

UNIVERSIDAD DE BUENOS AIRES

FACULTAD DE INGENIERÍA

DEPARTAMENTO DE HIDRÁULICA



CÁTEDRA DE "HIDRÁULICA GENERAL" (69.01)

**"SISTEMAS DE UNIDADES Y
ECUACIONES DE DIMENSIÓN"**

**"Aplicación a las Propiedades Físicas de
Utilización en la Hidráulica"**

Ing. Luis E. Pérez Farrás

Edición: Ing. Andrea Bonafine

- Julio 2002 -



SISTEMAS DE UNIDADES Y ECUACIONES DE DIMENSIÓN APLICACIÓN A LAS PROPIEDADES FÍSICAS DE UTILIZACIÓN EN LA HIDRÁULICA

INDICE

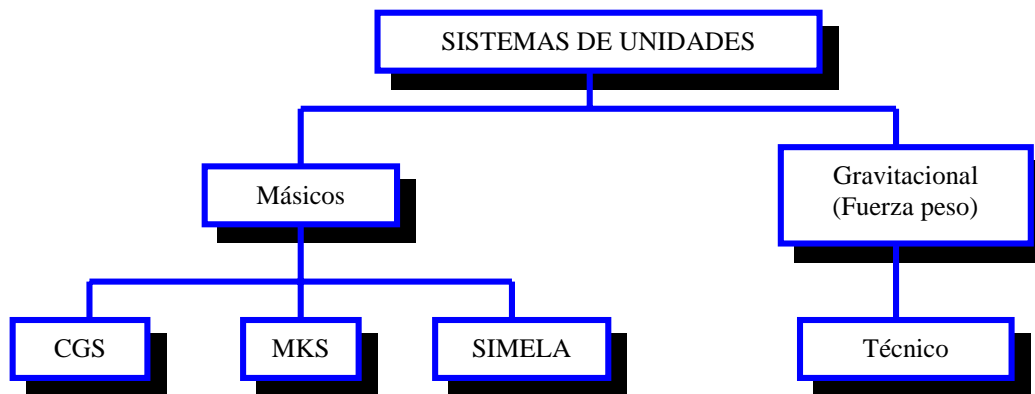
1- CONCEPTOS GENERALES	2
2- ECUACIONES DE DIMENSIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS DE LAS LÍQUIDOS	4
2-1- MASA ESPECÍFICA	4
2-2- PESO ESPECÍFICO	5
2-3- DENSIDAD	5
2-4- PRESIÓN Y ESFUERZO CORTANTE	6
2-5- COEFICIENTE Y MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD DE LÍQUIDOS	6
2-6- VISCOSIDAD	7

SISTEMAS DE UNIDADES Y ECUACIONES DE DIMENSIÓN APLICACIÓN A LAS PROPIEDADES FÍSICAS DE UTILIZACIÓN EN LA HIDRÁULICA

1- CONCEPTOS GENERALES

Los sistemas de unidades utilizados son cuatro, divididos en dos grupos, los que se basan en las propiedades: Masa (M), Longitud (L) y Tiempo (T) el primero y Fuerza (F), Longitud (L) y Tiempo (T) el segundo.

En el primer grupo encontramos los sistemas cgs (cm, gm, s), MKS (m, Km, s) y el SIMELA (Sistema métrico legal argentino con idénticas unidades para nuestras aplicaciones que las del sistema MKS). En el segundo grupo se encuentra el Sistema Técnico o Gravitacional.



Mientras el sistema cgs se usa para determinaciones de laboratorio, los restantes son los que usa la tecnología en general y la Hidráulica en particular.

Dado que el concepto de masa es independiente de la gravedad, los sistemas que la involucran son más rigurosos, por ello modernamente se han adoptado universalmente. En cambio, el sistema técnico, no contemplado en las normas actualmente, es todavía usado a pesar de que la vigencia del SIMELA, data en nuestro país desde 1974.

La razón por la que es tan difícil desprenderse de él se explica en la sensación mucho más objetiva que tiene el ser humano, al percibir la fuerza (o peso) como un esfuerzo muscular proporcional a realizar en función de su magnitud. En cambio, la Masa, no tiene su correlato de sensación física, por lo que se hace más abstracta su evaluación.

Ello no obstante, se hace fácil pasar de un sistema al otro, si se tienen en cuenta las siguientes definiciones:

$$1 \text{ Kgf} = 1 \text{ Kgm} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2$$



En la que, en el segundo término, la constante numérica es “g”, “aceleración normal de la gravedad”.

Por otra parte, la condición de un sistema de unidades, es que las propiedades físicas, representadas por una o más variables, impliquen valores unitarios de las mismas. En particular para la famosa ecuación de Newton:

$$F = m \cdot a$$

Se debe cumplir que la unidad de fuerza resulte igual a la unidad de masa por la unidad de aceleración. Esa unidad se define en los sistemas MKS y SIMELA como “Newton”, por lo tanto:

$$1 \text{ N} = 1 \text{ Kgm} \cdot 1 \text{ m/s}^2$$

Si se dividen miembro a miembro las dos ecuaciones anteriores, se obtiene:

$$\frac{1 \text{ Kgf}}{1 \text{ N}} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Es decir que:

$$1 \text{ Kgf} = 9,81 \text{ N} \cong 10 \text{ N} \quad \therefore \quad 1 \text{ N} = 0,102 \text{ Kgf} \cong 0,1 \text{ Kgf}$$

Se define como “Ecuación de dimensión”, la que resulta de expresar en las dimensiones básicas de un determinado sistema, la propiedad física en análisis.

La dimensión de una dada propiedad se especifica con el símbolo que la identifica entre corchetes, así, por ejemplo, las constitutivas de los sistemas de unidades son:

$$\begin{aligned} \text{Masa, } [m] &= M; \\ \text{Fuerza } [f] &= F; \\ \text{Longitud } [L] &= L; \\ \text{Superficie } [\Omega] &= L^2; \\ \text{Volumen } [V] &= L^3; \\ \text{Tiempo } [T] &= T; \end{aligned}$$

Para propiedades físicas que resultan combinaciones de las variables básicas, se tiene:

$$\text{Velocidad, } [v] = \frac{L}{T}; \quad \text{Aceleración, } [a] = \frac{L}{T^2}$$

La ecuación de dimensión de la fuerza en el sistema técnico resulta: $[f] = F$, en cambio en los sistemas másicos resulta:

$$[f] = M \frac{L}{T^2}$$

La ecuación de dimensión de la Masa en los sistemas másicos resulta $[m] = M$, en cambio en el sistema técnico es:



$$[M] = \frac{F}{\frac{L}{T^2}} = \frac{FT^2}{L}$$

La ecuación de dimensión de la Energía o Trabajo en el sistema técnico es:

$$E = FL$$

Y en los másicos al reemplazar F en la función de M, resulta la expresión:

$$E = M \frac{L}{T^2} L = M \frac{L^2}{T^2}$$

Procediendo en forma similar para la potencia, se tiene que:

$$P = \frac{FL}{T} \quad ; \text{ y en los sistemas másicos: } P = M \frac{L}{T^2} \frac{L}{T} = M \frac{L^2}{T^3}$$

La propiedad más importante de la ecuación de dimensión, es que una vez planteada la misma es inmediata la determinación de las unidades de la propiedad física analizada para el sistema de unidades elegido.

En efecto, veamos como ejemplo la energía. En el sistema cgs (másico), reemplazando en la ecuación correspondiente por las unidades básicas del sistema, resulta: $g_m \text{ cm}^2/s^2$. En los sistemas MKS o SIMELA (indistintamente), resulta: $kg_m \text{ m}^2/s^2$.

En cambio, para el sistema técnico la unidad resulta: $Kgf. m$.

2- ECUACIONES DE DIMENSIÓN DE LAS PROPIEDADES FÍSICAS DE LOS LÍQUIDOS

2-1- MASA ESPECÍFICA

Se la define como la relación entre la masa de una sustancia y el volumen que ocupa, o, dicho de otra manera, la “Masa de la unidad de volumen”.

En símbolos: $\rho = \frac{M}{V}$; cuyas ecuaciones de dimensión son:

$$[\rho] = \frac{M}{L^3} = \frac{1}{L^3} \frac{F}{\frac{L}{T^2}} = \frac{FT^2}{L^4}$$



Por lo que en el sistema SIMELA (o MKS) la unidad resulta kg_m/m^3 , y en el sistema técnico es $\text{kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$. Para el agua en condiciones normales de presión y temperatura, su valor es de $102 \text{ kg}_f \cdot \text{s}^2/\text{m}^4$, o $1000 \text{ kg}_m/\text{m}^3$, indistintamente.

2-2- PESO ESPECÍFICO

Se lo define como el peso de la sustancia en estudio, en relación con el volumen que ocupa, o también como el “peso de la unidad de volumen”.

En símbolos: $\gamma = P/V$; cuyas ecuaciones de dimensión son:

$$\gamma = \frac{F}{L^3} = \frac{1}{L^3} \frac{ML}{T^2} = \frac{M}{LT^2}$$

Es decir que las unidades en los sistemas técnico y SIMELA (o MKS), serán:

$$\frac{\text{kg}_f}{\text{m}^3} \quad \text{y} \quad \frac{\text{kg}_m}{\text{m}^2 \text{s}^2}$$

Se recuerda que el peso P es la masa de la porción de sustancia considerada, multiplicada por la aceleración normal de la gravedad g , es decir que:

$$P = M \cdot g$$

Pero, por otra parte, de la definición de “Peso específico” se deduce que: $P = \gamma \cdot V$

Por lo tanto: $P = M \cdot g = \gamma \cdot V$;

De donde se deduce que: $\gamma = M/V$ y $g = \rho g$

Nótese que para los valores medios de ρ y g , el valor de γ resulta:

$$\gamma = 102 \frac{\text{kg}_f \text{s}^2}{\text{m}^4} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cong 1000 \frac{\text{kg}_f}{\text{m}^3}$$

2-3- DENSIDAD

Se la define como la relación entre la masa específica o peso específico de la sustancia en análisis, con respecto a la del agua en condiciones normales de presión y temperatura y medida a nivel del mar. En símbolos:



$$\delta = \frac{\gamma_{\text{sust.}}}{\gamma_{\text{agua}}} = \frac{M_{\text{sust.}} g}{M_{\text{agua}} g} = \frac{\rho_{\text{sust.}}}{\rho_{\text{agua}}}$$

De la anterior se deduce claramente, que al ser “g” un valor constante, puede ser simplificado, por lo que el cociente de las masas específicas dará el mismo valor que el cociente entre los pesos específicos.

La densidad también puede denominarse “Peso específico relativo” o “Masa específica relativa”. Su característica fundamental es que es adimensional, es decir, un número sin ninguna dimensión que lo acompañe. Obviamente la densidad del agua es la unidad.

2-4- PRESIÓN Y ESFUERZO CORTANTE

Dada una fuerza actuando sobre una superficie, si se descompone en sus componentes normal al plano S, P_n y tangente al mismo P_t . Se define como Presión al cociente entre la componente normal y la superficie S, y como Esfuerzo Tangencial, al cociente entre la componente tangencial y la superficie S. En símbolos:

$$p = \frac{P_n}{S}$$

$$\tau = \frac{P_t}{S}$$

Evidentemente, ambas constituyen, conceptual y dimensionalmente hablando, la distribución de una fuerza sobre una superficie, por lo que sus ecuaciones de dimensión resultarán idénticas y dadas por:

$$[p] = [\tau] = \frac{F}{L^2}$$

2-5- COEFICIENTE Y MÓDULO DE COMPRESIBILIDAD DE LÍQUIDOS

La expresión de compresibilidad, en diferencias finitas es:

$$\Delta p = \epsilon \frac{\Delta \rho}{\rho}$$

Evidentemente, las dimensiones de ϵ son las de presión puesto que el cociente $\Delta \rho / \rho$ es adimensional, por lo que la igualdad implica que las dimensiones corresponden a las del primer término. Obviamente, las dimensiones de α son las inversas de las dimensiones de presión (ver “Propiedades Físicas” en el texto de base.)

A continuación, las ecuaciones de dimensión de ambas:



$$[\alpha] = \frac{L^2}{F} \quad ; \quad [\varepsilon] = \frac{F}{L^2}$$

2-6- VISCOSIDAD

La expresión de Newton, en diferencias finitas, para la Viscosidad Absoluta es:

$$\tau = \mu \frac{\Delta V}{\Delta Z}$$

La ecuación de dimensión se obtiene, para los sistemas másicos y el sistema técnico como sigue:

$$\frac{F}{L^2} = [\mu] \frac{\frac{L}{T}}{L} = [\mu] \frac{1}{T}$$
$$\therefore [\mu] = \frac{FT}{L^2} = M \frac{L}{T^2} \frac{T}{L^2} = \frac{M}{LT}$$

En especial por constituir su determinación experiencias de laboratorio, se utiliza el sistema de unidades cgs, por lo que la unidad resultará indistintamente $g_f.s/cm^2$ o $g_M/cm.s$, definida como “Poise” en honor del investigador de los escurrimientos laminares, Dr. Poiseuille. Como su orden de magnitud es 0.01, se utiliza por practicidad el “Centipoise”, para no usar números muy pequeños.

Cuando se considera la viscosidad absoluta de la sustancia fluida, relativa a su masa específica, es decir el cociente entre μ y ρ , se obtiene la denominada “viscosidad cinemática ν ”. La que debe su nombre al hecho que sus dimensiones son de la cinemática, es decir, no aparecen fuerzas o masas, tal como se puede apreciar en el análisis siguiente:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \therefore [\nu] = \frac{\frac{M}{LT}}{\frac{M}{L^3}} = \frac{L^2}{T}$$

La unidad consecuente será m^2/s en los sistemas SIMELA, MKS y Técnico y cm^2/s en el cgs.

En laboratorio, por razones similares a la descripta previamente se utiliza el “centistoke”.