

Examen diagnóstico del curso de Análisis Matemático

Rodrigo Jesús Hernández Gutiérrez

5 de Febrero de 2009

Instrucciones: Escribe al lado izquierdo del número **V** si la afirmación es verdadera y **F** si es falsa. Si no sabes, no contestes.

1. Todo subconjunto acotado de números reales tiene supremo.
2. Todo subconjunto acotado de números racionales tiene supremo.
3. Existe una biyección entre el conjunto de los números reales $\mathbb{R}$ y el de los números racionales $\mathbb{Q}$.
4. La suma de dos números irracionales siempre es irracional.
5. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función tal que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe, entonces f es continua en el 0.
6. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua, entonces $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ existe y es igual a $f(0)$.
7. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función continua tal que $f(0) > 0$ y $f(1) < 0$, entonces existe $x \in [0, 1]$ con $f(x) = 0$.
8. Los polinomios son funciones continuas.
9. Una función continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ alcanza su supremo en un intervalo cerrado y acotado.
10. Una función continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ alcanza su supremo en un intervalo cerrado.
11. Toda función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivable es continua.
12. Toda función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua es derivable.
13. La función derivada de un polinomio es un polinomio.
14. Toda función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivable es derivable n veces para cualquier $n > 1$.
15. Si $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ son funciones derivables, entonces su producto es derivable y se cumple $(fg)' = f'g'$.
16. Si $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ es una función derivable en el 0, entonces f tiene inversa localmente.
17. Toda función continua es integrable.
18. Toda función integrable es continua.
19. La función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x) = 0$ si $x \in \mathbb{Q}$ y $f(x) = 1$ si $x \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$ es integrable.
20. Sea $e = \exp(1)$, donde $\exp$ es la función exponencial (la inversa del logaritmo). Existe un polinomio $p(x)$ tal que $p(e) = 0$.
21. Si $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ es una sucesión en $\mathbb{R}$ creciente y acotada, entonces es convergente.
22. Si $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ y $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ son dos sucesiones en $\mathbb{R}$ tales que la sucesión $(a_n b_n)_{n=1}^{\infty}$ es convergente, entonces ambas $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ y $(b_n)_{n=1}^{\infty}$ son convergentes.

23. Una sucesión en $\mathbb{R}$ es convergente si es de Cauchy.

24. La serie $\sum_{i=1}^{\infty} 1/n$ converge.

25. La serie $\sum_{i=1}^{\infty} 1/n^2$ converge.