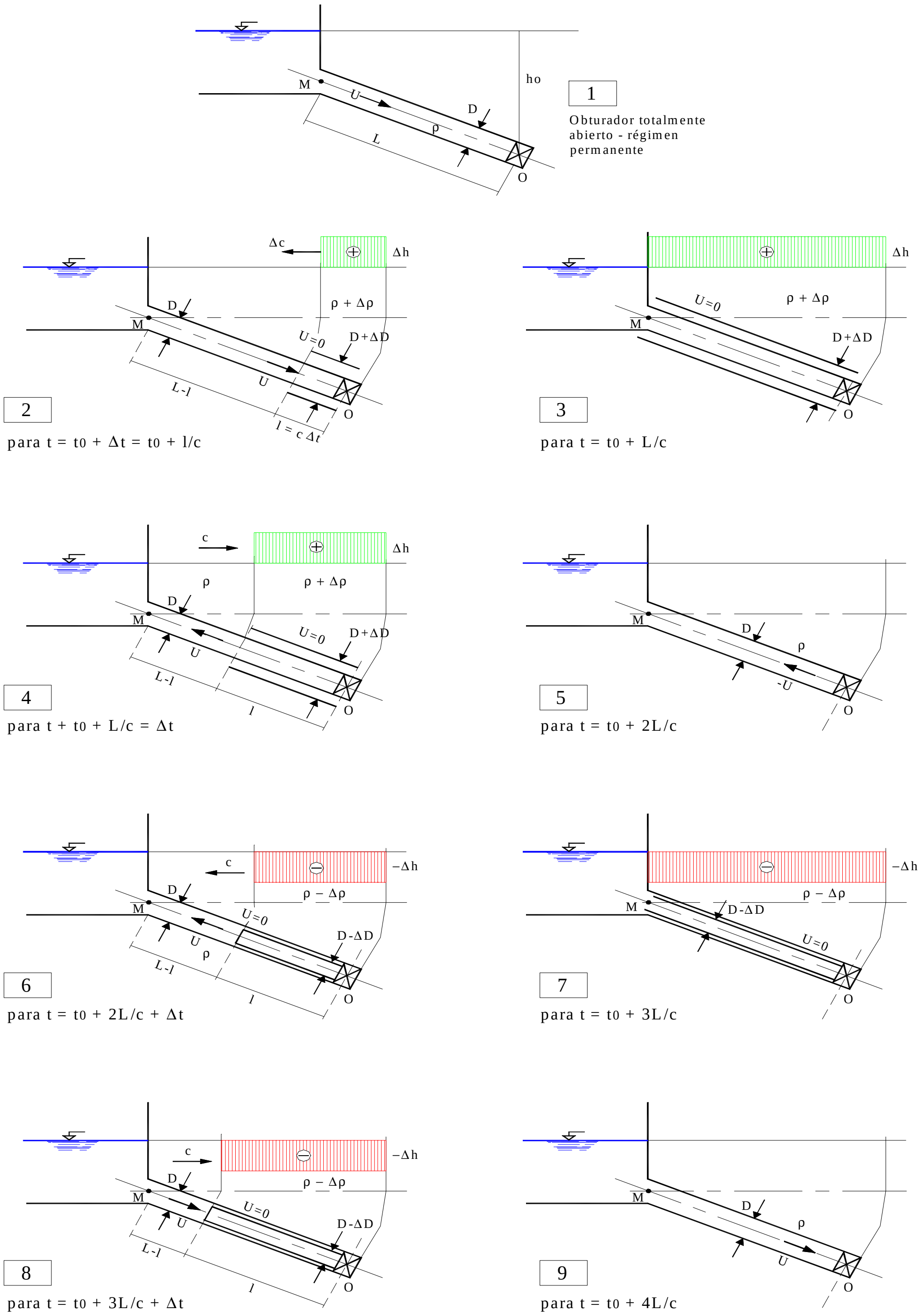

Figura 1
Interpretación física del golpe de ariete para el cierre instantáneo

En el 6º dibujo se esquematiza el proceso para el instante $t_0 + \frac{2L}{c} + \Delta t$, donde se aprecia que hasta la sección 1 la conducción está sometida a una presión disminuida en Δh con respecto a la estática, la masa específica del líquido disminuida también en Δρ y el líquido detenido. El resto de la tubería se encuentra en condiciones normales a excepción de la velocidad que tiene signo negativo.

En el instante $t_0 + \frac{3L}{c}$, la situación anterior habrá llegado al embalse siendo válido el análisis hecho para el instante $t_0 + \frac{L}{c}$ (3º dibujo) a excepción de los cambios de signo. En efecto, un infinitésimo dentro del embalse la presión es h_M y un infinitésimo dentro de la conducción es h_M - Δh. Esta situación de no equilibrio se resuelve con una nueva conversión de energía de potencial en cinética, dando lugar nuevamente a la velocidad original U.

En el instante $t_0 + \frac{3L}{c} + \Delta t$, esta perturbación habrá llegado en mérito a la celeridad c hasta la sección L–l , siendo de destacar que en ese tramo se ha llegado finalmente a las condiciones iniciales. Finalmente, en el instante $t_0 + \frac{4L}{c}$ se vuelve a los parámetros iniciales, encontrándose el obturador cerrado y reiniciándose nuevamente el proceso, el que habrá de continuar indefinidamente si no se tienen en cuenta los efectos amortiguadores de las pérdidas de energía.

CUANTIFICACIÓN DE LA SOBREPRESIÓN MÁXIMA Δh

PRIMERA FORMA APLICANDO PRINCIPIO DEL IMPULSO EN CIERRE INSTANTÁNEO EN ACUEDUCTO HORIZONTAL

Es el encare más elemental posible y que sirve como introductorio del tema en consideración.

En la figura 2 se esquematiza una conducción similar a la de la primera figura pero, para mayor simplificación horizontal.

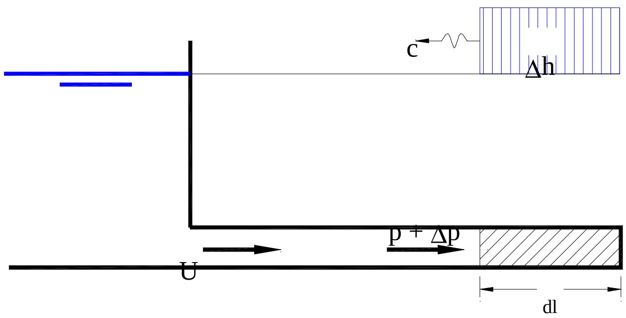

Figura 2

Si se considera tan sólo la compresibilidad del liquido, la maniobra de cierre instantáneo y una porción diferencial (dl) del mismo afectado por el detenimiento en un tiempo diferencial (dt) al aplicar el Teorema del impulso (ver Figura 2) se tiene que

$$F\,dt \;=\; m\;dU$$

Del simple análisis de la figura surge que

$$F \;=\; \Delta p\;\Omega \quad ; \quad m \;=\; \rho\;\Omega\;dl\;\;U$$

Reemplazando, simplificando y ordenando resulta

$$\Delta p \;=\; \rho\;U\;\frac{dl}{dt}$$

Es decir al ser $dl/dt = c$, la celeridad c con que se desplaza el detenimiento de la masa líquida, la expresión queda

$$\Delta p \;=\; \rho\;U\;\;c$$

la que al ser dividida por γ resulta finalmente

$$\Delta h = \frac{\Delta p}{\gamma} \;=\; \frac{c\;U}{g}$$

Evidentemente el análisis de la celeridad c merece un tratamiento mas profundo, cómo el que surge de la 2da. Ecuación de Saint Venant.

SEGUNDA FORMA CON LA PRIMER ECUACIÓN DE SAINT VENANT Y LA CONSIDERACIÓN DEL CIERRE INSTANTÁNEO

En la explicación de la figura 1 previa, **en base a la Maniobra de Cierre Instantánea**, falta cuantificar el valor de Δh. A continuación se desarrolla una forma simple de evaluarlo en base a la hipótesis del Cierre Instantáneo e incluso, para mayor simplificación suponiendo a la tubería horizontal con lo que se anula la variación de z en el recorrido l .

En ese caso en la 1er., ecuación se Saint Venant que sigue, en la que son conocidas las propiedades expresadas por los símbolos (Ver “Teoría de los Movimientos Transitorios en Conducciones a presión” CEI- numeral 1-5- ecuación 6).

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(Z + \frac{p}{\gamma} + \frac{U^2}{2.g} \right) = -\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t} - \ j^*$$

se tiene que, al ser horizontal la tubería y no depender; la variación de la presión del tiempo y la velocidad del recorrido

$$\frac{\partial z}{\partial l} = 0 \ ; \ \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{p}{\gamma}\right) = \frac{d}{dl}\left(\frac{p}{\gamma}\right) \ ; \ \frac{\partial}{\partial l}\left(\frac{U^2}{2g}\right) = 0$$

Si se considera además que $j^* = 0$, la anterior queda

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{p}{\gamma}\right) = \frac{1}{g}\frac{dU}{d\,t}$$

Considerando los diferenciales (multiplicando ambos miembros por dl) se tiene

$$\frac{d}{dl}\left(\frac{p}{\gamma}\right) dl = \frac{1}{g}\frac{dU}{d\,t} \ dl$$

Para $\gamma = cte$ y cierre instantáneo

$$dU = U \ ; \quad dp = \gamma \Delta h \ \therefore \Delta h = \Delta p / \gamma$$

por lo que $$\frac{1}{\gamma} \ \Delta p = \frac{1}{g} U \frac{dl}{dt}$$

y como la celeridad resulta $c = \dfrac{dl}{dt}$, la expresión final queda

$$\frac{\Delta p}{\gamma} = \Delta h = \frac{c\,U}{g}$$

Nótese que en éste caso la Segunda ecuación de Saint Venant dada por la expresión 13 del numeral 2 de “Teoría de los transitorios en Conducciones a presión”-CEI-(expresión previa a ser más elaborada con las condiciones elásticas del material confinante de la conducción y de las propiedades elásticas del agua) es

$$\frac{1}{\Omega}\frac{d\Omega}{dt} + \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial U}{\partial l} = 0$$

En ese caso al ser la variación de la velocidad con el recorrido nula y multiplicando por dt ambos sumandos remanentes se tiene

$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} + \frac{\Delta\rho}{\rho} = 0$$

por lo que finalmente
$$\frac{\Delta\Omega}{\Omega} = \frac{\Delta\rho}{\rho}$$

Es decir que la variación relativa de la sección (y consecuentemente del diámetro) resulta igual a la variación relativa de la masa específica del agua, lo que es lógicamente consecuente y evidente, al ser considerado el concepto de conservación de la masa, de la que parte la ecuación considerada.

TERCERA FORMA CON LA INTERPRETACIÓN FÍSICA DE LAS ECUACIONES DE SAINT VENANT ELABORADAS (Ecuaciones de las Características)

La elaboración de las ecuaciones de SAINT VENANT (ver “Teoría de los transitorios en Conducciones a Presión- CEI- Cap. 3) con el objeto de posibilitar una mejor interpretación física, y su integración, lleva a las expresiones "de las características", dadas por:

$$\Delta\lambda = \pm c.\Delta t$$

$$\Delta Z_h = \frac{c}{g.\Omega}\Delta Q\, \mu \int_0^{\lambda} j * d\lambda$$

Nota: ésta forma es la que se utiliza para la confección de gran número de utilitarios de uso difundido y creciente a nivel mundial.

En la Figura 3 puede apreciarse la interpretación física de referencia, la que es la más general y aplicable a todos los casos de cierre del obturador.

De las ecuaciones y la figura se deduce que en un instante dado el fenómeno "variación de velocidad y su correspondiente variación de presión" es un fenómeno que se propaga con celeridad c. En un instante t, en la abscisa l, la sobrepresión por sobre el valor estático, estará dado por:

$$\Delta h = Z_h - Z_{h_o}$$

Los términos Z_h a su vez están dados por:

$$Z_h = Z + \frac{p}{\gamma}$$

Es decir, la suma de las alturas del eje sobre el plano de comparación y la altura de presión en m.d.c. (metros de columna de agua).

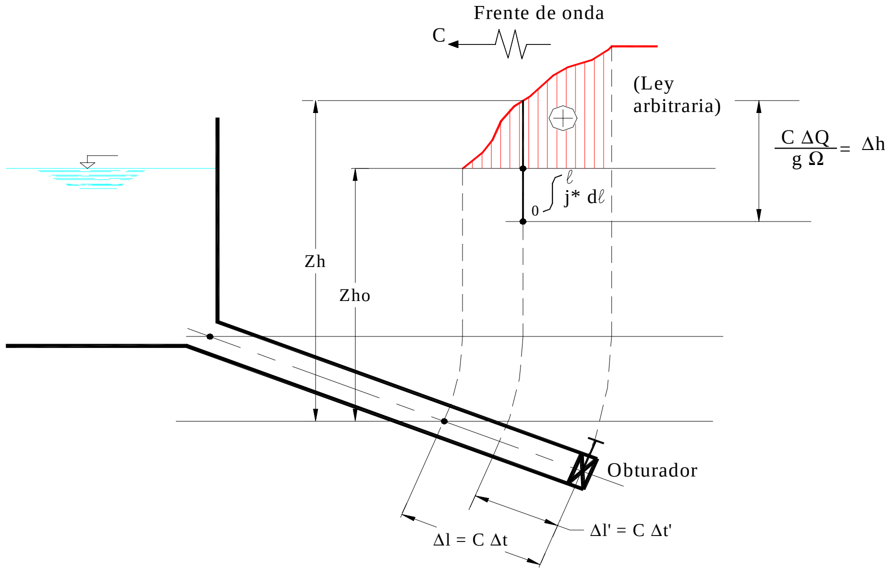

Figura 3

Interpretación Física de las Ecuaciones de Saint Venant

A su vez Δh resulta de la diferencia entre los segmentos dados por:

$$\frac{c}{g}\frac{\Delta Q}{\Omega} \qquad \text{y} \qquad \int_0^{\lambda} j^* \, d\lambda$$

El último siempre es sustractivo del primero, lo que indica el efecto amortiguador de las "pérdidas de energía”.

Nótese que el primer término puede escribirse:

$$\frac{c.\Delta V}{g} = \frac{c}{g}(U - V)$$

En la que:

- U es la velocidad media de escurrimiento permanente (es decir antes de la maniobra de obturación).

- V es la velocidad media en cada una y todas las secciones para cada grado de cierre del obturador.

En la anterior, si se considera una vez más la tubería horizontal, las pérdidas nulas, el cierre total e instantáneo, se tiene que:

$$\nabla V = U \; ; \; V = 0 \; ; \; z = 0 \; ; \; z_h = {}^{p}\!/_{\gamma}$$

Con lo que las expresiones quedan nuevamente

$$\Delta\lambda = \pm c.\Delta t \quad \therefore \quad c = {}^{\Delta l}\!/_{\Delta t}$$

$$\Delta Z_h = \Delta h = \frac{c\;U}{g.}$$

CUARTA FORMA, CON LA TEORÍA DE ALLIEVI

Teoría de Allievi

El estudio analítico de Allievi parte de las Ecuaciones de Saint Venant, introduciendo algunas simplificaciones que posibilitan su integración, a la vez que acota el problema a las aplicaciones ingenieriles (grandes oscilaciones de velocidad y, consecuentemente, de presión). Las simplificaciones mencionadas consisten en que:

(1) Considera las pérdidas de energía despreciables, $j* = 0$
(2) Tiene en cuenta únicamente variaciones importantes de velocidad en el tiempo, por lo que pueden despreciarse los términos convectivos

$$U\frac{\partial U}{\partial \lambda} \text{ y } U\frac{\partial p}{\partial \lambda} \text{ frente a } U\frac{\partial U}{\partial t} \text{ y } U\frac{\partial p}{\partial t}.$$

Debe destacarse la validez de estas simplificaciones en nuestro análisis ya que sería errónea la idea de que las mismas se realicen pura y exclusivamente para simplificar la matemática. El fin perseguido es ese, las simplificaciones propuestas están avaladas empíricamente y son válidas, ya que:

(1) Las pérdidas de energía son generalmente bajas en comparación con las presiones que se manejan en el fenómeno del Golpe de Ariete. Además, al no considerarlas estamos del lado de la seguridad ya que su efecto es puramente amortiguador.

(2) El fenómeno del Golpe de Ariete se hace importante, y merece atención, cuando las condiciones de cambio de velocidad son drásticas, pues es entonces cuando se generan las condiciones de sobrepresión más peligrosas. Si esto no es así, el transitorio que se produce es generalmente soportable por cualquier tubería, por lo que no hace falta estudiarlo en profundidad. Se destaca, además, que la mayor sobrepresión se logra en el cierre total puesto que así se pone de manifiesto toda la energía o impulso del cilindro de agua.

Con estas dos simplificaciones, las ecuaciones de Saint Venant quedan:

$$\frac{\partial}{\partial \lambda}\left(Z + \frac{p}{\gamma} \right) = -\frac{1}{g}\frac{\partial U}{\partial t}$$

$$\rho \frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

Si ahora se deriva la primera con respecto al tiempo (teniendo en cuenta que $Z \neq f(t)$) y la multiplicamos por ρ y, por otro lado, se deriva la segunda con respecto al recorrido y la multiplicamos por c^2:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \lambda\ \partial t} + \rho \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \lambda\ \partial t} + c^2\ \rho\ \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2} = 0$$

Restando una ecuación de la otra:

$$\boxed{\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = c^2\ \frac{\partial^2 U}{\partial \lambda^2}}$$

Repitiendo esta operación pero al revés, es decir derivando la primera ecuación respecto del recorrido y la segunda respecto del tiempo, se obtiene:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial \lambda^2}$$

Por otra parte si se recuerda que

$$p = \gamma\, h = \rho\, g\, h$$

Si se tiene en cuenta que la variación de la densidad en el recorrido y en el tiempo es despreciable frente a la variación de las alturas de la columna líquida, puede escribirse:

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 h}{\partial \lambda^2}}$$

Puede verse, al tener presente la ecuación de la Cuerda Vibrante de D'Alambert, que la estructura matemática de estas dos ecuaciones es idéntica a la de aquella. Por lo que su integración (resuelta por los matemáticos) lleva a:

$$\boxed{\begin{aligned} \Delta h &= F_1\left(t - \frac{\lambda}{c}\right) + F_2\left(t + \frac{\lambda}{c}\right) = h - h_0 \\ \Delta U &= U - V = -\frac{g}{c}\left[F_1\left(t - \frac{\lambda}{c}\right) - F_2\left(t + \frac{\lambda}{c}\right)\right] \end{aligned}}$$

Donde:

- F_1 y F_2 son dos funciones que se propagan del obturador al embalse y del embalse al obturador respectivamente, ambas con una celeridad c.
- V es la velocidad del fluido cuando el obturador está parcialmente cerrado.
- U es la velocidad del fluido cuando el obturador está totalmente abierto.
- $\Delta h = 0$ en el Embalse de “Capacidad Infinita”
- F_2 comienza a actuar a partir del instante L/c

Sobrepresiones en la Faz de Golpe Directo

La faz de golpe directo es aquella en la que la función F_2 no actúa. Como F_2 tiene signo contrario a F_1, en esta faz se obtendrán las máximas sobrepresiones.

Se denomina **Tiempo de Fase** al lapso que tarda la onda en ir y volver del obturador al embalse:

$$T_{fase} = \frac{2L}{c}$$

Donde L es la longitud de la tubería.

Si se hace, en las ecuaciones derivadas de la teoría de Allievi, $F_2=0$, se obtiene:

$$\Delta h = F_1\left(t - \frac{\lambda}{c}\right)$$

$$\Delta V = U - V = \frac{g}{c} F_1\left(t - \frac{\lambda}{c}\right)$$

Y, por lo tanto,

$$\Delta h = c\left(\frac{U - V}{g}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \Delta p = \frac{\gamma . c}{g}(U - V)$$

Cuando se llega al "cierre total", V = 0, por lo que $\Delta V = U$, con lo que se obtiene la famosa expresión de ALLIEVI, de la máxima sobrepresión posible por "golpe de ariete":

$$\boxed{\Delta h_{MAX} = \frac{U . c}{g}}$$

Es oportuno relacionar las funciones F_1 y F_2 de la Integración de la ecuaciones de Allievi, con el esquema de la Figura 1, en el que resultan fácilmente identificables para el caso de "Cierre Instántaneo". A la vez puede apreciarse cómo debido a la Capacidad Infinita del embalse ($\Delta h = 0$) y las pérdidas nulas por definición, F_2 es siempre igual y de signo contrario a F_1 y consecuentemente la anula.