MODELOS DE POBLACION

Uno de los modelos más simple de analizar es el modelo que permite predecir el crecimiento de una población. Este tipo de modelo es plantado basándose en observar y medir los factores de que depende el crecimiento de una población. Por este motivo a estos modelos los podemos denominar modelos basados en la observación.

Por lo general se observa, que en una población relativamente pequeña, la tasa de crecimiento de la misma, es proporcional al número de individuos que la componen en un instante determinado; es decir:

$$\frac{dP}{dt} \# P \quad (1)$$

Si reemplazamos el factor de proporcionalidad por una constante nos queda:

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = K \cdot P} \quad (2)$$

Donde:

P : número de individuos
t : tiempo
dP/dt : tasa o velocidad de crecimiento
K : factor de crecimiento

y cuya solución analítica es : $P = P_0\, e^{k(t-t_0)}$

Al observar este modelo se aprecia claramente que a medida que aumenta la población, la tasa de crecimiento aumenta en forma proporcional tendiendo a infinito.

Sin embargo, en la práctica se sabe que una población no puede crecer indefinidamente ya que siempre existen presiones ambientales que limitan este crecimiento. En otras palabras toda población puede crecer hasta alcanzar un tamaño límite o máximo.

Para tener en cuenta este comportamiento, debemos modificar la ecuación (1) haciendo que el factor de proporcionalidad disminuya a medida que P crece. Un modelo simple que tiene en cuenta este hecho es suponer que el factor disminuye linealmente al crecer P, es decir:

$$A - B \cdot P \quad (3)$$

donde A y B son constante que debemos encontrar su valor.

Para encontrar el valor de A supongamos que $P = 0$, quedando $A = K$. En otras palabras, si la población es muy pequeña, A es aproximadamente igual a K, por lo tanto puede considerarse a A como el factor de crecimiento en condiciones ideales.

Para hallar el valor de B debemos suponer que el crecimiento se detuvo ya que la población alcanzó su tamaño límite L, es decir $A - B \cdot L = 0$; o bien $B = A/L$.

Reemplazando los valores de las constantes A y B en (3) y basados en la ec. (1) finalmente llegamos a la *ecuación de población límite*:

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = K \cdot \left(1 - \frac{P}{L}\right) \cdot P} \quad (4)$$

En la ecuación (4) se observa que cuando P es chico la misma se reduce a la ec. (2) ya que $P/L \approx 0$. Cuando P tiene un valor cercano a L la relación $P/L \approx 1$ haciendo que la tasa de crecimiento de la población sea $dP/dt \approx 0$.

La ecuación (4) es evidentemente una mejor descripción del crecimiento poblacional; pero para poder plantearla es necesario conocer el valor de L lo cual, por lo general, es muy difícil de estimar.

Otra forma de ver el problema es: basados en mediciones experimentales, y conociendo la ec. (4), estimar los valores de K y L de una población.

La solución analítica de la ec. (4), obtenida mediante integración directa, es:

$$P = \frac{P_0\, L}{P_0 + \left(L - P_0\right) e^{-k(t-t_0)}}$$