

## Reposición 2, Análisis Matemático

Rodrigo Jesús Hernández Gutiérrez

18 de Junio de 2009

1. Demuestra que cualquier abierto de  $(0, 1)$  es unión numerable de intervalos abiertos ajenos dos a dos.
2. ¿Son verdaderos o falsos los siguientes enunciados? (Justifica)
  - (a) Si  $f : M \rightarrow N$  es una función uniformemente continua entre espacios métricos y  $(s_n)_{n=1}^{\infty}$  es sucesión de Cauchy en  $M$ , entonces  $(f(s_n))_{n=1}^{\infty}$  es sucesión de Cauchy en  $N$ .
  - (b) Si  $f : M \rightarrow N$  es una función continua entre espacios métricos, entonces, para cada  $E \subset M$ ,  $f(\overline{E}) = \overline{f(E)}$ .
  - (c) Si  $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$  es continua, entonces existe  $x \in [0, 1]$  tal que  $f(x) = x$ .
3. Sean  $f, g : M \rightarrow N$  funciones continuas entre espacios métricos y  $D \subset M$  denso en  $M$ . Si  $f(x) = g(x)$  para todo  $x \in D$ , demuestra que  $f = g$ .