12. Del encuentro de la sustancia D con la A, y la sustancia D con la B, cada uno de los encuentros relativos al la suma (A+B), se forma la sustancia D. Al principio hay 10 gramos de A, 20 gramos de B y 0 gramos de D. Si la velocidad de formación de D es proporcional al producto de sustancia A y B que aún no se han combinado, encontrar: .

a. Plantear el modelo para D.

b. Cómo crece la sustancia D en función del tiempo, sabiendo que la cte. de proporc. es igual a 0.4?

c. Integre numéricamente para 10 pasos. Comente los resultados.

13. En una reacción química se produce $\frac{1}{2}$ molécula de una sustancia N por una molécula de cada una de las sustancias S, T y V. En un comienzo se tiene S(0)=8, T(0)=7 y N(0)=0. La tasa de crecimiento de la concentración N es igual a 0.1 por el producto de las concentraciones actuales de S, T y V.

a. Encuentre el modelo para la sustancia N.

b. Simule numéricamente la producción de N, teniendo en cuenta que si una de las sustancias se acaba, no se sigue produciendo N.

c. Grafique N vs. t.

14. Se realiza una inversión I en publicidad con el fin de aumentar las ganancias G. La relación entre las ganancias G y el gasto de publicidad I es tal que la tasa de variación de las ganancias, a medida que crece el gasto en publicidad, es proporcional a la diferencia entre una constante T y la ganancia (cte. de proporc. =0.1).

a. Plantear el modelo.

b. Integrar por el método de Euler y Runge-Kutta de 4to. orden, sabiendo que las ganancias son inicialmente de 100 y que T=200, para un gasto total en publicidad igual a 5.

c. Grafique G vs I, y analice la evolución de las ganancias.

15. Una fábrica de tractores encarga un estudio de mercado a una empresa especialista en investigación y desarrollo industrial. Se desea averiguar la relación entre el número de tractores producidos y el monto asignado a la investigación, sabiendo que: el incremento en el número de tractores producidos T, a medida que crece la inversión asignada I a la investigación, es igual a una cte. 0.4 multiplicada por la razón entre el importe asignado I y el número de tractores producidos T, menos otra cte. igual a 0.01 multiplicada por el producto del número de tractores producidos y el importe I dedicado a la investigación.

a. Plantee la relación entre T e I.

b. Integre numéricamente y muestre en un gráfico la evolución de T en función de I (T=50 para I=0).

c. Se estabiliza el número de tractores producidos? Justifique.

16. La tasa de incremento de la deuda nacional D es una función del ingreso nacional 'y', tal que:

Y *ingreso*	$\dot{D}$ *tasa*
2	0.71
3	0.90
4	1.12
5	1.29

La tasa de variación del ingreso es proporcional al ingreso, con una cte. igual a 0.05.

a. Plantee el modelo.

b. Resuelva numéricamente sabiendo que $y(0)=10$ y $D(0)=2$.

c. Grafique la deuda en función del ingreso y comente los resultados.

17. Considere la variación del stock S de una empresa, en un modelo de producción general. El stock S tiene una tasa natural de crecimiento $F(S)$ tal que $F(S)$ es proporcional al producto del stock por la diferencia entre la unidad y el stock relativo a una constante K. La constante de proporcionalidad es igual a 0.2.

a. Plantear el modelo de la variación del stock en función del tiempo y resolver numéricamente para 10 pasos.

b. Graficar y analizar la tasa natural de crecimiento F en relación al stock. A qué valor tiende S(t) cuando t tiende a infinito? Considere $S(0)=10$ y $K=3.0$.

c. Calcular el error absoluto y relativo del stock para cada tiempo de integración, sabiendo que la solución exacta de S(t) es:

$$S(t) = \frac{K}{1 + C.e^{R}}$$

donde

$$C = \frac{K - S(0)}{S(0)}$$

d. Qué puede Ud. decir de la solución encontrada en el paso a.? Es buena la integración realziada? Por qué?

18. Una hormiga cruza un arroyo tratando de llegar a la otra orilla. Se puede describir la trayectoria de la hormiga con las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{-2.x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$\frac{dy}{dt} = 1 - \frac{2.y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

La hormiga parte de $x(0)=1$, $y(0)=0$.

a. Aplicar el método de Runge-Kutta de 2do. orden para resolver el sistema de ecuaciones planteadas.

b. Graficar la trayectoria de la hormiga.

c. Cuánto tarda la hormiga en llegar a la otra orilla?

19. Considere el modelo:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{1}{a.y} + k.e^{b.t}$$

$$\frac{dy}{dt} = b.y$$

donde 'w 'es el consumo *per cápita* de productos derivados del trigo e 'y 'es el ingreso *per cápita*($b=0.1, k=0.05, w(0)=1, y(0)=2.0, a=0.5$).

a. Integre numéricamente por el método de Euler para encontrar como evolucionan 'w 'e 'y 'a lo largo del tiempo.

b. Grafique ambas funciones vs t y analice sus comportamientos.

20. La siguiente ecuación

$$\frac{dp}{dt} = -p$$

describe la tasa de ingreso de bedeles a una universidad estatal. El ingreso de alumnos a esa institución está representado por:

$$\frac{da}{dt} = 5000 - a$$

a. Analice la evolución de ambas poblaciones a través de su solución numérica, sabiendo que una unidad de tiempo es igual a 10 años. Comsidere p(0)=50 y a(0)=500.

b. Se desea saber la cantidad de alumnos atendidos por cada bedel (por año), a lo largo de 10 años. Graficar esa variable.

c. La universidad desea saber si debe poner cupo en el ingreso de alumnos, ya que se prevee que debería haber un máximo de 100 alumnos por bedel. A qué valor límite llega el número de alumnos? Justifique.

21. La tasa de muerte de ciertas bacterias B es proporcional a la población de bacterias (k_B=8). La tasa de crecimiento de ciertos virus V es proporcional a las bacterias B (el mismo k_B); estos virus morirían exponencialmente si estuvieran solos (k_V=1). La tasa de crecimiento de leucocitos L es proporcional a los virus V (el mismo k_V) y su tasa de muerte es proporcional a los leucocitos presentes (k_L=0.03).

a. Plantee las ecuaciones diferenciales que representan a las bacterias, virus y leucocitos.

b. Encuentre la solución numéricamente, sabiendo que inicialmente hay 80 bacterias, 2 virus y 5 leucocitos.

c: Grafique las tres poblaciones en un solo gráfico.

d. Cuál población sobrevive? Justifique.

22. Considere que la tasa de crecimiento de anticuerpos es igual a la población de virus que van apareciendo, y que la población de virus es proporcional al tiempo que hace que están en el cuerpo.

a. Plantear el modelo.

b. Cuánto vale el aumento de anticuerpos desde t=2 a t=5, sabiendo que la población inicial de virus es de 10000 y de anticuerpos es 100?

c. Los anticuerpos, podrán detener por sí solos el crecimiento de los virus?

23. Se realizó un estudio para investigar el funcionamiento del páncreas en el cuerpo humano. Al inyectar insulina en el torrente sanguíneo, ésta llega al páncreas, el cual la procesa y luego es absorbida por el bazo, para retornar al páncreas y posteriormente al torrente sanguíneo. Se puede medir la recirculación por el torrente sanguíneo y la rapidez con que se elimina la insulina (usando isótopos radioactivos). En el estudio se construyó un modelo matemático que representa la transferencia de insulina según las siguientes pautas:

Si T=concentración de insulina en el torrente sanguíneo, P=concentr. de insulina en el páncreas, B=concentr. de insulina en el bazo y CI=concentr. de insulina, se encuentra que:

1. En el torrente sanguíneo la tasa de cambio de CI disminuye porporcionalmente a T (k_T=0.2) y aumenta propor. a P (k_P=0.3).

ii. En el páncreas, la tasa de cambio de CI aumenta proporc. a T (el mismo K_T) y disminuye proporc. a P (con $k=k_P+k_B$).

iii. En el bazo, la tasa de cambio de la CI aumenta proporc. a B ($k_B=0.01$).

a. Si T(0)=100, P(0)=8 y B(0)=2, graficar el comportamiento de la CI para 10 unidades de integración, para T, P y B.

b. Cuál de las tres concentraciones crece más rápidamente?

24. La tasa de crecimiento C del costo de operación y reparación de una máquina es inversamente proporc. a su valor de recuperación o reventa S (cte.=0.5), más una constante igual a 0.2. A su vez, la tasa de crecimiento de R es proporcional a sí mismo, con una cte.=-0.1.

a. Plantee el modelo para el crecimiento C y la recuperación R.

b. Estudie la evolución de C y R a lo largo del tiempo ($C_0=1$, $R_0=2$).

c. Grafique ambas variables y analice los resultados obtenidos.

25. La tasa de variación de la compra de casas es proporcional a la suma de compra de casas C y la edificación E de las mismas, con las siguientes constantes de proporcionalidad: K_C=-12 y K_E=9. Asimismo, la tasa de variación de la edificación de casas es proporcional a la misma suma anterior, con las siguientes constantes: $K1_C$=11 y $K1_E$=-10.

a. Plantear el modelo e integrar numéricamente hasta t=3.

b. Graficar e indicar cuál será la evolución de las compras y las ventas.

26. El precio del dólar tiene el valor de P=100 en una época de estabilidad, pero debido a un cambio de gobierno comienza a aumentar. Su tasa de crecimiento aumenta proporcionalmente al tiempo con un factor de 0.05. A los 20 días, el nuevo ministro de economía intenta detener la inflación, aplicando un nuevo plan económico (otro más), de tal manera que la variable P se comporta según la ecuación siguiente:

$$\frac{dP}{dt} + 2.P^2 = 80000$$

a. Plantee el modelo y encuentre el valor de P para t=20, analíticamente.

b. Resuelva numéricamente por el método de Runge-Kutta de 2do. orden desde t=20 días en adelante.

c. Grafique P en función de t.

d. Se logra estabilizar la paridad cambiaria con este plan económico? Analice las conclusiones.

27. El flujo de información llega a un periódico a razón de 1000 noticias diferentes diarias. Un suceso de gran importancia hace aumentar el caudal de noticias durante 8 días según una tasa de crecimiento proporcional al cuadrado del tiempo, con una factor igual a 2. Luego de esos 8 días, el flujo de información que llega, pasa a comportarse de la siguiente manera:

$$\frac{dF}{dt} + 0.001.F^2 = 1210.$$

a. Plantee el modelo y encuentre el valor del flujo para t=8 analíticamente.

b. Resuelva numéricamente por el método de Euler desde t=8 en adelante y grafique desde t=0.

c. El flujo final, es igual, menor o mayor que inicialmente?

(28) Una fábrica produce 100 pares de zapatos por día. Debido a la falta de demanda, la producción disminuye a razón de 5 pares por día. Al cabo de 10 días, el gerente comercial propone una reactivación de la producción, según el modelo siguiente:

$$\frac{dz}{dt} + z^{\frac{1}{2}} = 12.$$

a. Cuál es la producción de zapatos justo antes de la reactivación?

b. Determine la evolución de la producción a partir del 10mo. día y averigüe si se alcanza un valor de estabilidad.

c. Grafique la producción de zapatos en función del tiempo desde el primer día. Comente el plan.

(29) El crecimiento del valor de las acciones del grupo Techinto debido a movimientos de la bolsa, es proporcional al tiempo, con un factor de $5x10^{-3}$. El valor de esas acciones al momento de su emisión era de \$10. Al cabo de 180 días, se produce una variación tal que el valor de las acciones se comporta según:

$$\frac{dA}{dt} + 0.01A^2 = 100,$$

con $A(0)=10$.

a. Averigüe el valor de las acciones al cabo de 180 días.

b. Resuelva numéricamente por Euler a partir de ese día.

c. Grafique a partir del día cero e interprete los resultados.

d. ¿A qué valor converge el valor de las acciones?

(30) Una malla eléctrica consta de dos subcircuitos por los que pasan intensidades de corriente I_1 e I_2 respectivamente. Las ecuaciones de evolución de estas corrientes en el tiempo son:

$$-5.I_1 - \frac{dI_1}{dt} + 2.\frac{dI_2}{dt} + 10.I_2 = 0$$

$$\frac{dI_1}{dt} + 20.I_1 + 15.I_2 = 55,$$

con $I_1=I_2=0$, para $t=0$.

Resuelva numéricamente el sistema y grafique las soluciones.

(31) Se desea llevar a cabo la reestructuración de un ministerio de la Nación, para lo cual se ha hecho un análisis del crecimiento de los trabajadores que conforman el sistema, a saber:

Grupo A; ingresan por compromisos políticos.

Grupo B: son amigos de los A.

La tasa de crecimiento del grupo A es proporcional a los encuentros de A con los políticos P, con una cte. de proporc. igual a 0.03; la tasa de despidos del personal del grupo A es proporcional ~~el aumento~~ a la cantidad de personal del grupo B (cte. de proporc. = 0.05).

La tasa de crecimiento del grupo B es proporcional a los encuentros de A con sus amigos B, con una cte. de proporc. igual 0.001; y el grupo B desaparecería exponencialmente si no estuvieran los del grupo A ~~y~~ y/ni los políticos P (cte. de proporc. = 1).

Finalmente la tasa de crecimiento de los políticos es proporcional a una constante c=0.5.

a. Plantee el modelo que representa la interacción de las poblaciones.

b. Resuelva numéricamente para 10 pasos sabiendo que: A(0)=1000, B(0)=2000 y P(0)=500.

c. ¿Cuál población crece más rápidamente? Justifique la respuesta.

d. Desarrolle el programa de simulación en lenguaje SIMON para 200 pasos de integración, que incluya salida a gráfico de los resultados y genere un reporte con un error del 0.01%.

32. En un modelo de inventarios, la tasa de crecimiento de pedidos pendientes P es igual al número de pedidos al proveedor U menos el número de entregas E. La tasa de variación del inventario I es igual al número de entregas E menos el número de ventas V. El número de entregas E es proporcional al número de pedidos pendientes, con una cte. de proporc. igual a 0.33. El número de pedidos se puede describir mediante la siguiente expresión:

$$U = V + 20 - I.$$

a. Encontrar las ecuaciones del modelo.

b. Si hasta el cuarto día, V=4, y luego se incrementa a 6, realizar una simulación numérica para 20 días, sabiendo que 5 unidades de integración son iguales a 5 días, y que I(0)=20 y P(0)=12.

c. Grafique la variación del nivel de inventarios I vs. t, y el número de pedidos pendientes P vs. t. ¿Qué comportamiento presenta I?

33. El disco duro de la computadora de uan empresa va aumentado su espacio otupado en función de la información que ingresa, según la ley siguiente:

$$\frac{d^2c}{di^2} + 2.i.\frac{dc}{di} - 4.c = 0,$$

donde c=espacio ocupado; i=información que ingresa.

Inicialmente, el espacio ocupado es el 20% y su tasa de crecimiento inicial es tal que a medida que se graba información, se ocupa el doble de espacio en disco.

a. Encontrar el espacio ocupado en el disco para i=1, integrando numéricamente.

b. Graficar y analizar la evolución del estado del disco. ¿Se llena el disco en algún momento?

34. Un perro que está en un campo corre hacia un desconocido que camina por una calle de un costado del mismo. La ecuación de la trayectoria del perro, que corre directamente hacia el desconocido es:

$$x.y'' = \frac{1 + (y')^2}{2}$$

El perro parte de (x,y)=(1,0) y el hombre de (x,y)=(0,0).

a. Aplicar el método de Runge-Kutta de 2do. orden para averiguar en qué momento alcanza el perro al individuo (es decir, para qué valor de y).

b. Graficar la trayectoria del perro.

35. Un sistema se comporta según la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 4.x - 10.sen(4.t).$$

a. Encuentre la solución numéricamente y realice los pasos necesarios que le permitan deducir qué tipo de comportamiento tiene este sistema.

b. Grafique x vs. t.

36. Se propone el siguiente modelo para estudiar el comportamiento de una población de calamares que todos los años emigran a las costas de Galveston (USA):

$$\frac{d^2C}{dt^2} = -10$$

a. Resolver numéricamente sabiendo que C=2 y C'=0, teniendo en cuenta la condición siguiente: si la población se hace negativa, suponer en ese caso que queda un individuo y tomar para la velocidad, la que se obtuvo en el último paso, pero con signo opuesto, y de allí continuar la integración.

b. Graficar e indicar si el modelo propuesto muestra oscilaciones, que es lo que se debería observar a causa de la emigración.

37. El movimiento de las acciones de la bolsa se comporta según el modelo siguiente:

$$\frac{d^2y}{dt^2} - (c-1).y + 2.y = 0$$

con c=0.01, y(0)=10, y'(0)=0.04.

a. Integrar numéricamente por el método de R-K de 2do. orden 10 pasos.

b. Graficar el resultado para (y vs t) y averiguar si las acciones subirán o bajarán respecto del valor inicial.

c. Escribir un programa en SIMON que tenga como salida una tabla de datos y un gráfico para $0 \leq t \leq 10$, con un paso h=0.01 y un error de 10^{-4}.

38. La tasa de aumento de pulgas p en el perro de José, es igual a la diferencia entre una constante igual a 650 y la población instantánea de pulgas. Si el perro tenía inicialmente, sólo una pulga,

a. Analice la evolución de la población de pulgas, numéricamente, teniendo en cuenta que una unidad de integración es igual a 10 días.

b. Al tercer día, se lava el perro con un jabón especialmente recomendado por un amigo de José, que actúa sobre las pulgas según la ecuación siguiente:

$$\frac{d^2p}{dt^2} - 100.p = -600$$

Se desea averiguar si ese amigo de José, es también amigo del perro.

c. Graficar la evolución de la población de pulgas desde el día 0.

d. Si no se lavara el perro con ese jabón, cuántas pulgas llegaría a tener el pobre perro en su cuerpo?

39. La venta de tornillos en una ferretería aumenta diariamente según una tasa de ventas que depende de $e^{0.2t}$, con una constante de proporc. igual a $\frac{1}{2}$. La demanda hace que las ventas se comporten luego de 19 días, según la ecuación siguiente:

$$\frac{d^2V}{dt^2} = -4 - 2\frac{dV}{dt}$$

Se desea averiguar cómo siguen las ventas a partir del día 19. Haga un análisis del comportamiento.