

Reposición 1, Análisis Matemático

Rodrigo Jesús Hernández Gutiérrez

15 de Junio de 2009

1. Para $x, y \in \mathbb{R}$, definimos

$$d(x, y) = \frac{|x - y|}{|x - y| + 1}.$$

- (a) Demuestra que d es una métrica en $\mathbb{R}$.
 - (b) Si $x \in \mathbb{R}$, describe explícitamente cuales son los conjuntos $B_d(x, \frac{1}{2})$, $B_d(x, 1)$ y $B_d(x, 2)$. Haz un dibujo de estos conjuntos.
2. (a) ¿Es el interior de un conjunto conexo también conexo?
- (b) ¿Es cada punto de un abierto U , punto límite de U ?
- (c) ¿Es $(0, 1) \subset \mathbb{R}$ compacto?
3. Sea K el conjunto de puntos en $[0, 1]$ tales que en su expansión decimal solo aparecen los dígitos 4 y 7 (nota que por lo tanto, todos estos números tienen expansión decimal infinita).
- (a) Demuestra que K es no numerable.
 - (b) Demuestra que K es compacto.