APUNTE DE LA MATERIA
AERONAUTICA GENERAL

CAPITULO I

EL AIRE
MEDIO DE VUELO

Córdoba, Febrero de 2002

I. EL AIRE - MEDIO DE VUELO

I.1 INTRODUCCIÓN

El aire es el medio de vuelo de los aviones. El flujo de esta mezcla de gases alrededor del avión origina las fuerzas aerodinámicas que posibilitan el vuelo.

El estudio de este flujo de aire alrededor de un cuerpo, de las fuerzas y de los momentos que crea sobre este cuerpo constituye el objeto de la Aerodinámica.

Parece lógico comenzar este curso por la definición y el estudio de las características del aire que tienen importancia desde el punto de vista aerodinámico. Por otra parte la consideración de estas características conduce naturalmente a las nociones de altimetría y de anemometría que son de interés fundamental para la Aerodinámica y la Mecánica del Vuelo, así como la utilización y pilotaje de los aviones.

Primeramente veremos las características del aire en reposo, después las del aire en movimiento y continuaremos con el estudio del flujo del aire.

I.2 EL AIRE EN REPOSO

I.2.1 PARÁMETROS DE ESTADO DEL AIRE

La primera pregunta que uno puede plantearse es evidentemente la de saber cuáles son los parámetros o magnitudes físicas interesantes desde el punto de vista aerodinámico que definen el estado del aire en reposo. *Consideramos al aire en reposo cuando su desplazamiento con respecto a la tierra es nulo*.

El aire es la mezcla de gases que rodea la tierra, se compone en volumen y proporción constante de 78 % de nitrógeno, 21 % de oxígeno y una pequeña cantidad de gases nobles; contiene además en proporción variable anhídrido carbónico, vapor de agua y polvo en suspención. *Debido a que el aire es básicamente gaseoso, su comportamiento físico es el de un fluido*.

Se define como un fluido a los líquidos y los gases cuyas moléculas se pueden mover libremente una respecto a las otras. *Los tres parámetros que definen el estado de un fluido son: densidad, presión y temperatura*.

I.2.1.1 Densidad o Masa Específica

Es sabido que, si a un cuerpo se le aplica una fuerza, el movimiento del centro de gravedad de este cuerpo sufre una aceleración en el sentido de la fuerza y que existe proporcionalidad entre la fuerza y la aceleración. El coeficiente de proporcionalidad, es decir la relación entre la fuerza y la aceleración es la masa del cuerpo.

$$\frac{F}{a} = m$$

donde :

F = Fuerza [Newton] ([N])
a = Aceleración [metro/segundo^2] ([m/s^2])
m = Masa [kilogramos] ([kg])

En particular la masa es la relación entre la fuerza de atracción terrestre sobre el cuerpo, es decir su peso (W) y la aceleración correspondiente (g) (aceleración del movimiento de caída de los cuerpos en el vacío).

$$\frac{W}{g} = m$$

donde :

W = Peso [N]
g = Aceleración de la gravedad [m/s^2]

En el caso de un fluido, el cual constituye un medio continuo, es más interesante considerar la densidad o masa específica.

Imaginemos en el seno del aire un volumen muy pequeño de aire *v*, el cual contiene una masa de aire *m*. Definimos a la densidad como la relación entre ambos.

$$\frac{m}{v} = \rho$$

donde :

v = Volumen [m³]
r = Densidad [kg/m³]

De esta forma, *la densidad es definida como la masa contenida en un volumen unitario*.

El valor promedio de la densidad del aire a nivel del mar es

$$\rho_0 = 1225 \left[kg / m^3\right]$$

donde :

r_0 = Densidad a nivel del mar [kg/m³],

más exactamente es el valor de la densidad a nivel del mar en atmósfera estándar (Ver §I.6).

Dentro de los fluidos hay algunos en el que la densidad puede variar mucho y otros en los que permanece prácticamente constante, de dice que los primeros son compresibles y los segundos incompresibles.

Por ejemplo, consideremos una masa de agua encerrada en un cilindro, el cual ajusta herméticamente un pistón; la experiencia nos demuestra que el pistón apenas se desplazará aunque la fuerza que apliquemos sea muy grande: El agua es un fluido incompresible. Si hiciéramos el mismo experimento con aire encontraríamos que el émbolo se desplazaría bastante; como la masa de aire es la misma, y el volumen ha variado la densidad habrá sufrido un cambio considerable*: El aire es un fluido muy compresible*. Esta propiedad existe para todos los gases.

Recordemos que compresibilidad significa posibilidad de variación de densidad.

Si consideramos, por analogía con el cilindro ya descripto, una columna de aire vertical desde el suelo, la fuerza sobre el pistón sería el peso del aire que tiene encima, cuanto más alto consideremos que está este pistón ficticio menos aire habrá encima, y por lo tanto menor será la densidad, y cuanto más nos acerquemos al suelo mayor será la densidad del aire.

Se concibe pues que la densidad disminuye cuando la altitud aumenta.

Observemos que este hecho es el que obliga a definir la densidad considerando un volumen pequeño.

I.2.1.2 Presión

Si consideramos un cuerpo sumergido en un gas, el movimiento de las moléculas del gas hará que varias de estas choquen contra su superficie. El resultado de la suma de estos impactos individuales sobre una superficie S del cuerpo será una fuerza F constante perpendicular a la superficie, en la que no podrán distinguirse cada uno de los impactos individuales.

Según lo anterior, la presión se puede definir como:

$$p = \frac{F}{S}$$

donde :

F = Fuerza [N]
S = Superficie[m²]
p = Presión [Pascal]

Si el cuerpo considerado anteriormente fuese infinitamente pequeño, la experiencia demuestra que la presión ejercida sobre cualquiera de sus caras sería la misma, es decir, se trata de un valor que depende sólo del punto considerado (posición del elemento infinitamente pequeño). Este tipo de presión ligada al punto se denomina presión estática. Si se considera la atmósfera, a esta presión se la llama presión ambiente y es en resumen, la fuerza por unidad de superficie ejercida en un punto por el aire que lo rodea (ver Fig. I.1).

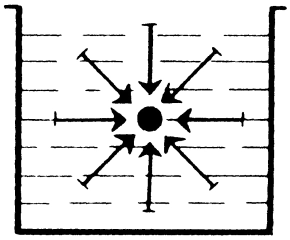


Figura I.1

UNIDADES DE PRESION

La unidad legal en la Argentina es el Sistema Internacional de Medidas (SI).

En este sistema se define que la unidad de medida de la presión es el Pascal, el cual es equivalente a 1 Newton por metro cuadrado.

$$[Pa] = \frac{[N]}{[m^2]}$$

Recordamos que un Newton es la fuerza que comunica a una masa de un kilogramo un aumento constante de velocidad de un metro por segundo por cada segundo.

El valor promedio de la presión del aire a nivel del mar es

$$p_0 = 101325\ [Pa]$$

donde :

p_0 = Presión a nivel del mar [Pa]

Otra unidad cuyo empleo fue usual en el pasado es el bar. Para presiones bajas, como la atmosférica, es común hablar de milibares. Es útil recordar que un milibar es igual a un hectopascal.

$$1\,[mb] = 1\,[hPa]$$

o lo que es lo mismo

$$0.001\,[bar] = 100\ [Pa]$$

En estas unidades el valor de la presión p_0 es: 1013.25 [hPa] ó [mb]

I.2.1.3 Temperatura

Las moléculas de los gases tienen continuamente un movimiento al azar. *A causa de este movimiento, las moléculas tienen una energía cinética, la manifestación de esta energía interna es la temperatura*. Podemos imaginarnos a la temperatura de un gas como la medida del promedio de la velocidad de las moléculas que lo componen.

En el SI la temperatura se expresa en grados Kelvin (°K). Los grados Kelvin se encuentra basado en la escala de temperatura Celsius o grados centígrados (°C), a la cual se la ha corrido el cero para que este coincida con el cero absoluto (temperatura a la cual la velocidad de las moléculas es nula). Por lo tanto la relación entre ambas escalas es:

$$[°K] = [°C] + 273.15$$

Otra unidad de medida de temperatura es la definida por el sistema de medidas ingles denominado grados Fahrenheit (°F), la cual está relacionada con la Celsius mediante la siguiente fórmula:

$$[^\circ C] = \frac{5}{9}\left([^\circ F] - 32\right)$$

A los fines prácticos, al estimar la temperatura atmosférica, muchas veces es suficiente la siguiente regla para transformar de grados Fahrenheit a grados centígrados: *a la temperatura en °F restarle 30 y al resultado dividirlo por 2*.

La letra con la cual se identifica a la temperatura es la *T*.

El valor promedio de la temperatura del aire a nivel del mar es

$$T_0 = 288.15\,[^\circ K] \quad \text{ó} \quad T_0 = 15\,[^\circ C]$$

donde :

T_0 = Temperatura a nivel del mar [°K]

I.3 GASES PERFECTOS

A las temperaturas habituales y bajo presiones no demasiado elevadas, el aire puede ser asimilado a un gas perfecto, es decir que obedece a la Ley de Mariotte y de Gay Lussac según la cual *los parámetros de estado del gas están ligados entre si por una relación llamada la ecuación de los gases perfectos o gases ideales*.

Consideremos una masa gaseosa determinada, que ocupa un volumen *V*, ejerciendo una presión *p* sobre las paredes del recipiente que lo contiene, y a una temperatura *t*.

La ecuación de los gases perfectos establece que:

$$\frac{p \cdot V}{T} = n \cdot R$$

donde :

n = número de moles (moléculas gramo)
R = Constante universal de los gases perfectos (R = 8.31 joule/mol.·°C)

I.3.1 OTRAS FORMAS DE LA ECUACIÓN DE LOS GASES PERFECTOS

En la ecuación anterior observamos que nos referimos a una masa gaseosa que ocupa un volumen *V*, se comprende que en el estudio de masas gaseosas grandes (por ej. atmosférica) esta ecuación no es la más útil, debido precisamente al valor del volumen *V*, para aplicarla habría que considerar un volumen aislado de dicha masa, por ello es más conveniente poner la ecuación en función de los parámetros definidos en §I.2.1, es decir *p, r, T* en vez de *p, V, T*, como vamos a ver:

Sean :

m = la masa total de gas que ocupa el volumen *V.*
M = el peso molecular de cada mol (molécula-gramo), o peso molecular.
n = número de moles que existen en la masa *m*.

Se verifica: $n = \frac{m}{M}$, luego la ecuación de gases perfectos vista anteriormente puede escribirse:

$$\frac{p \cdot V}{T} = \frac{m}{M} \cdot R$$

por definición de densidad $\rho = \dfrac{m}{V}$, sustituyendo $\dfrac{p}{\rho \cdot T} = \dfrac{R}{M}$ y además si llamamos *R'* a $\dfrac{R}{M}$ queda

$$\frac{p}{\rho \cdot T} = R' \quad \text{ó} \quad p = \rho \cdot R' \cdot T$$

Nótese que el peso molecular *M* es una constante que depende del tipo de gas (para el aire *M* = 28.966 g/mol) y *R* es la constante universal de los gases es, como su nombre lo indica, constante para todos los gases; por lo tanto *R'* es constante que depende del tipo de gas estudiado. Para el aire *R' = 287 [Joule/(kg x °K)]*. Por simplicidad de ahora en más a la constante del aire *R'* la llamaremos *R*.

Otra forma de la ecuación de los gases perfectos se obtiene considerando que la masa gaseosa pase de tener unos valores de presión, densidad y temperatura p_1, r_1, T_1 a tener después de una transformación ó una serie de transformaciones, los valores p_2, r_2, T_2. Se verifica para el primer estado que $\dfrac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1} = R$ y para el segundo $\dfrac{p_2}{\rho_2 \cdot T_2} = R$, ya que *R* es una constante, se verifica entonces que :

$$\frac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 \cdot T_2}$$

y en general a través de una serie de transformaciones será :

$$\frac{p_1}{\rho_1 \cdot T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 \cdot T_2} = \frac{p_3}{\rho_3 \cdot T_3} = \ldots \frac{p_n}{\rho_n \cdot T_n} = cte. = R$$

Si llamamos p_0, ρ_0 y T_0 a las condiciones del aire atmosférico a nivel del mar y en atmósfera estándar (o también llamada atmósfera tipo), se verificará para cualquier otra condición que :

$$\frac{p_0}{\rho_0 \cdot T_0} = \frac{p}{\rho \cdot T} \quad \text{ó} \quad \frac{p}{p_0} = \frac{\rho}{\rho_0} \cdot \frac{T}{T_0}$$

Recordemos que los valores de p_0, ρ_0 y T_0 son :

p_0 = 101325 [Pa], 1013.25 [hPa] ó [mb], 1 atmósfera, 29.9212 pulgada de mercurio, 760 mm de mercurio = 2116.225 [libras/pié^2]

ρ_0 = 1.225 [kg/m^3], 0.125 [UTM/m^3], 0.002377 [slug/pié^3]

T_0 = 288.15 [°K], 15 [°C], 59 [°F]

En aeronáutica es común trabajar con unidades adimensionales con el objeto de independizarse de las unidades de medida, por tal motivo se define:

Presión adimensional: $\delta = \dfrac{p}{p_0}$

Densidad adimensional: $\sigma = \dfrac{\rho}{\rho_0}$

Temperatura adimensional: $\theta = \dfrac{T}{T_0}$

Finalmente la ecuación de los gases ideales puede ser expresada en su forma adimensional, según lo visto anteriormente, de la siguiente forma:

$$\boxed{\delta = \sigma \cdot \theta} \qquad \text{(I.1)}$$

I.4 ECUACIÓN FUNDAMENTAL DE LA FLUIDOESTÁTICA

La ecuación fundamental de la fluido estática, también llamada ecuación de Laplace, nos permite conocer como varía la presión en función de la altura.

Consideremos imaginariamente en la atmósfera en reposo, un cilindro de eje vertical, sección *S* y altura infinitesimal *dh*, de manera que se pueda admitir que la densidad *r* del aire en el interior del citado cilindro sea constante (ver Fig. I.2).

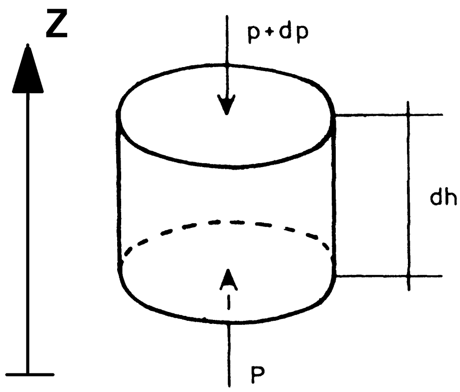


Figura I.2

Al estar este cilindro en reposo, la suma de las fuerzas que se le aplica es nula. Por razones de simetría las fuerzas horizontales (laterales) debidas a las presiones se anulan unas con otras dando resultante nula. Si ahora analizamos las fuerzas dirigidas según la vertical (la cual convenimos positivas hacia arriba), la presión *p* en la base del cilindro producirá una fuerza hacia arriba (positiva) de valor *p·S*. De igual manera, sobre la sección superior del cilindro se ejercerá una fuerza hacia abajo (negativa) de valor *(p + dp)·S* (llamamos dp a la diferencia de presión entre las caras superior e inferior del cilindro). Una tercera fuerza es el peso del aire dentro del cilindro el cual es igual al volumen por el peso específico, es decir *(S·dh) ·(r·g)*.

Debido a que el cilindro está en equilibrio, las suma de las fuerzas actuando hacia abajo deben ser iguales a la suma de las que actúan hacia arriba. Si hacemos sumatoria de fuerzas en la dirección Z tenemos:

$$\sum F_z = p \cdot S - (p + dp) \cdot S - S \cdot dh \cdot \rho \cdot g = 0 \text{, simplificando } \boxed{dp = -\rho \cdot g \cdot dh} \quad \text{(I.2)}$$

El signo negativo indica oposición entre las variaciones de *dp* y *dh*, es decir cuando una aumenta la otra disminuye, o lo que es lo mismo, *la presión disminuye al aumentar la altura*. Se puede observar también que la densidad *r* aparece en la fórmula como un factor de amplificación, es decir la variación entre *dp* y *dh* será mayor a menor altura, ya que como vimos en §I.2.1.1 la densidad disminuye al aumentar la altitud.

I.5 VELOCIDAD DEL SONIDO EN EL AIRE

Consideramos el sonido como cualquier tipo de variación de la presión del aire. Estas variaciones de presión actúan sobre el órgano auditivo humano, convirtiéndose en sensaciones que van al cerebro. El hombre sólo percibe las transformaciones de presión cuando están comprendidas en un margen de frecuencia de aproximadamente 20 a 20 000 ciclos por segundo.

La variación de presión en un lugar determinado de la atmósfera, producida por un cuerpo que se mueve en la masa de aire haciendo variar el campo de presiones, por variación de presión originadas por la voz humana, etc., se propaga desde el punto en donde tiene lugar, en todas las direcciones, con una velocidad determinada, amortiguándose su intensidad a medida que crece la distancia al punto origen de la perturbación sonora.

La velocidad con que se propagan estas variaciones de presión en el aire se denomina velocidad del sonido.

Mediante estudios teóricos (confirmados experimentalmente) basados en la velocidad de propagación de movimientos ondulatorios, y en la hipótesis (real) de que las perturbaciones de presión son lo suficientemente rápidas como para que no haya tiempo de que exista intercambio de calor, es decir, que la serie de fenómenos que ocurren son adiabáticos (el aire es un mal conductor del calor), se demuestra que la velocidad del sonido en un fluido depende de la variación de presión y densidad del mismo :

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}$$

donde :

a	=	velocidad del sonido [m/s]
dp	=	variación de presión [Pascal]
dr	=	variación de densidad [kg/m^3]

La propagación de la perturbación de presión puede interpretarse como una variación de presión dp que produce, como ya vimos en §I.2.1.1, una variación de densidad dr ; esta variación de densidad produce una nueva variación de presión y así sucesivamente el ciclo se repite.

Como ya dijimos las transformaciones de presión y densidad se pueden asumir como adiabáticas. Se demuestra que en una transformación de este tipo se verifica:

$$\frac{p}{\rho^{\gamma}} = constante$$

en donde g es una constante que depende únicamente del gas, y se denomina *coeficiente adiabático*, representando el cociente entre el calor específico del gas a presión constante y el calor específico del gas a volumen constante (c_p/c_v).

Para el aire, el valor de g es aproximadamente 1.4 .

De esta relación se extrae

$$\frac{dp}{p} = \gamma \cdot \frac{d\rho}{\rho} \quad \Rightarrow \quad \frac{dp}{d\rho} = \gamma \cdot \frac{p}{\rho}$$

por la ecuación de los gases perfectos (ver §I.3):

$$\frac{dp}{d\rho} = \gamma \cdot R \cdot T$$

Por consiguiente la velocidad del sonido puede escribirse

$$\boxed{a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}} \quad \text{(I.3)}$$

Para las condiciones a nivel del mar con el aire a 15 °C se tiene con $g = 1.4$, $R = 287$ [Joule/(kg·°K)], $T_0 = 288.15$ °K : **a = 340.34 m/s**.

Observemos que la velocidad del sonido depende solo de la temperatura.

Siendo T_0 el valor de la temperatura estándar en °K a nivel del mar, se tiene que :

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T_0} \cdot \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

el primer radicando será la velocidad de propagación del sonido a nivel del mar y atmósfera estándar, llamándolo a_0 queda:

$$\underline{a = a_0 \cdot \sqrt{\theta}} \quad \text{(I.4)}$$

$$a = 340.34 \cdot \sqrt{\theta}\ [m/s]\ ;\ a = 1225 \cdot \sqrt{\theta}\ [km/h]\ ;\ a = 660 \cdot \sqrt{\theta}\ [kts].$$

La velocidad del sonido disminuirá con la altitud.

I.6 ATMOSFERA ESTANDAR

El estado del aire varía en función de la altitud. Además a una altitud dada, el estado del aire varía según el lugar y también a través del tiempo.

Del estado del aire dependen las fuerzas aerodinámicas y la potencia de los motores y por consiguiente las características del vuelo.

Para definir estas características, para compararlas entre sí las de varios aviones y para preverlas en la etapa de proyecto se ha definido el estado del aire en cada altitud. Se ha creado de esta manera la *atmósfera estándar o atmósfera tipo internacional (ISA)* patrocinada por la OACI, la cual se encuentra basada en el informe N.A.C.A. T.R. N° 218. Esta atmósfera "estándar" es enteramente arbitraria y ficticia a pesar de estar basada en innumerables observaciones y representar las condiciones medias a 40° de latitud.

Definir una atmósfera estándar es definir el estado del aire en todas las altitudes es decir, por ejemplo, definir las dos funciones :

$$p_a = f(H) \qquad\qquad T = f(H)$$

puesto que el estado del aire depende solo de dos parámetros, con la hipótesis admitida de que el aire es un gas perfecto y seco.

a) *Definición de T = f(H)*

Esta función ha sido definida convencionalmente a partir de medidas realizadas sobre los informes de las "curvas del día" obtenidas de estudios meteorológicos.

Se establece que la temperatura en H = 0 es de + 15 °C es decir 288.15 °K y que disminuye 6.5 °C (ó °K) por cada km. de altitud hasta una altitud de 11 km (36 090 pies) a partir de la cual se considera constante con un valor de -56.5 °C. En resumen:

$$T = 288.15 - 6.5 \cdot \frac{H}{1000} \quad \text{(T en °K, } H \text{ en metros)} \qquad \text{para H} < 11000 \text{ m.}$$

$$T = 216.5\ °K = -56.5\ °C \qquad \text{para H} \geq 11000 \text{ m.}$$

b) *Definición de p_a = f(H)*

Por la ecuación fundamental de la fluidoestática (ver §I.4) sabemos que $dp = -r \cdot g \cdot dH$ proporciona una relación entre la presión y la altitud, pero esta relación contiene r.

Reemplazamos r por su expresión extraída de la ecuación de los gases ideales (ver §I.3)

$$dp = -\frac{p}{R \cdot T} \cdot g \cdot dH$$

es decir si *H* es inferior a 11 km.

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g \cdot dH}{R \cdot \left(288.15 - 6.5 \cdot \dfrac{H}{1000} \right)}$$

y si *H* es superior a 11 km.

$$\frac{dp}{p} = -\frac{g \cdot dH}{R \cdot 216.5}$$

Se tiene de esta manera una relación, bajo forma diferencial, entre la presión y la altitud. Integrando estas expresiones podemos calcular en cada altitud la presión.

Conviene evidentemente definir el valor de la presión en tierra p_0. Se elige de acuerdo al promedio de los relevamientos igual a

p_0 = 101 325 [Pa] = 1013.25 [mbar]

La integración de las ecuaciones antes mencionadas conduce a

$$\frac{p}{p_0} = d = \left(1 - \frac{0.0065 \cdot H}{288.15} \right)^{5.2561}$$ para H ≤ 11000 m.

$$\frac{p}{p_{11}} = e^{-157.69 \cdot (H - 11000) \cdot 10^{-6}}$$ para H > 11000 m.

c) Cálculo de ***r*** *= f(H)*

El cálculo de *r* a partir de *p* y *T* conduce a

$$\frac{r}{r_0} = s = \left(1 - \frac{0.0065 \cdot H}{288.15} \right)^{4.2561}$$ para H ≤ 11000 m.

$$\frac{r}{r_{11}} = e^{-157.69 \cdot (H - 11000) \cdot 10^{-6}}$$ para H > 11000 m.

siendo ρ_0 igual a 1.225 [kg/m^3].

Estas relaciones en función de la altura son normalmente representadas mediante curvas en diferentes tipos de ábacos o tabuladas como se puede ver en la tabla de la página siguiente.

En resumen, *la atmósfera estándar de la OACI se define mediante un aire ideal que se supone desprovisto de humedad, de vapor de agua y de polvo, y que obedece a la ley de los gases perfectos. Se basa en valores estándar aceptados de la densidad, temperatura y presión del aire a nivel del mar.*

Nota: En la deducción de las fórmulas anteriores, por simplicidad, se consideró la aceleración de la gravedad g constante. En las fórmulas usadas por la OACI se considera la disminución del valor de g con la altura.

I.7 ALTIMETRIA - DEFINICION DE ALTITUDES

Al estar definido el estado del aire por dos de los tres parámetros p, ρ y T, y al ser estos parámetros función de la altitud (ver §I.6), se puede pensar en medir la altitud a bordo de los aviones con ayuda de un instrumento sensible a uno de estos tres parámetros.

Esto ha conducido a la definición de tres altitudes, dependiendo del parámetro medido ; esto es : altitud de presión (Zp), altitud de temperatura (Z_θ) y altitud de densidad (Z_σ). De las tres altitudes precedentes se ha conservado la altitud de presión para la medición de la altitud en los aviones.

UNIDADES METRICAS						UNIDADES INGLESAS					
Altitud *m*	Relación de Densidad *s*	*Õs*	Relación de Presión *d*	Relación de Temperatura *q*	Velocidad del Sonido *m/s*	Altitud *pies*	Relación de Densidad *s*	*Õs*	Relación de Presión *d*	Relación de Temperatura *q*	Velocidad del Sonido *nudos*
0	1	1	1	1	340.294	0	1	1	1	1	661.48
500	0.95287	0.97615	0.94212	0.98872	338.369	1000	0.97106	0.98543	0.96439	0.99312	659.20
1000	0.90746	0.95261	0.88699	0.97744	336.434	2000	0.94277	0.97096	0.92981	0.98625	656.92
1500	0.86372	0.92937	0.83450	0.96616	334.487	3000	0.91511	0.95662	0.89624	0.97937	654.62
2000	0.82162	0.90643	0.78455	0.95488	332.529	4000	0.88808	0.94238	0.86366	0.97250	652.32
2500	0.78110	0.88380	0.73705	0.94361	330.559	5000	0.86166	0.92826	0.83204	0.96562	650.01
3000	0.74213	0.86147	0.69191	0.93233	328.578	6000	0.83585	0.91425	0.80137	0.95875	647.69
3500	0.70466	0.83944	0.64903	0.92105	326.584	8000	0.78601	0.88657	0.74277	0.94500	643.03
4000	0.66866	0.81772	0.60833	0.90977	324.579	10000	0.73847	0.85934	0.68769	0.93124	638.33
4500	0.63409	0.79630	0.56972	0.89849	322.560	12000	0.69316	0.83256	0.63597	0.91749	633.60
5000	0.60089	0.77517	0.53312	0.88721	320.529	14000	0.65001	0.80623	0.58744	0.90374	628.84
5500	0.56905	0.75435	0.49845	0.87593	318.485	16000	0.60895	0.78035	0.54196	0.88999	624.04
6000	0.53851	0.73383	0.46563	0.86465	316.428	18000	0.56990	0.75492	0.49937	0.87624	619.20
6500	0.50924	0.71361	0.43457	0.85337	314.358	20000	0.53279	0.72993	0.45953	0.86249	614.32
7000	0.48121	0.69369	0.40522	0.84210	312.273	22000	0.49757	0.70538	0.42230	0.84874	609.40
7500	0.45437	0.67407	0.37750	0.83082	310.175	24000	0.46415	0.68129	0.38756	0.83499	604.44
8000	0.42869	0.65474	0.35133	0.81954	308.063	26000	0.43248	0.65763	0.35517	0.82123	599.45
8500	0.40414	0.63572	0.32665	0.80826	305.935	28000	0.40249	0.63442	0.32500	0.80748	594.41
9000	0.38067	0.61699	0.30339	0.79698	303.793	30000	0.37411	0.61165	0.29695	0.79373	589.32
9500	0.35827	0.59855	0.28149	0.78570	301.636	32000	0.34730	0.58932	0.27088	0.77998	584.20
10000	0.33688	0.58042	0.26089	0.77442	299.463	34000	0.32197	0.56743	0.24671	0.76623	579.02
10500	0.31649	0.56258	0.24153	0.76314	297.274	36000	0.29809	0.54598	0.22431	0.75248	573.80
11000	**0.29706**	**0.54503**	**0.22335**	**0.75187**	**295.070**	**36089**	**0.29706**	**0.54503**	**0.22335**	**0.75187**	**573.57**
11500	0.27454	0.52396	0.20641	0.75187	295.070	38000	0.27099	0.52057	0.20375	0.75187	573.57
12000	0.25372	0.50371	0.19076	0.75187	295.070	40000	0.24615	0.49614	0.18507	0.75187	573.57
12500	0.23448	0.48424	0.17630	0.75187	295.070	42000	0.22359	0.47286	0.16811	0.75187	573.57
13000	0.21671	0.46552	0.16293	0.75187	295.070	44000	0.20310	0.45067	0.15270	0.75187	573.57
13500	0.20028	0.44752	0.15058	0.75187	295.070	46000	0.18449	0.42952	0.13871	0.75187	573.57
14000	0.18509	0.43022	0.13916	0.75187	295.070	48000	0.16758	0.40936	0.12600	0.75187	573.57
14500	0.17106	0.41359	0.12861	0.75187	295.070	50000	0.15222	0.39015	0.11445	0.75187	573.57
15000	0.15809	0.39761	0.11886	0.75187	295.070	52000	0.13827	0.37184	0.10396	0.75187	573.57
15500	0.14610	0.38224	0.10985	0.75187	295.070	54000	0.12560	0.35439	0.09443	0.75187	573.57
16000	0.13503	0.36746	0.10152	0.75187	295.070	56000	0.11408	0.33776	0.08578	0.75187	573.57
16500	0.12479	0.35326	0.09382	0.75187	295.070	58000	0.10363	0.32191	0.07791	0.75187	573.57
17000	0.11533	0.33960	0.08671	0.75187	295.070	60000	0.09413	0.30681	0.07077	0.75187	573.57
17500	0.10658	0.32647	0.08014	0.75187	295.070	62000	0.08550	0.29241	0.06429	0.75187	573.57
18000	0.09850	0.31385	0.07406	0.75187	295.070	64000	0.07767	0.27869	0.05839	0.75187	573.57
18500	0.09104	0.30172	0.06845	0.75187	295.070	66000	0.07122	0.26688	0.05358	0.75227	573.73
19000	0.08413	0.29006	0.06326	0.75187	295.070	68000	0.06457	0.25410	0.04871	0.75439	574.53
19500	0.07775	0.27885	0.05846	0.75187	295.070	70000	0.05855	0.24196	0.04429	0.75650	575.34

p_0 = 101325 [Pa], ρ_0 = 1.225 [kg/m^3], T_0 = 288.15 [°k] = 15 [°C]

TABLA DE ATMOSFERA ESTANDAR INTERNACIONAL (I.S.A.)

El instrumento de a bordo utilizado para medir altura, es decir el altímetro, es un barómetro que en lugar de señalar presiones está graduado para que indique altitudes según la ley de atmósfera estándar $p = f(H)$, definida en §I.6

I.7.1 REGLAJES ALTIMÉTRICOS

El altímetro, como acabamos de ver, indicará pues una altitud de presión.

En general, la atmósfera real en el momento de un vuelo será más o menos diferente a la atmósfera estándar y la altitud de presión será más o menos diferente a la altitud real. Las diferencias pueden alcanzar varios centenares de metros y son incompatibles con ciertas maniobras de vuelo (aterrizajes…) o con la seguridad (vuelo con obstáculos en IFR, anticolisión…). Es por eso que se procede a efectuar reglajes altimétricos.

El altímetro está concebido de tal manera que un botón de reglaje situado sobre el instrumento y a disposición del piloto permite cambiar la presión de referencia a la cual el altímetro indicará altura cero. Por ejemplo, si colocamos 1000 mb en la ventanilla de Kollsman (ventanilla indicadora), el altímetro indicará cero cuando la presión ambiente que mide sea de 1000 mb. A la escala de las altitudes se la ha desplazado el cero siguiendo la curva de presiones de la atmósfera estándar.

Existen diferentes tipos de reglajes altimétricos, los cuales son usados para diferentes fines. Los mismos llevan una designación que proviene del “Código Q” de las telecomunicaciones aeronáuticas. Los más usados son:

- **Reglaje QNE**

  Presión fijada: 1013 mb ó 29.92 pulgadas de mercurio.

  Es en suma la ausencia de reglaje. El altímetro proporciona las altitudes de presión tal cual están definidas en la tabla de atmósfera estándar. Este reglaje se adopta de manera universal en la navegación aérea. Las indicaciones de cotas en pies divididas por cien se denominan: *niveles de vuelo*. Por ejemplo la altitud de presión de 10000 pies es el nivel 100, 25000 pies es el nivel 250. Este reglaje le permite a los servicios de control evitar colisiones en vuelo asignando a las aeronaves diferentes niveles de vuelo, y esto se logra gracias a que todas tienen sus altímetros reglados a una misma presión de referencia.

- **Reglaje QFE**

  La presión de referencia colocada es la que reina en tierra sobre el aeródromo del cual el avión despega o al cual el avión se aproxima para aterrizar.

  Este reglaje se adopta, principalmente, para procedimientos de despegue y aterrizaje. Cuando el avión está en tierra el altímetro indicará cero. De tal forma el piloto conoce de la manera más precisa posible su altura con relación a la pista durante estos procedimientos, lo cual es muy importante particularmente en aproximación sin visibilidad.

  Si la aeronave está en la pista, al colocar el altímetro en cero, la presión leída en la ventanilla es directamente la correspondiente al reglaje QFE y viceversa.

- **Reglaje QNH**

  La presión fijada como referencia es la que reina al nivel del mar en un lugar dado siguiendo la variación de la atmósfera estándar. Es una presión tal que un altímetro ubicado en la pista indicará la altitud geográfica de la misma. En otras palabras, si la aeronave está sobre la pista, al colocar en el altímetro la altitud de la pista leída de las cartas de navegación, la presión que aparecerá indicada en la ventanilla es la correspondiente al reglaje QNH.

  Este reglaje es el usado en forma estándar para despegues y aterrizajes desde aeródromos controlados. El QNH además se utiliza para conocer el margen de seguridad al sobrevolar obstáculos o picos cuya elevación con relación al nivel del mar es conocida.

I.8 ERRORES ALTIMETRICOS

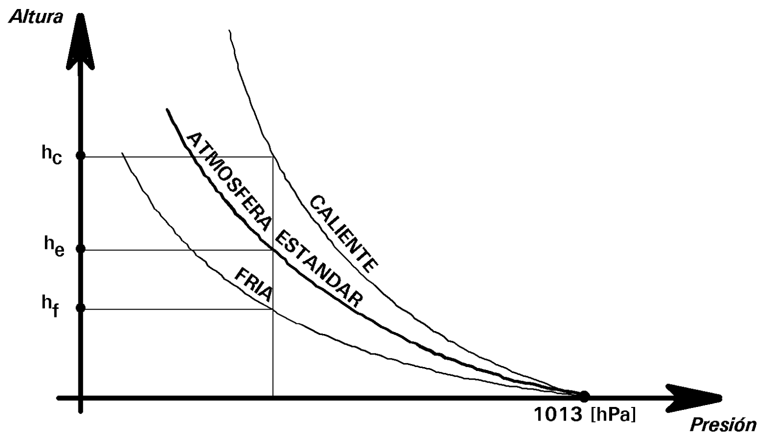
Los errores en la medida de la altitud pueden ser de tres tipos:

a) Error de instrumento, que es en general pequeño.

b) Error de posición, o estático, que proviene de que la presión detectada no es la estática, sino otra diferente por estar perturbada por el movimiento del avión.

c) Error debido a que la atmósfera no es la atmósfera estándar, y el instrumento está calibrado de acuerdo a ella.

En la siguiente figura se representa la variación de la altitud con la presión para la atmósfera estándar y vemos que si existe una presión *p* el altímetro al estar reglado con la atmósfera estándar marcará la altitud h_e



Supongamos que la temperatura sea menor que la temperatura estándar (atmósfera fría), entonces por la ecuación de los gases perfectos (ver §I.3):

$$\rho = \frac{p}{R \cdot T}$$

la densidad que tiene el aire será superior a la que tendría la atmósfera estándar con esa presión, y por la ecuación fundamental de la fluidoestática (ver §I.4) la variación de la altura con la presión

$$\frac{dh}{dp} = -\frac{1}{\rho \cdot g}$$

será menor que la de la atmósfera estándar al tener *r* un valor mayor.

La curva que representa la atmósfera fría, va por debajo de la atmósfera estándar, y *el altímetro marca una altura h_e superior a la real h_f*, lo cual puede ser peligroso, si no se tiene en consideración.

Razonando en forma análoga, veríamos que con temperatura superior a la estándar, la curva de la atmósfera caliente iría por encima, y que marcaría una altura h_e inferior a la real h_c.

Recordemos que

ATMOSFERA FRIA → **PELIGRO**

Con una buena aproximación el error sobre la altitud es de 0.4% por grado de diferencia

I.9 NUMERO DE MACH

El estudio del vuelo de las aeronaves a grandes velocidades ha conducido a relacionar la velocidad del avión en relación al aire con respecto a la velocidad del sonido a la altitud de vuelo. Esta relación es el número de Mach (*M*).

$$M = \frac{V}{a}$$

siendo :

V : Velocidad de la corriente libre del aire (Velocidad verdadera del avión TAS)
a : Velocidad del sonido a la altitud de vuelo

Como se puede ver, el número de Mach no es otra cosa que la velocidad de vuelo expresada en forma adimensional.

Obsérvese también que a una misma velocidad de vuelo, pueden corresponder diferentes Mach, basta para ello que varíe la temperatura.

El mayor interés en definir y conocer el número de Mach de vuelo es que los efectos de compresibilidad, y por lo tanto el comportamiento de la aeronave en vuelo, están asociados no a la velocidad de vuelo sino a la relación entre ésta y la velocidad del sonido, es decir el Mach.

Cuando el número de Mach es inferior a 1 se dice que el flujo o el vuelo son subsónicos, si es igual a 1 son sónicos y si es superior a 1 son supersónicos.

Despejando $V = a \cdot M$, sustituyendo el valor de *a* de la ecuación I.4:

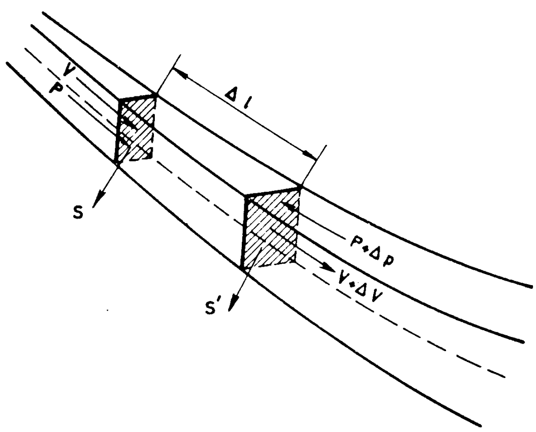
$$V = a_0 \cdot M \cdot \sqrt{\theta}$$

I.10 EL AIRE EN MOVIMIENTO

Hasta ahora hemos analizado las propiedades del aire en reposo, básicamente estudiamos cómo están relacionados entre ellos los parámetros característicos densidad, presión y temperatura y su variación con la altura.

En este capítulo analizaremos el comportamiento del aire en movimiento con relación a un cuerpo sumergido en el flujo. Supondremos que este movimiento es *uniforme*, es decir que en cada punto geométrico del espacio fijo en relación al cuerpo, el vector velocidad del aire en relación al cuerpo en el momento de su pasaje por ese punto, tiene una intensidad y una dirección independiente del tiempo.

Ahora bien, si consideramos un fluido, compresible o no, en movimiento; cada partícula tendrá una trayectoria determinada; si consideramos un tubo formado por esas trayectorias o líneas de corriente, y nos fijamos en lo que ocurre dentro del tubo (ver la siguiente figura): podremos deducir el *teorema de Bernoulli*.



Aislamos una longitud del tubo (la cual puede ser tan pequeña como queramos); sea esta longitud Dl ó dl y sean S y S' las superficies del tubo en los extremos, y V y $V + DV$ (ó $V + dV$), las velocidades correspondientes a esas secciones.

Las fuerzas que actúan sobre esa masa, tomando como sentido positivo hacia la derecha (sentido de la velocidad), serán:

$$F = p \cdot S - (p + dp) \cdot S'$$

La longitud del tubo dl la podemos hacer tan pequeña como queramos, luego la haremos tan pequeña como sea necesario para que se pueda considerar que las secciones S y S' son iguales, quedará entonces:

$$F = p \cdot S - (p + dp) \cdot S = -dp \cdot S$$

El volumen que ocupa la masa en movimiento que estamos considerando, si S es igual a S', será el volumen de un prisma $Vol = S \cdot dl$ y la masa será

$$m = \rho \cdot S \cdot dl$$

La aceleración a que está sometida esa masa, por definición de aceleración será:

$$a = \frac{dV}{dt}$$

Sustituyendo los valores hallados en la ecuación fundamental de la dinámica o Segunda Ley de Newton

$$\text{Fuerza} = \text{masa} \cdot \text{aceleración}$$

$$-dp \cdot S = \rho \cdot S \cdot dl \cdot \frac{dV}{dt}$$

quedará dividiendo por S y teniendo en cuenta que por definición $\frac{dl}{dt} = V$:

$$\boxed{dp + \rho \cdot V \cdot dV = 0} \quad \text{(I.5)}$$

Esta es la expresión del teorema de Bernoulli en forma diferencial ; en ella existen tres variables relacionadas p, r y V.

<u>*Consecuencias*</u>

A lo largo de una red fluida, las variaciones de velocidad están ligadas a variaciones de los parámetros que definen el estado del aire.

En particular la presión y la velocidad varían en sentido inverso uno del otro.

Esta es la profunda razón por la cual los aviones pueden volar. La presencia del ala en el flujo y su forma provocan variaciones de velocidades del aire alrededor del ala y por consiguiente variaciones de presiones que producen fuerzas aerodinámicas cuya resultante "sustenta" al avión.

<u>*Observaciones*</u>

- La demostración anterior ha sido simplificada en vista de una buena comprensión del origen de la relación fundamental. Esta última expresa la conservación de la energía a lo largo de la red fluida.

- La ecuación anterior es evidentemente inválida si hay un aporte exterior de energía (por ejemplo: pasaje de la línea de corriente a través de una hélice).
- Al haber estado supuestamente horizontal el tubo de corriente, no se ha tenido en cuenta el peso de la masa de aire interior de la franja. Esta hipótesis se mantiene para las relaciones de Bernoulli, Saint-Venant y Lord Rayleight que resultan de la ecuación obtenida, las que serán objeto de los próximos párrafos y que sirven para medir las velocidades de los aviones. De hecho el error debido a esta omisión es prácticamente despreciable en razón de la magnitud de esta fuerza frente a las resultantes.
- Se observará la similitud entre

  la ecuación del aire en reposo (ver §I.4) : $dp = -\rho \cdot g \cdot dh$

  y la ecuación del aire en movimiento : $dp = -\rho \cdot V \cdot dV$.

I.11 CASO DE INCOMPRESIBLE. ECUACION DE BERNOULLI

De las tres variables que existían en la ecuación I.5, al considerar la densidad constante, quedan reducidas a dos p y V la ecuación diferencial es fácil de integrar resultando:

$$\boxed{p + \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 = cte} \quad \text{(I.6)}$$

que es la expresión más conocida del teorema de Bernoulli, y será válida para un fluido en el que r = cte. ó bien para el aire a bajos números de Mach, aunque en este caso existirá un pequeño error.

Ella expresa que en un punto cualquiera de un fluido en movimiento, la suma de la presión en ese punto más la mitad del producto de la densidad por el cuadrado de la velocidad, es constante, esto es, sería igual a la suma de esos mismos sumandos con los valores que existían en otro punto. Si son p_1, V_1, r_1 la presión, velocidad y densidad en el punto 1 y p_2, V_2, r_2 en el punto 2, etc. se verificará :

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 \cdot V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_2 \cdot V_2^2 = p_3 + \frac{1}{2}\rho_3 \cdot V_3^2 = cte$$

Es especialmente interesante el caso en que en uno de los puntos considerados no exista velocidad, es decir, sea un punto de remanso ; la presión que existe en él se denomina presión total p_t y en general la presión que existe en un punto de velocidad V distinta de cero, la denominaremos presión estática p_s, aplicando el teorema de Bernoulli a dos puntos del fluido, uno de los cuales sea el que tiene velocidad nula será :

$$p_t + 0 = p_s + \frac{1}{2}\rho \cdot V^2$$

$$\boxed{p_t = p_s + \frac{1}{2}\rho \cdot V^2} \quad \text{(I.7)}$$

Al término $½ r \cdot V^2$ que tiene las dimensiones de una presión se la denomina presión dinámica ; la fórmula I.7 expresa que :

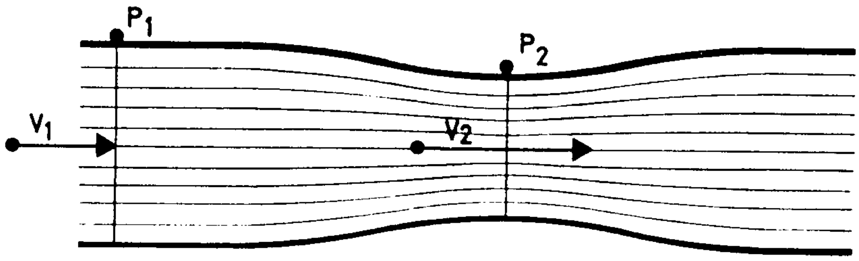
La presión total, también llamada presión de impacto, es igual a la suma de la presión estática más la dinámica.

La ecuación I.7 podemos ponerla así :

$$p_t - p_s = \frac{1}{2}\rho \cdot V^2 \quad \text{(I.8)}$$

De donde se deduce que midiendo la diferencia p_t - p_s, tenemos el producto $\frac{1}{2} r \cdot V^2$. El anemómetro (velocímetro) está basado en esta medida.

Es interesante observar que en un tubo como el de la figura siguiente, por el que circula un fluido incompresible al aplicar el teorema de Bernoulli en los puntos 1, 2, resulta



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho_1 \cdot V_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho_2 \cdot V_2^2$$

Es evidente que en V_2 la velocidad debe ser mayor que en V_1 luego para que se conserve la igualdad, la presión p_2 debe ser menor que la p_1 : *Al aumentar la velocidad disminuye la presión*, este fenómeno se conoce con el nombre de efecto Venturi.

I.12 CASO DEL COMPRESIBLE. ECUACIONES DE SAINT-VENANT Y RAYLEIGHT

I.12.1 Caso del flujo subsónico

Para el aire a altos números de Mach, por encima de 0.5 ó 0.6, no se puede considerar la densidad constante, ya que el error que se cometería sería grande, y entonces nos encontramos con que la ecuación I.5

$$dp + \rho \cdot V \cdot dV = 0$$

tiene tres variables, y no es posible integrarla a menos que dispongamos de otra relación entre ellas.

Si consideramos que el aire es un conductor y un radiador muy malo del calor, y que las transformaciones ocurren muy rápidamente, podemos considerar que no hay intercambio de calor entre las diferentes regiones, es decir, que el fenómeno es adiabático y por tanto se verificará la ley del proceso adiabático :

$$\frac{p}{\rho^\gamma} = cte.$$

utilizando esta ecuación y la I.5 podemos realizar la integración y obtener :

$$\frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2} \cdot V^2 = cte. \qquad \text{(I.9)}$$

que es la expresión del teorema de Bernoulli para fluidos compresibles.

Si aplicamos la ecuación I.9 entre un punto de una línea de corriente donde existía una velocidad V y una presión p_s, y otro donde la velocidad sea cero, punto de remanso, se obtiene :

$$\frac{g}{g-1} \cdot \frac{p_t}{r_t} = \frac{g}{g-1} \cdot \frac{p_s}{r} + \frac{1}{2} \cdot V^2 \qquad \text{(I.10)}$$

Esta ecuación representa la relación buscada entre los parámetros de estado del aire y la velocidad. En vista de la medición de las velocidades y por analogía con la ecuación de Bernoulli, se puede buscar cual es la relación existente entre la presión dinámica p_t - p_s y la velocidad. Es así que operando sobre la ecuación I.10 se llega a :

$$\boxed{p_t - p_s = p_s \cdot \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2 \cdot \gamma} \cdot \frac{\rho}{p_s} \cdot V^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right]} \quad \text{(I.11)}$$

Esta ecuación es conocida como la *ecuación de Saint-Venant*.

Teniendo en cuenta que la velocidad del sonido puede ser expresada según la ecuación I.3

$$a = \sqrt{\gamma \cdot R \cdot T}$$

la ecuación I.11 puede escribirse

$$\frac{p_t - p_s}{p_s} = \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}} - 1 \right] \qquad \text{ó} \qquad \frac{p_t}{p_s} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot M^2 \right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}$$

Esta relación se utiliza para calcular o medir el número de Mach.

Observaciones

- La relación I.11ha sido hallada recurriendo solo a las dos ecuaciones fundamentales

$$dp + \rho \cdot V \cdot dV = 0 \qquad \text{y} \qquad \frac{p}{\rho^{\gamma}} = cte.$$

Físicamente expresa la conservación de la energía en el tubo de corriente.

- En régimen incompresible la presión dinámica es función de la velocidad y de la densidad :

$$p_t - p_s = f\left(\rho, V^2\right)$$

En régimen compresible la presión dinámica es función de la velocidad, de la densidad y de la presión estática o presión ambiente:

$$p_t - p_s = f\left(p_s, \rho, V^2\right)$$

- La ecuación de Bernoulli es un caso particular (ρ = cte) de la ecuación de Saint-Venant que es general en subsónico. Se piensa pues que estas dos ecuaciones deberían ser equivalentes en las bajas velocidades. Si bien tienen formas tan diferentes que esto no parece evidente.

Un cálculo realizado a partir del desarrollo en serie de la expresión I.11 demuestra que ésta puede colocarse bajo la forma:

$$p_t - p_s = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2 \left(1 + \frac{M^2}{4} + \frac{M^4}{40} + \cdots \right)$$

En la ecuación de Saint-Venant colocada bajo esta forma, se observa que cuando M tiende a cero es equivalente a la ecuación de Bernoulli.

El error cometido al utilizar la ecuación de Bernoulli será superior al 1% cuando $M > 0.2$. Con $M = 1$, el error es de aproximadamente el 25%.

- El número de Mach es función solo de la relación entre la presión dinámica y la presión estática o entre la presión de impacto y la presión estática.

$$M = f\left(\frac{p_t - p_s}{p_s}\right) \qquad \text{ó} \qquad M = f\left(\frac{p_t}{p_s}\right)$$

- Las ecuaciones de Bernoulli y Saint-Venant demuestran que para una velocidad avión/aire dada, la presión de impacto es función solo de las condiciones en el infinito es decir de ρ y p_s.

  De esto resulta que:

Para una velocidad avión/aire dada la presión de impacto es constante a lo largo de una corriente de aire en flujo incompresible o compresible subsónico.

I.12.2 CASO DEL FLUJO SUPERSONICO

En este caso la velocidad del aire con relación al avión es supersónica en el infinito.

En la cavidad del tubo Pitot esta es evidentemente nula.

Existe pues, en alguna parte por delante del Pitot, pasaje del régimen supersónico al subsónico. Este pasaje se efectúa de manera discontinua a través de una superficie plana perpendicular al flujo que se denomina onda de choque recta.

A través de esta onda de choque la velocidad y los parámetros de estado del aire soportan discontinuidades. En particular la presión en el Pitot, que se encuentra pues necesariamente en la parte corriente abajo de la onda, no es la que se podría calcular realizando como anteriormente la hipótesis de transformaciones isentrópicas a lo largo de la red fluida. Esto corresponde al hecho de que los fenómenos en la onda de choque no son reversibles (no hay una onda de choque para pasar de subsónico a supersónico), correspondiendo a una degradación de la energía.

En este caso la presión isentrópica no puede tener existencia material. Solamente se la puede calcular. Unicamente la presión de impacto en el Pitot tiene una existencia física y puede ser medida.

Midiendo la presión de impacto en el Pitot y haciendo las transformaciones necesarias para obtener las condiciones delante de la onda de choque es posible conocer la presión dinámica. La ecuación que permite realizar esta transformación es conocida como la *ecuación de Lord Rayleigh*, siendo:

$$\boxed{p_t - p_s = p_s \cdot \left[\left(\frac{\gamma+1}{2\cdot\gamma}\cdot\frac{\rho\cdot V^2}{p_s}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left(\frac{\gamma+1}{2\cdot\frac{\rho\cdot V^2}{p_s} - (\gamma-1)}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1\right]}$$

Esta ecuación también puede ser expresada en función del número de Mach de la siguiente forma:

$$\frac{p_t - p_s}{p_s} = \left(\frac{\gamma+1}{2}\cdot M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left(\frac{\gamma+1}{2\cdot\gamma\cdot M^2 - (\gamma-1)}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1$$

Se observará que en supersónico se tiene también

$$p_t - p_s = f\left(p_s,\, \rho,\, V^2\right)$$

y

$$M = f\left(\frac{p_t - p_s}{p_s}\right) \qquad \text{ó} \qquad M = f\left(\frac{p_t}{p_s}\right)$$

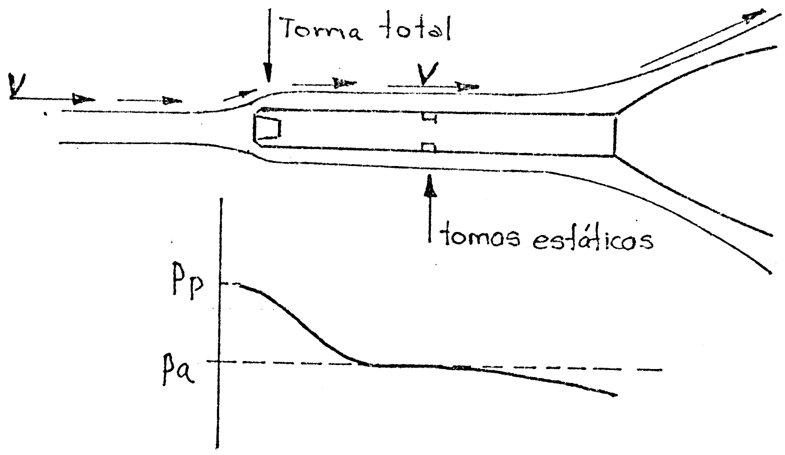
relación que se utiliza para calcular o medir el número de Mach.

I.13 ANEMOMETRIA

I.13.1 ANTENA ANEMOMETRICA

La medición de la velocidad a bordo de los aviones se efectúa midiendo la presión dinámica y utilizando las relaciones que acabamos de ver.

La presión dinámica se obtiene gracias a una sonda que se denomina antena anemométrica. Los diferentes tipos de antenas tienen aproximadamente la misma forma. Se trata de un tubo “Pitot” es decir que posee hacia adelante una cavidad en donde el flujo está detenido y en donde reina la presión de impacto p_t. Esta cavidad se denomina comúnmente: toma de presión total o incluso más simplemente “total”. Además sobre las paredes del tubo a una cierta distancia del extremo, se encuentran orificios comúnmente denominados: Tomas de presión estática o incluso más simplemente “estáticas”.

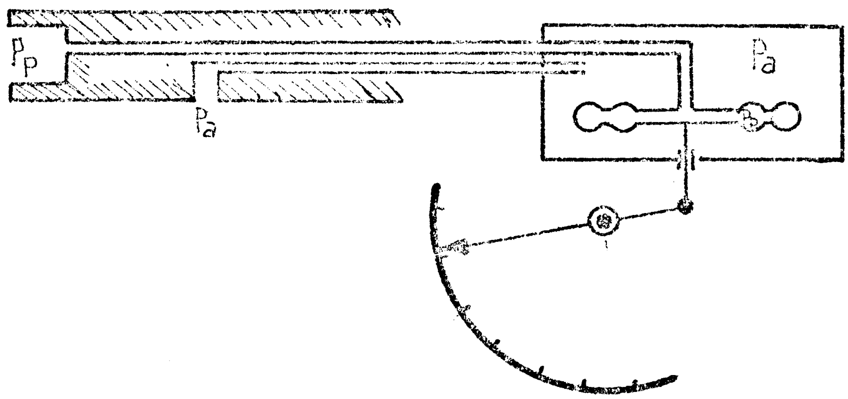


La toma de presión estática sirve también para la medición de altura (ver §I.7).

Las tomas de total y estática pueden no encontrarse sobre la misma antena. A menudo se utiliza el fuselaje del avión como antena y se dispone allí las tomas de presión estática (simétricamente a ambos lados del fuselaje para disminuir el efecto de derrape). La presión de impacto es entonces medida por un pequeño tubo Pitot corto colocado sobre la pared del fuselaje.

I.13.2 EL ANEMOMETRO

La velocidad es indicada a bordo de los aviones por un instrumento denominado anemómetro. El anemómetro es un manómetro (es decir un instrumento que mide una diferencia de presión), el que está conectado como lo indica la figura a las tomas de presión de la antena anemométrica, siendo por ende sensible a la presión dinámica.



I.13.3 LAS DIFERENTES VELOCIDADES

I.13.3.1 VELOCIDAD VERDADERA (TAS)

La *velocidad verdadera o TAS (True Airspeed)* es la velocidad *V* del avión en relación con el aire tal como lo hemos visto hasta aquí. Es la derivada respecto del tiempo del espacio recorrido con relación al aire.

Esta velocidad es la usada para definir el número de Mach : $M = \dfrac{V_{TAS}}{a}$

En navegación se distingue la *velocidad respecto del suelo o GS (Ground Speed)* que es la suma vectorial de la componente horizontal de la TAS y de la velocidad horizontal del viento.

I.13.3.2 VELOCIDAD EQUIVALENTE (EAS)

Acabamos de ver que el anemómetro es un manómetro que mide la presión dinámica. Sería pues normal graduar el cuadrante de este instrumento en milibares. Al no ser cómoda una graduación en unidades de presión para conocer velocidades, se ha buscado “transformar” las presiones en unidades de velocidad.

Históricamente en los primeros aviones volando en régimen incompresible se ha utilizado la ecuación de Bernoulli que permite esta transformación puesto que es una relación entre la presión dinámica y *V*:

$$p_t - p_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V^2$$

***Nota** : p_s se ha reemplazado por p_a (presión atmosférica), ya que si se quiere medir velocidad de vuelo la presión estática que se debe medir es la correspondiente a la atmosférica.*

Pero se presenta una dificultad a causa de la existencia de r en esta relación. Hubieran sido necesarias tantas graduaciones en velocidad como valores de r; es decir muchas de ellas.

Se ha evitado esta dificultad realizando nada más que una sola graduación correspondiente a $r = r_0$ (densidad del aire en atmósfera estándar a nivel del mar).

Pero entonces es evidente que, en estas condiciones, el anemómetro no indicará nunca la velocidad verdadera del avión salvo muy excepcionalmente cuando vuela en aire cuya densidad es r_0 (lo que tendrá lugar solo a baja altitud).

Se ha convenido en denominar a esta falsa velocidad indicada por el anemómetro (y suponiendo que el instrumento y la instalación anemométrica son perfectos) : *velocidad equivalente o EAS (Equivalent Airspeed).*

Según esta convención se tiene por consiguiente :

$$p_t - p_a = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot V_{TAS}^2 = \frac{1}{2} \cdot \rho_0 \cdot V_{EAS}^2 \qquad \text{(I.12)}$$

De esto se deduce que :

$$V_{EAS} = V_{TAS} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{\rho_0}}$$

es decir, expresado de otra manera :

$$EAS = TAS \cdot \sqrt{\sigma} \qquad \text{(I.13)}$$

Esta última ecuación constituye la definición de velocidad equivalente.

Demuestra que la diferencia entre EAS y TAS es tanto más grande en cuanto más baja sea la densidad es decir que esta diferencia aumenta con la altura.

Por ejemplo, en atmósfera estándar se tiene:

a H = 7020 ft = 2140 m	σ = 0.81	$\sqrt{\sigma}$ = 0.9	Diferencia = 10 %
a H = 30970 ft = 9440 m	σ = 0.36	$\sqrt{\sigma}$ = 0.6	Diferencia = 40 %

En general y siempre por encima de una pequeña altitud, la velocidad verdadera es superior a la velocidad equivalente. La diferencia, como acabamos de ver, está lejos de ser despreciable.

Esta manera de graduar el anemómetro no es molesta para el pilotaje; es incluso favorable desde este punto de vista ya que, como veremos, las fuerzas aerodinámicas son función de $\frac{1}{2} r \cdot V^2$ y no solo de V. Será pues conveniente proporcionarle al piloto un indicador de presión dinámica. Ahora bien, la velocidad equivalente desempeña bien este papel puesto que, como vimos en la ecuación (I.12), su cuadrado multiplicado por la constante $\frac{1}{2} r$ es justamente la presión dinámica.

Por lo contrario, al realizar una navegación es necesario saber la velocidad del avión respecto del suelo (GS), por lo tanto es indispensable conocer la velocidad verdadera (además obviamente de la del viento) realizando el siguiente cálculo:

$$TAS = \frac{EAS}{\sqrt{\sigma}}$$

Con la llegada del sistema de navegación GPS (Global Positioning System) este cálculo se hace innecesario ya que la velocidad indicada por este instrumento es directamente la velocidad respecto del suelo GS.

Observación

En razón de la definición de velocidad equivalente usada en los primeros anemómetros (ec. I.12), la misma es válida sólo en la medida en que la ecuación de Bernoulli lo es, es decir en el dominio de lo incompresible. Esto significa que el número de Mach debe ser lo suficientemente pequeño para que no existan efectos de compresibilidad. Mach pequeño es sinónimo de baja velocidad y baja altura, ya que como vimos en EAS la disminución de s provoca un aumento de TAS (usado en la definición de Mach en §I.9) y por otra parte la velocidad del sonido disminuye con la altura según $\sqrt{\theta}$. La velocidad equivalente tenía pues su importancia para los aviones de las primeras épocas que no volaban ni muy rápido ni muy alto.

Sin embargo nada prohibe usar la definición general de velocidad equivalente calculándola a partir de TAS y s (ec. I.13) ya sea en el dominio incompresible, compresible o incluso en supersónico. Esto puede tener interés para los estudios de mecánica del vuelo puesto que hemos visto que EAS es representativo de la presión dinámica $\frac{1}{2} r \cdot V^2$.

I.13.3.3 VELOCIDAD CALIBRADA (CAS)

Cuando los aviones comenzaron a volar a velocidades mayores correspondiente al dominio compresible, la noción simple de velocidad equivalente no fue más válida. Era necesario utilizar evidentemente, no la ecuación de Bernoulli sino la de Saint-Venant.

Para pasar de la presión dinámica a la velocidad, es decir para graduar el anemómetro, la dificultad se hizo mayor en compresible puesto que en la relación de Saint-Venant (ec. I.11) aparece no solo r sino también p_a.

Se ha superado la dificultad operando de la misma manera que para EAS. Al igual que en la relación de Bernoulli en la que para obtener la presión dinámica

$$p_t - p_a = f(\rho, V^2)$$

se ha reemplazado *r* por *r₀* y *V* por una velocidad EAS, en la ecuación de Saint-Venant en el que la presión dinámica se obtiene a partir de

$$p_t - p_a = f(p_a, \rho, V^2)$$

se ha reemplazado la presión atmosférica p_a por p_0 (presión a nivel del mar en atmósfera estándar), *r* por r_0 y *V* por una velocidad denominada *velocidad calibrada o CAS (Calibrated Airspeed)* definida por :

$$p_t - p_a = f(p_0, r_0, CAS^2)$$

De esta manera la velocidad calibrada CAS está definida por la relación:

$$\boxed{p_t - p_a = p_0 \cdot \left[\left(1 + \frac{\gamma - 1}{2\cdot\gamma}\cdot\frac{\rho_0}{p_0}\cdot CAS^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} - 1\right]}$$

En supersónico CAS está definida de la misma manera a partir de la ecuación de Reyleigh, es decir por :

$$\boxed{p_t - p_a = p_0 \cdot \left[\left(\frac{\gamma + 1}{2\cdot\gamma}\cdot\frac{\rho_0 \cdot CAS^2}{p_0}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \left(\frac{\gamma + 1}{2\cdot\frac{\rho_0\cdot CAS^2}{p_0} - (\gamma - 1)}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} - 1\right]}$$

Es evidente que a muy bajas velocidades EAS y CAS se confunden (como hemos visto en las observaciones de §I.12.1). EAS es un caso particular de CAS cuya validez es absolutamente general.

Por esto la noción de EAS está en la actualidad abandonada en anemometría. La definición de CAS dada más arriba es incompleta ya que quedan por determinar en qué condiciones se pasa de la relación de Saint-Venant a la de Rayleigh.

El pasaje de subsónico a supersónico se realiza a una velocidad verdadera TAS que depende de la altitud puesto que la velocidad del sonido varía con la altura como $\sqrt{\theta}$. Lo mismo se puede decir de CAS que también depende de la altitud.

Sin embargo para $M = 1$ el valor de la relación $\dfrac{p_t - p_a}{p_a}$ permanece constante. Cuando la altitud aumenta, p_a disminuye y p_t - p_a (que es la imagen de CAS) disminuye de manera que la relación es constante.

Sería necesario pues que para los vuelos supersónicos, el anemómetro tuviera una graduación que fuera función de la altitud.

Para evitar esta dificultad se ha convenido que el anemómetro fuera graduado según la ley de Saint-Venant hasta CAS = 660 Kts, velocidad que corresponde a M = 1 a H = 0 en atmósfera estándar y según la ley de Rayleight más allá de esta CAS.

Finalmente se ve que por definición de EAS y CAS son tales que a H = 0 y en atmósfera estándar:

- **EAS = TAS** en todas las velocidades (puesto que $\sigma = 1$) pero la relación de correspondencia entre la presión dinámica y EAS, es decir $p_t - p_a = \frac{1}{2} r \cdot V^2$ es válida sólo en incompresible y la graduación de los anemómetros en EAS es posible solo para las bajas velocidades.

- **CAS = TAS** en todas las velocidades y la relación de correspondencia entre la presión dinámica y CAS es válida cualquiera sea la velocidad; la graduación de los anemómetros en CAS es posible cualquiera sea la velocidad.

Observaciones

Se observa según esta convención, que para los valores de CAS inferiores a 660 Kts pero en supersónico se continúa transformando la presión dinámica en CAS según la ley de Saint-Venant.

Esta transformación es puramente convencional. Cualquier ley biunívoca de correspondencia entre $p_t - p_a$ = CAS hubiera podido ser utilizada.

I.13.3.4 VELOCIDAD INDICADA (IAS)

La velocidad indicada por el anemómetro es conocida como IAS (Indicated Airspeed). Difiere de CAS en razón del error de precisión del instrumento y en razón del error sobre la presión dinámica detectada por la antena. El error sobre la presión de impacto es excepcional (caso de muy altos ángulos de incidencia sobre la antena).

La ausencia de error sobre la presión estática es excepcional. Para una instalación anemométrica dada, esta última es función de la incidencia y del Mach. Es necesario para corregirla, efectuar por intermedio de una calibración determinada experimentalmente la correspondencia entre IAS y CAS.

I.13.3.5 RESUMEN DE VELOCIDADES

IAS : Velocidad Indicada: La que se lee en el anemómetro, tal como está instalado en el avión sin la corrección de los errores del sistema indicador, pero teniendo en cuenta la corrección por los efectos de compresibilidad del aire.

CAS : Velocidad Calibrada: Es igual a la lectura del anemómetro, después de corregidos los errores de posición e instrumento.

EAS : Velocidad Equivalente: Es igual a la lectura del anemómetro, después de corregidos los errores de posición e instrumento, y los efectos de compresibilidad (*CAS - EAS = error de compresibilidad*).

TAS : Velocidad Verdadera: Es la velocidad de la aeronave con relación al aire. TAS = EAS / $\sqrt{\sigma}$.

GS : Velocidad respecto del suelo: Es la velocidad de desplazamiento del avión sobre el suelo, resultante de la suma de las componentes horizontales de la velocidad verdadera y de la velocidad del viento.

Observaciones

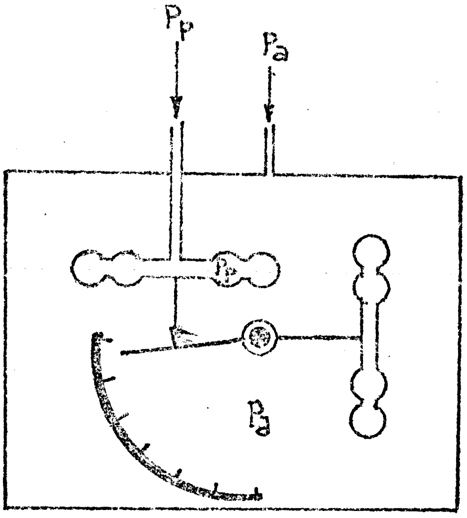
- Las definiciones expuestas son las más comunes usadas internacionalmente en la mayor parte de los Manuales de Vuelo. No obstante, puede ocurrir que aparezcan velocidades distintas de las aquí citadas como ser : CIAS (Calibrated Indicated Airspeed), DIAS (Dial Indicated Airspeed), TIAS (True Indicated Airspeed), etc. En tal caso referirse a la definición dada por el respectivo Manual de Vuelo.
- A H = 0 en atmósfera estándar CAS = EAS = TAS.

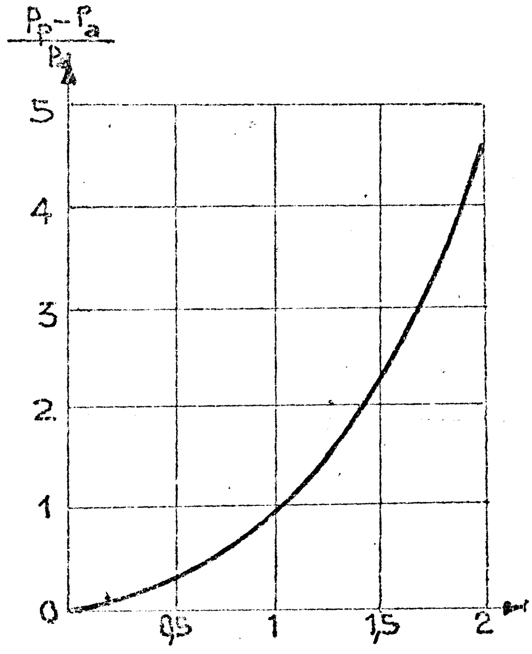
I.13.4 El INDICADOR DE MACH (MACHMETRO)

Hemos visto en §I.12 que el número de Mach es función solamente de la relación $\dfrac{p_t - p_a}{p_a}$.

Basta pues con medir esta relación.

El indicador de Mach o máchmetro cuyo esquema de principio de funcionamiento está indicado en la figura siguiente, comprende en una misma caja a un manómetro sensible a p_t - p_a y un barómetro sensible a p_a.





El manómetro desplaza la aguja indicadora proporcionalmente a p_t - p_a, pero como el eje de esta aguja está unido al barómetro, el desplazamiento de la misma se encuentra como consecuencia de este hecho inversamente proporcional a p_a.

La graduación se realiza de acuerdo a la ec. de §I.12.1 hasta M = 1 y de acuerdo a la ec. de §I.12.2 más allá.

El instrumento proporciona un Mach Indicado MI que es en general más o menos diferente del Mach Verdadero M en razón del error de precisión de instrumento y sobre todo del error sobre la detección de p_a por la antena. Este error es a menudo relativamente importante alrededor de M = 1 (pasaje de las ondas de choque sobre la antena).

La figura anterior proporciona una idea de los valores de la relación $\dfrac{p_t - p_a}{p_a}$ en función de M.

I.13.5 VARIACIONES DE CAS Y DE MACH CON LA ALTITUD Y LA VELOCIDAD

Para asimilar bien las nociones de velocidad calibrada CAS y de número de Mach y para dominar su empleo, es interesante examinar cómo varían dentro del dominio de vuelo del avión es decir en función de la altitud H y de la velocidad verdadera TAS.

Entre los diferentes ábacos disponibles, una representación cómoda consiste en la que se encuentra trazada sobre un gráfico de ejes V (TAS) y H las curvas de iso-Mach e iso-Vc (iso-CAS) (Ver Fig. I.3) :

Este ábaco permite,

conociendo H y Vc, determinar M, V
conociendo H y M, determinar Vc, V
conociendo M y Vc, determinar H, V.

El ábaco da cuenta de manera evidente del aumento de Mach para un avión que efectúa una trepada en Vc constante. Consideremos por ejemplo, un avión que efectúe una trepada a CAS = 300 Kts. El número de Mach pasa aproximadamente a los siguientes valores :

0.45 a H = 0
0.60 a H = 16000 ft
0.70 a H = 24000 ft
0.80 a H = 31000 ft
0.90 a H = 36000 ft
1.00 a H = 43000 ft

De la misma manera se observa que M = 1 corresponde aproximadamente a los valores de Vc:

660 kts a H = 0
500 kts a H = 18000 ft
400 kts a H = 29000 ft
300 kts a H = 43000 ft
200 kts a H = 60000 ft
100 kts a H = 89000 ft

Estas consideraciones explican por una parte el interés en los aviones de gran performances, de la presencia de un máchmetro al lado del anemómetro indicador de Vc (CAS).

Al ser posible el vuelo solo en una dada gama de presión dinámica es decir de Vc, la gama de Mach de vuelo corresponde pues a números de Mach tanto más grande en cuanto la altitud es elevada. El vuelo a muy gran altitud puede incluso ser posible solo en supersónico.

FIGURA I.3 : RELACION ENTRE H, MACH, TAS Y CAS