

Dissertação de Mestrado:

Avaliando a Qualidade dos Estimadores de Variograma (Variograma Experimental) e do Método de Mínimos Quadrados Ponderados para Estimação dos Parâmetros do Modelo de Variograma Teórico do Processo.

Por

Gilmar Rosa

Orientadora:

Sueli Aparecida Mingoti

Janeiro de 2003.

Abstract

In this dissertation Genton's study (1998) for the spherical model is extended to the exponential and wave variogram models. The Differences (Hanslett, 1997) and Median (Cressie, 1993) estimators variograms are also compared with Genton's, the Classical of Matheron (1963) and the Robust from Cressie and Hawkins (1980).

In addition we present an analysis about the effect of the choice of the variogram estimator in the fitting of the parameters of the process theoretical variogram when the weighted least squares method is considered (Cressie, 1985). In this part of the study the effect of the choice of the lag h to be used to adjust the parameters of the process theoretical variogram was investigated (Cressie, 1980). Lags h in the neighborhood of the Journal and Huibregts (1978) suggestion were used.

The Monte Carlo procedure was used to simulate the theoretical variograms according to the Sharp (1982) suggestion. It will be shown that the quality of the variogram estimators depends a lot of the amount of the outliers in the data. On the other hand, not necessarily the best variogram estimator (experimental) produces better results in the adjustment of the parameters of the theoretical variogram. The wave variogram is an example of this situation.

In relation to the Journal and Huibregts' rule (1978) this study shows that in general, there was a tendency to generate small errors when lags h smaller than the value suggested by the rule were chosen.

Key Words: Geostatistics, variogram, outliers, robustness, weighted least squares.

Resumo

Nesta dissertação extendemos o estudo de Genton aos modelos teóricos exponencial e senóide, bem como em relação aos estimadores das diferenças de Hanslett (1997) e das medianas (Cressie, 1993). Além disso, apresenta-se uma análise sobre os efeitos da escolha do estimador de variograma e da regra para a escolha da defasagem h que devem ser usados no ajuste dos parâmetros do modelo de variograma teórico do processo, quando o método de mínimos quadrados ponderados é utilizado (Cressie, 1980). O modelo ajustado do variograma teórico do processo é usado na fase de krigagem (predição espacial).

Mostramos que na ausência de "outliers" no conjunto de dados, alguns estimadores de variograma apresentam melhores resultados do que o proposto por Genton e que na presença de "outliers", o estimador de Genton mostra ser uma boa alternativa. Para o variograma senóide, mostra-se que os variogramas experimentais apresentam melhores ajustes do que os modelos ajustados pelo método de mínimos quadrados ponderados.

Em relação à regra de Journel & Huijbregts (1978), este estudo mostra que, de uma maneira geral, existe uma tendência de observar-se menores erros de estimação quando escolhe-se uma vizinhança com valores de lags h menores do que o valor sugerido pela regra. Uma escolha de valores h em torno de 40% da distância máxima entre as observações amostrais mostra-se uma boa alternativa, sendo que no ajuste dos parâmetros do variograma teórico do processo, a convergência do método de mínimos quadrados ponderados é mais facilmente encontrada do que nas outras vizinhanças analisadas.

Palavras Chave: Geoestatística, variograma, "outliers", robustez, mínimos quadrados ponderados.

À minha mãe, **Tereza de Paula**, pela dedicação e esforço na educação dos filhos.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de deixar minha sincera gratidão:

À minha orientadora, Professora **Sueli Aparecida Mingoti**, pela amizade, dedicação, comprometimento, seriedade e pela compreensão ao longo do desenvolvimento deste trabalho e a grande contribuição ao longo de minha vida acadêmica.

À **Maria Enisia P. Costa** pela grande e valiosa ajuda no desenvolvimento das simulações.

À minha irmã **Adriana de Paula Rosa**, pela valiosa contribuição no desenrolar dos trabalhos.

À Professora **Cibele Comini César**, pela valiosa contribuição dada na minha vida acadêmica.

Aos Professores **Gregório Saravia Atuncar, Antônio Eduardo Gomes e Frederico R. B. Cruz** pelos conhecimentos a mim transmitidos.

Ao grande amigo **Julio César Gomes Fonseca**, pela amizade, disponibilidade e contribuição com seus conhecimentos em programação que auxiliaram na execução deste trabalho.

Enfim, a todos colegas de turma e professores, e a todas as pessoas que direta ou indiretamente, ajudaram-me para que este trabalho fosse realizado.

Capítulo 1: Introdução, Objetivos e Organização da Dissertação.

1. Introdução.

O termo geoestatística inicialmente foi usado no contexto geológico para se referir à teoria e métodos para inferência de reservas de carvão e dados espacialmente distribuídos. Entre os anos de 1957 e 1962, Matheron, por ser probabilista, desenvolveu uma ampla teoria de inferência, principalmente de predição para variáveis regionalizadas (krigagem), constituindo um critério científico e moderno de interpretação e estudo da maior parte dos fenômenos modernos.

A metodologia de geoestatística, por sua simplicidade e bom desempenho na análise de dados espaciais, está amplamente aplicada em outras áreas fora do âmbito em que foi concebida e idealizada, com aplicações na área florestal, meteorológica, epidemiológica, criminal, etc... Em Mingoti & Pantuzzo (1998), a metodologia de geoestatística foi aplicada na predição do número total de casos diagnosticados de AIDS nos municípios mineiros, utilizando-se modelos de semivariogramas esféricos e técnica de krigagem ordinária, onde os autores mostraram que a modelagem por geoestatística resultou em previsões de boa qualidade.

Uma das ferramentas principais da geoestatística é a função chamada de variograma (ou semivariograma), que basicamente descreve a variabilidade espacial do processo estocástico gerador das observações da variável regionalizada de interesse (Mingoti, 1995). O variograma é, na verdade, uma medida de distância entre as observações no espaço e na prática é estimado através dos dados amostrais coletados na região (espaço) de investigação. Na análise espacial de dados via geoestatística, existem duas fases na estimação do variograma. A primeira consiste em obter-se o variograma experimental do processo, também chamado de variograma amostral. Os estimadores mais comuns nesta fase são: o clássico de Matheron (1963), o robusto proposto por Cressie e Hawkins (1980) e o das medianas (Cressie, 1993). Através do cálculo do variograma experimental, podemos reconhecer qual a forma matemática da função de variabilidade espacial do processo estocástico gerador dos dados amostrais, o qual é chamado de variograma teórico do processo e então, estimar seus parâmetros, o que constitui a segunda fase. O método de estimação de parâmetros mais usado é o de Mínimos Quadrados Ponderados proposto por Cressie (1985), apesar de existirem outros procedimentos como o de Mínimos Quadrados Generalizados e Máxima Verossimilhança, entre outros (Cressie, 1993). Alguns

cuidados precisam ser tomados no momento de se calcular o variograma experimental e de se estimar os parâmetros do variograma teórico do processo. O primeiro deles está relacionado com a escolha da defasagem h utilizada para gerar o variograma experimental. Teoricamente, a visualização (ou o reconhecimento) do modelo de variograma teórico do processo não deveria ser afetada drasticamente pela escolha da defasagem utilizada. O outro cuidado está na escolha da janela, ou número de defasagens h , utilizadas para se fazer a estimação dos parâmetros do modelo. Uma regra que tem sido utilizada na prática é aquela proposta por Journel e Huijbregts (1978, pág 194). Esta regra empírica sugere que o usuário escolha, para ajuste de parâmetros, as defasagens h que sejam menores ou iguais a $[n/2]$, onde n é o número total de observações amostrais e $[x]$ denota o maior inteiro menor ou igual a x . Uma referência sobre estes dois assuntos é Lamorey e Jacobson (1995). A regra de Journel e Huijbregts tem sido usada amplamente no ajuste dos modelos de variograma. Entretanto, não se encontra na literatura um estudo formal sobre sua adequação.

Após a estimação dos parâmetros do variograma teórico do processo, entra-se na fase de Krigagem (predição espacial) onde o variograma ajustado tem um papel fundamental, já que as previsões são geradas a partir do conhecimento dos valores numéricos do variograma para observações vizinhas àquela localização para a qual deseja-se efetuar a previsão. Aqui um cuidado especial deve ser dado à escolha da vizinhança de valores que será utilizada para a predição da variável resposta para uma dada localização (Armstrong & Diamond, 1984). Em geral, se estamos no espaço d -dimensional (\mathfrak{R}^d), para cada ponto com coordenadas s_0 a ser predito (krigado), uma elipse é aberta tendo como centro as coordenadas s_0 . Os pontos amostrais que pertencem a esta elipse são, então, utilizados para a predição do valor da variável resposta para as coordenadas s_0 . O problema aqui é como escolher adequadamente as dimensões dos eixos maior e menor da elipse para cada ponto a ser krigado, ou seja, buscar a elipse ótima no sentido de se obter a predição linear não viciada com menor erro quadrático médio.

Mais recentemente, vem-se discutindo a possibilidade de utilização de outros estimadores para obtenção do variograma experimental e outros métodos para o ajuste de parâmetros do variograma teórico do processo. Para a obtenção do variograma experimental, tem-se a proposição de Genton (1998), que segundo o autor, fornece estimativas mais robustas que os métodos de Matheron (1963), Cressie e Hawkins (1980) e de Haslett (1997).

Para o ajuste de parâmetros, tem-se além do método de Mínimos Quadrados

Ponderados (Cressie, 1985), o de mínimos quadrados generalizados proposto por Genton (1998), o método de integração proposto por Delay e Marsily (1994) e os métodos não-paramétricos de Cherry, Banfield e Quimby (1996), Barry e Hoef (1996) e Lamorey e Jacobson (1995). Menor atenção tem sido dada à solução do problema de se buscar a elipse ótima para predição de valores.

É importante destacar que o variograma é apenas uma das funções que pode ser usada na descrição da variabilidade espacial dos dados. Existem outras alternativas, como as funções de madograma e rodograma, que são menos utilizadas mas que são mais robustas em relação a valores discrepantes na amostra (Mingoti,1996; Journel,1988).

Além da abordagem clássica de geoestatística, existe também a abordagem Bayesiana. Uma das formas de implementação desta metodologia é aquela na qual se incorpora uma segunda função de variograma na estimação e na Krigagem, provinda de alguma variável auxiliar que possa ser utilizada para melhorar a predição de valores da variável resposta principal (Omre, 1997; Omre e Halvorsen,1989).

2. Objetivos e Organização da Dissertação.

O número reduzido de artigos técnicos na literatura que comparam as técnicas de ajuste de variogramas em diferentes situações como, por exemplo, na presença de “*outliers*”, bem como a pouca difusão e utilização de outros estimadores de variogramas entre os usuários de geoestatística que não os tradicionais na literatura, isto é, o clássico e o robusto, são as principais razões do desenvolvimento deste trabalho.

No artigo publicado por Genton em 1998, propõe-se um novo método de ajuste de variograma considerado altamente robusto pelo autor por ser pouco influenciado pela presença de “*outliers*”. Em suas simulações, considerando o modelo de variograma teórico esférico, e presença de gaussianidade na variável resposta de interesse, foram avaliados, além do estimador proposto por ele, os estimadores clássico de Matheron e o de Cressie e Hawkins (1980). No entanto, o estudo de Genton foi bastante limitado, pois, além de comparar os estimadores usuais apenas no modelo de variograma teórico esférico, não foi feita uma simulação de grande porte uma vez que apenas uma amostra de tamanho $n=200$ foi considerada. Além disso, seu desempenho não foi avaliado em relação aos demais estimadores existentes na literatura.

A proposta desta dissertação é avaliar os estimadores de variogramas

(semivariogramas) mais comuns na literatura. Para fins didáticos, dividimos estes estimadores em duas classes: uma constituída de estimadores desenvolvidos para terem características robustas em relação a “*outliers*”, formada pelo estimadores: das medianas (Cressie, 1993), robusto (Cressie & Hawkins, 1980) e o altamente robusto (Genton, 1988); e a classe dos estimadores com características não robustas: clássico de Matheron (1963) e o das diferenças (Haslett,1997). Ao longo deste trabalho nos referiremos aos estimadores, indistintamente, ou pela sua denominação ou pelo seu respectivo autor. Estes estimadores serão avaliados também, em relação aos modelos de variogramas teóricos esférico, exponencial e senóide, e em condições normais e na presença de dados perturbados (“*outliers*”). Além disso, iremos analisar como a regra empírica proposta por Journel e Huijbregts (1978), afeta a estimação dos parâmetros dos variogramas teóricos quando o método de mínimos quadrados ponderados é utilizado.

Esta dissertação esta organizada da seguinte forma: no Capítulo 2, apresentamos a metodologia de geoestatística com as definições e propriedades dos variogramas (semivariogramas) teóricos, introduzimos os semivariogramas isotrópicos, bem como, uma consideração sobre o efeito nugget ou efeito pepita.

No Capítulo 3, introduzimos os procedimentos de estimação da metodologia de geoestatística. Descrevemos os cinco estimadores de variogramas (semivariogramas) chamados de experimentais, que serão avaliados neste trabalho. Apresentamos também o método de mínimos quadrados ponderados, utilizado para estimar os parâmetros do variograma (semivariograma) teórico do processo e o procedimento de predição espacial (Krigagem), particularmente, a krigagem simples e krigagem ordinária, sendo esta última objeto principal de análise.

No Capítulo 4, apresentamos um exemplo de aplicação da metodologia de geoestatística, que trata da análise de subnotificação de casos de AIDS no Estado de Minas Gerais (Mingoti, Leite & Rosa, 2002;2000) e um método de detecção de “*outliers*” em dados espacialmente distribuídos.

No Capítulo 5, mostramos o processo de simulação para geração de amostras dos modelos de variograma tratados nesta dissertação bem como a relação entre os modelos ARMA(p,q) e variogramas teóricos. Além disso, apresentamos os critérios que usamos para avaliação dos estimadores de variogramas e da aplicação da regra empírica de Journel & Huijbregts (1978).

No Capítulo 6, apresentamos a discussão dos resultados observados via simulação e no Capítulo 7 as considerações finais.

No Anexo 1, apresentamos algumas tabelas que deram suporte para a

discussão dos resultados apresentados no Capítulo 6.

Algumas propriedades da função de variograma estão demonstradas no Anexo 2.

No Anexo 3, apresentamos um pequeno exemplo de cálculo dos variogramas experimentais, via estimadores tratados nesta dissertação.

Os programas computacionais utilizados em S-Plus para simulação e análise dos resultados estão no Anexo 4.

Capítulo 2: A Metodologia de Geoestatística.

2.1 Variável Regionalizada e Variogramas.

A metodologia de geoestatística é aplicada na análise de variáveis regionalizadas, entendendo-se como tais, variáveis cujos valores são relacionados de algum modo com a posição que ocupam no espaço (Chilés & Delfiner, 1999).

Considere uma variável resposta de interesse $Z(\bullet)$ medida em várias localizações distintas x , $x \in D$, onde D é o domínio de investigação. Por exemplo, em $D = \mathfrak{R}^2$, $x = (x_1, x_2)$, onde x_1 é a latitude e x_2 a longitude. Deste modo, os valores observados de $Z(\bullet)$ podem ser vistos como uma trajetória do processo estocástico $\{Z(x), x \in D\}$. A variável $Z(\bullet)$ é chamada de variável regionalizada ou geo-referenciada.

Basicamente, para analisar-se o comportamento da variável $Z(\bullet)$, duas suposições são necessárias: a estacionariedade intrínseca e a isotropia do processo $\{Z(x), x \in D\}$. Estas suposições são definidas como:

$$(i) \quad E[Z(x)] = \mu, \quad x \in D$$

o que significa dizer que, para cada localização x em D , o valor médio da variável resposta é o mesmo. Este é o momento de estacionariedade de 1ª ordem.

$$(ii) \quad \text{Var} \{Z(x_i) - Z(x_k)\} = 2\gamma(\|x_i - x_k\|), \quad \forall x_i, x_k \in D$$

onde $\|\bullet\|$ denota a distância Euclidiana. Neste caso, a variância das diferenças $(Z(x_i) - Z(x_k))$ é uma função apenas da distância $\|x_i - x_k\| = h$ entre as localizações, não dependendo da direção das localizações. Este é o conceito de isotropia.

As funções $2\gamma(h)$ e $\gamma(h)$ são chamadas, respectivamente, de variograma e semivariograma teóricos do processo e descrevem a variabilidade espacial de $Z(\bullet)$.

O variograma (semivariograma) teórico deve satisfazer as seguintes propriedades:

$$I) \quad 2\gamma(0) = 0;$$

II) $\lim_{h \rightarrow \infty} 2\gamma(h) = 2\sigma^2$, onde $\sigma^2 = \text{Var}(Z(x_i))$, $\forall x_k \in D$.

III) $2\gamma(h) = 2\gamma(-h)$

IV) $2\gamma(h) \geq 0$ (é uma função não negativa)

V) $2\gamma(h)$ tem, necessariamente, que ser *condicionalmente negativo definido* (Matheron, 1971), isto é:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m a_i a_j 2\gamma(h) \leq 0$$

para qualquer número finito de localizações $\{x_i, i = 1, 2, \dots, m\}$ e quaisquer números reais $\{a_i, i = 1, 2, \dots, m\}$, satisfazendo $\sum_{i=1}^m a_i = 0$. Se o processo $\{Z(x), x \in D\}$ é intrinsecamente estacionário, então $2\gamma(\bullet)$ é condicionalmente negativo definido. Por outro lado, se $2\gamma(\bullet)$ é condicionalmente negativo definido, então existe um processo estocástico $\{Z(x), x \in D\}$ intrinsecamente estacionário à ele associado.

Uma outra função que está relacionada ao processo estocástico $\{Z(x), x \in D\}$ é a covariância espacial que dá origem ao correlograma espacial.

Para um processo estacionário de 1ª ordem e isotrópico a covariância entre $Z(x_i)$ e $Z(x_k)$, $x_i, x_k \in D$, é definida por:

$$E[(Z(x+h) - \mu)(Z(x) - \mu)] = C(h), \text{ onde } h = \|x_i - x_k\|$$

O correlograma é definido como:

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{C(0)}$$

onde $C(0) = \sigma^2$ é a variância de $Z(x)$, $\forall x \in D$.

Algumas propriedades da função de covariância espacial são:

I) $C(0) = \sigma^2$

II) $C(h) = C(-h)$

III) $C(h) \leq C(0)$

IV) $C(h)$ é positiva definida isto é:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n \lambda_i \lambda_j C(h_{ij}) > 0, \quad \forall i < j$$

As propriedades citadas tanto para $2\gamma(h)$ quanto para $C(h)$ estão demonstradas no Anexo 2, desta dissertação.

2.2 Exemplos de Semivariogramas Isotrópicos.

2.2.1 O Semivariograma Esférico.

O semivariograma esférico é válido em \mathfrak{R}^d , $d \geq 1$, e é um dos mais utilizados na análise de dados geológicos e em outras situações. Tem a forma matemática dada pela fórmula (2.2.1) e forma geométrica como na Figura 2.2.1.

$$\gamma(h, c_0, c_s, a_s) = \begin{cases} 0 & , \quad h=0, \\ c_0 + c_s \left\{ \left(\frac{3}{2} \right) \left(\frac{h}{a_s} \right) - \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{h}{a_s} \right)^3 \right\} & , \quad 0 < h \leq a_s, \\ c_0 + c_s & , \quad h > a_s \end{cases} \quad (2.2.1)$$

onde $c_0 \geq 0, c_s \geq 0$ e $a_s \geq 0$, sendo c_0 chamado de efeito *nugget* (formalmente chamado de efeito pepita) e que é o ponto de interseção com o eixo das ordenadas, c_s chamado de *silo parcial* que é a distância do efeito *nugget* ao ponto da ordenada onde a curva inicia sua estabilização e a_s é o ponto da abscissa onde curva inicia a sua estabilização.

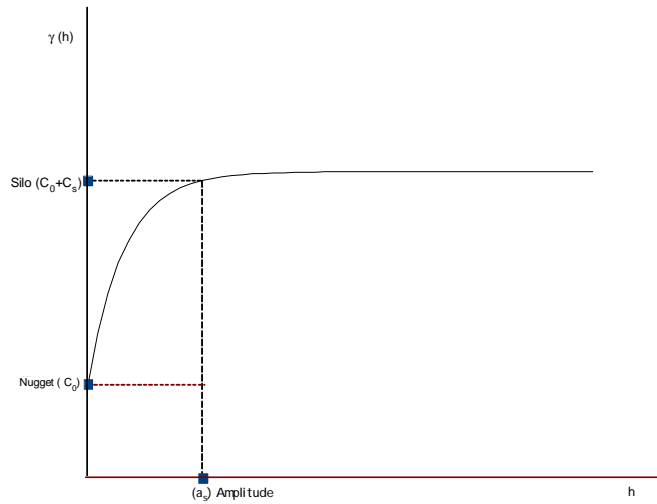


Figura 2.2.1: Forma geométrica semivariograma esférico.

Neste caso podemos observar que a variância teórica do processo é dada por:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \gamma(h) = \sigma^2 = c_0 + c_s$$

2.2.2 O Semivariograma Exponencial.

O semivariograma exponencial válido em \mathfrak{R}^d , $d \geq 1$, tem a forma matemática dada pela fórmula (2.2.2) e a forma geométrica como na Figura 2.2.2.

$$\gamma(h, c_0, c_e, a_e) = \begin{cases} 0 & , \quad h = 0 \\ c_0 + c_e \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{h}{a_e}\right) \right\} & , \quad h \neq 0 \end{cases} \quad (2.2.2)$$

onde $c_0 \geq 0, c_e \geq 0$ e $a_e \geq 0$ e C_0 é chamado efeito *nugget* que é o ponto de interseção com o eixo das ordenadas, C_e chamado de *silo parcial* e é a distância do efeito *nugget* ao ponto da ordenada onde a curva inicia sua estabilização e a_e é o ponto da abscissa onde a curva inicia a sua estabilização.

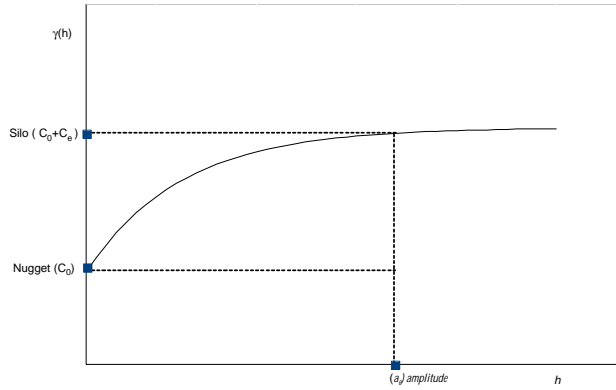


Figura 2.2.2: Forma geométrica do semivariograma exponencial.

No caso do semivariograma exponencial podemos observar que, a variância teórica do processo é dado por:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \gamma(h) = \sigma^2 = c_0 + c_e$$

2.2.3 O Semivariograma Senoidal.

O semivariograma senoidal, válido em \mathfrak{R}^d , $d=1,2,3$, aparece com grande frequência no caso de séries temporais, $D = \mathfrak{R}$. A sua forma matemática é dada por (2.2.3) e a forma geométrica como na Figura (2.2.3).

$$\gamma(h, c_0, c_w, a_w) = \begin{cases} 0, & h = 0 \\ c_0 + c_w \left\{ 1 - a_w \frac{\text{sen}\left(\frac{h}{a_w}\right)}{h} \right\} & h \neq 0 \end{cases} \quad (2.2.3)$$

onde $c_0 \geq 0, c_w \geq 0$ e $a_w \geq 0$; sendo C_0 o efeito *nugget*, C_w chamado de *silo parcial* é a distância do efeito *nugget* até o ponto intermediário da primeira onda do senóide, e a_w é a freqüência das ondas.

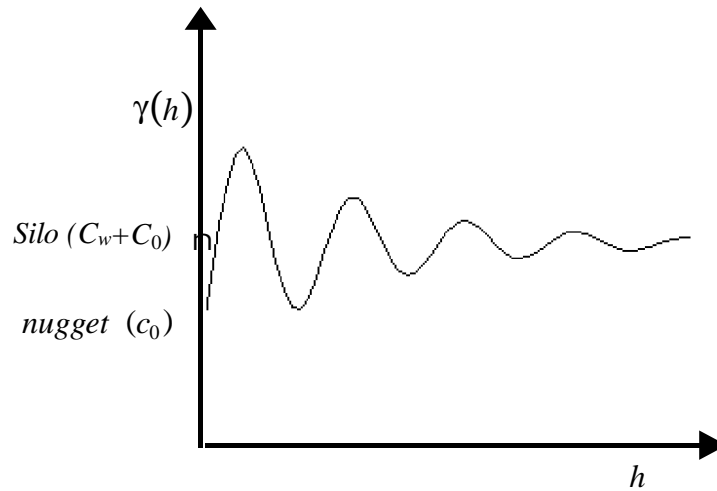


Figura 2.2.3: Forma geométrica do semivariograma senoidal

No caso do semivariograma senoidal podemos observar que a variância teórica do processo σ^2 é dada por:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \gamma(h) = \sigma^2 = c_0 + c_w$$

Os três modelos apresentados aparecem com maior freqüência em problemas práticos.

Observamos que, na maioria dos modelos apresentados, três parâmetros são comuns na equação matemática associada a cada modelo de semivariograma. Estes parâmetros podem ser observados diretamente das formas geométricas, sendo mais comum a triologia *efeito nugget*, *silo parcial* e *alcance*. O efeito *nugget* (C_0), também denominado de *efeito pepita*, aparece com freqüência em problemas práticos. Embora tenha-se que por definição que $\gamma(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$, na prática, à medida que h tende a 0 (zero), $\gamma(h)$ se aproxima de um valor positivo chamado *efeito pepita* (C_0). O valor de C_0 revela a descontinuidade do semivariograma, para valores de distâncias h menores do que a menor distância entre as observações amostrais. Parte desta descontinuidade pode ser também devido a erros de medição (Isaaks & Srivastava, 1989), mas é difícil quantificar

se a maior contribuição provém dos erros de medição ou da variabilidade de pequena escala não captada pelo procedimento de amostragem.

Existem outras funções que descrevem a variabilidade espacial de $Z(\bullet)$ como o rodograma e o madograma (Journel, 1988 e Mingoti, 1996) que não serão tratados nesta dissertação.

Capítulo 3. Estimação do Variograma do Processo e Predição Espacial (Krigagem).

3.1 Introdução.

O variograma $2\gamma(\bullet)$ ou semivariograma $\gamma(\bullet)$, em termos práticos, é a função matemática que permite estudar a dispersão natural da variável regionalizada em estudo, cujos valores são relacionados de algum modo com a posição espacial que ocupam, ou seja, estão correlacionadas de algum modo com valores obtidos a uma certa distância, sendo razoável pensar que quanto mais próximo no espaço estiverem as localizações, maiores serão as correlações entre os valores da variável resposta em consideração.

Na prática, o variograma ou semivariograma são estimados a partir de uma amostra do processo $\{Z(x), x \in D\}$ e chamados de variogramas ou semivariogramas experimentais. Estes são usados para reconhecimento da forma geométrica do variograma ou semivariograma teórico do processo estocástico gerador dos dados amostrais. A partir do reconhecimento da forma matemática da função de variograma ou semivariograma, passa-se à fase de estimação dos parâmetros do modelo. Nas seções que seguem, apresentamos os variogramas experimentais, objeto desta dissertação, e o método de estimação de parâmetros do variograma teórico do processo.

3.2 Variogramas Experimentais.

3.2.1 O Variograma Clássico de Matheron

O estimador clássico de variograma proposto por Matheron (1963), fundamentado no método dos momentos (Cressie, 1993), é dado por:

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} (Z(x_i) - Z(x_k))^2, \quad h \in R^d \quad (3.2.1)$$

onde $N(h) = \{(x_i, x_k) : \|x_i - x_k\| = h, \forall x_i \neq x_k\}$, $d = \{1, 2, 3, \dots\}$ e N_h é a cardinalidade de $N(h)$.

Este estimador é não viciado (Cressie, 1993), mas é influenciado pela presença de “outliers” no conjunto de dados. No caso em que o domínio de estudo é $D = \mathfrak{R}^1$, a

fórmula (3.2.1) transforma-se em :

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{x=1}^{n-h} (Z(x_i) - Z(x_k))^2, \quad x \in \mathfrak{R} \quad (3.2.2)$$

onde n é o tamanho da amostra.

Outra variante do semivariograma clássico de Matheron vem da divisão da soma em (3.2.1) não mais pelo número de pares no lag h (N_h), mas sim pelo número de observações n . Neste caso, tem-se um estimador viciado para $2\gamma(h)$, mas que satisfaz a condição de ser condicionalmente negativo definido (Cressie, 1993), propriedade esta que não é satisfeita pelo estimador de Matheron (1963) dado em (3.2.1). Para grandes valores de n , os estimadores 3.2.1 e 3.2.2 fornecem estimativas similares.

3.2.2 O Variograma Experimental Robusto.

Cressie & Hawkins (1980) propuseram um estimador tecnicamente menos sensível à presença de “outliers”, denominado de variograma robusto, dado em 3.2.3:

$$2\bar{\gamma}(h) = \frac{\left[\left(\frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} |Z(x_i) - Z(x_k)|^{\frac{1}{2}} \right)^4 \right]}{C_h}, \quad h \in R^d \quad (3.2.3)$$

onde $N(h) = \{ (x_i, x_k) : \|x_i - x_k\| = h \}, \quad \forall x_i \neq x_k, \quad d = \{1, 2, 3, \dots\}$

$C_h = \left(0,457 + \frac{0,494}{N_h} \right)$ e N_h é a cardinalidade de $N(h)$, sendo o denominador C_h um

fator de correção para o vício do estimador de $2\bar{\gamma}(h)$ quando $Z(\bullet)$ tem distribuição normal.

A motivação deste estimador é que a transformação raiz quarta das diferenças ao quadrado, $[|(Z(x_i) - Z(x_k))|]^{\frac{1}{2}}$, minimizaria o efeito dos valores amostrais discrepantes.

3.2.3 O Variograma Experimental das Medianas.

Um outro estimador proposto por Cressie (1993) definido como em 3.2.4, é o denominado das Medianas, e definido por:

$$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{\left[\text{med} \left\{ |Z(x_i) - Z(x_k)|^{\frac{1}{2}} : \|x_i - x_k\| = h \right\} \right]^4}{B(h)}, \forall x_i \neq x_k \quad (3.2.4)$$

onde $\text{med}\{\bullet\}$ denota a mediana da seqüência $\{\bullet\}$, e $B(h)$ a correção para o vício de $2\tilde{\gamma}(h)$ assumindo normalidade para a variável $Z(\bullet)$. Assintoticamente, $B(h)=0,457$.

3.2.4 O Variograma Experimental Altamente Robusto.

O estimador altamente robusto proposto por Genton (1998), é definido como em 3.2.5:

$$2\hat{\gamma}(h) = (Q_{N_h})^2, \quad (3.2.5)$$

onde,

$$Q_{N_h} = 2,2191 \left\{ |V_i(h) - V_j(h)| ; i < j \right\}_{(k)}$$

sendo $V(h) = z(x+h) - z(x)$ e $k = \binom{[N_h/2] + 1}{2}$ a k -ésima estatística de ordem das diferenças $(V_i(h) - V_j(h))$ e $[N_h/2]$ denota a parte inteira de $(N_h/2)$.

O fator de 2,2191 é uma correção para o vício do estimador de $2\hat{\gamma}(h)$ quando $Z(\bullet)$ tem distribuição normal.

Este estimador está fundamentado nas idéias de estimação robusta apresentadas em *Rousseeuw & Croux* (1993), sendo um estimador de escala da classe **M** (Hampel e outros, 1986) que deve ser robusto em relação à presença de pontos discrepantes na amostra.

3.2.5 O Variograma Experimental Das Diferenças.

O estimador proposto por *Haslett* (1997) é definido como:

$$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{1}{N_h - 1} \sum_{N(h)} (d_{hi} - \bar{d}_h)^2, \quad (3.2.6)$$

onde $d_{hi} = (Z(x_i) - Z(x_k))$, $N(h) = \{ (x_i, x_k) : \|x_i - x_k\| = h \ \forall x_i \neq x_k \}$, e N_h é a cardinalidade de $N(h)$. Note que $2\tilde{\gamma}(h)$ é simplesmente a variância amostral das diferenças $(Z(x_i) - Z(x_k))$.

Este estimador foi proposto por *Haslett* (1997), para utilização em séries temporais com objetivo principal de reconhecer processos ARMA.

Um exemplo numérico mostrando os cálculos dos estimadores de variogramas tratados neste Capítulo se encontra no Anexo 3.

3.3 Estimação dos Parâmetros do Variograma ou Semivariograma Teórico do Processo: Método de Mínimos Quadrados Ponderados.

Na metodologia de geoestatística, após a estimação do variograma por um dos métodos na seção 3.1, deve-se proceder a identificação do modelo teórico de variograma gerado pelos dados amostrais, ou seja, deve-se observar se o variograma experimental sugere como modelo teórico, o modelo esférico, senóide, exponencial ou outros não tratados nesta dissertação, como o de potências, por exemplo (*Cressie*, 1993). A partir desta identificação, deve-se proceder à estimação dos parâmetros do modelo escolhido.

Os parâmetros do variograma ou semivariograma podem ser estimados usando-se uma variedade de métodos, sendo o de mínimos quadrados ponderados proposto por *Cressie* (1985), um dos mais utilizados. *McBratney & Webster* (1986), compararam o método de mínimos quadrados ponderados, de mínimos quadrados generalizados e o de máxima verossimilhança e concluíram que o método de mínimos quadrados ponderados é preferível porque fornece estimativas de boa qualidade e possui pouca demanda computacional. *Zimmerman & Zimmerman* (1991), em estudos de simulação com estimadores de variogramas paramétricos clássicos e robustos, considerando os modelos linear e exponencial, concluíram que em termos de vício e de erro quadrático

médio, o método de mínimos quadrados ponderados é preferível em relação aos métodos de mínimos quadrados ordinários (OLS), máxima verossimilhança (ML), máxima verossimilhança restrita (REML) e o estimador de mínima variância quadrática não viciado proposto por Kitanidis (1985). Gotway (1991) justifica o bom desempenho do método pelo fato da maioria dos modelos de variogramas serem não lineares, sendo o método de mínimos quadrados ponderados um procedimento apropriado para ajuste de parâmetros em regressão não linear.

Este método não é estatístico e sim um critério puramente numérico usado para se encontrar “os valores mais apropriados” do vetor de parâmetros do modelo (Cressie, 1985). Suponha que $\{2\gamma(h, \lambda)\}$ seja o variograma teórico do processo estocástico dependendo do vetor de parâmetros λ . Então, o método de mínimos quadrados ponderados, por definição, busca a minimização da seguinte função:

$$(2\gamma^* - 2\gamma(\lambda))^T \Sigma^{-1}(\lambda) (2\gamma^* - 2\gamma(\lambda)) \quad (3.3.1)$$

onde,

$$\Sigma(\lambda) = \text{diag} [\text{var}(2\gamma^*(h(1))), \text{var}(2\gamma^*(h(2))), \dots, \text{var}(2\gamma^*(h(k)))] \quad (3.3.2)$$

e a matriz Σ depende do vetor λ , que é desconhecido. Uma forma de implementar-se a estimação é através da estimação de Σ usando-se valores iniciais para as componentes do vetor λ e posteriormente ir melhorando a estimação iterativamente. A expressão matemática da matriz Σ pode ser encontrada em Cressie & Hawkins (1980). Em Cressie (1985), sugere-se uma aproximação para o método de mínimos quadrados ponderados dado em (3.3.1), que é mais fácil de ser aplicada na prática e que tem sido muito utilizada, mostrando ser apropriada para o ajuste dos parâmetros dos modelos de semivariogramas teóricos. É um método que distribui maiores pesos para lags pequenos e menores pesos para lags maiores, isto é, para valores de variograma obtidos com um pequeno número de pares. A sugestão de Cressie (1985) é que, ao invés da função (3.3.1), encontre-se “os valores mais apropriados” do vetor de parâmetros do modelo através da minimização da função (3.3.3) dada por:

$$\sum_{j=1}^k \frac{N_{h(j)}}{2\gamma^2(h(j); \lambda)} \{2\gamma^*(h(j)) - 2\gamma(h(j); \lambda)\}^2 \quad (3.3.3)$$

onde $N_{h(j)}$ é o número de pares distintos utilizados no cálculo de semivariograma no lag (j) , k é o número de lags escolhido pelo pesquisador para o ajuste dos parâmetros, $2\gamma^*(h(j))$ são os valores do variograma calculados através dos dados usando um dos estimadores apresentados na seção 3 e $2\gamma(h(j))$ é o semivariograma teórico do processo, dado por um dos modelos da seção 2 ou algum outro não tratado nesta dissertação. Neste método, os pesos de ponderação são dados por: $N_{h(j)}/2\gamma^2(h(j); \lambda)$.

Cressie (1985) mostrou que (3.3.3) é uma boa aproximação para o método de mínimos quadrados ponderados, mas não é uma boa aproximação para o método de mínimos quadrados generalizados. Existem dois parâmetros que podem ser alterados neste procedimento de ajuste: o incremento do lag h usado para o cálculo do semivariograma experimental e o máximo lag h usado para fazer o ajuste.

A regra empírica proposta por Journel & Huijbregts (1978), sugere que os valores do variograma ou semivariograma experimental incluídos para o ajuste dos parâmetros do modelo teórico do processo devam ser aqueles em que h seja menor ou igual à distância máxima entre observações dividida por dois, ou seja $\max(\|x_i - x_k\|)/2 = L/2$, e cujo o número de pares, N_h , utilizados no cálculo de $2\gamma(h)$ ou $\gamma(h)$, seja maior ou igual a 30. No caso de \mathfrak{R}^1 , o valor de h máximo é $h = [n/2]$, onde $[x]$ denota o maior inteiro menor ou igual a x , e o número de pares em cada lag h , (N_h) , é $N_h = n - h$. No caso de \mathfrak{R}^2 , o valor de h é obtido através da distância euclidiana entre as observações amostrais, onde o variograma experimental ajustado no lag h_i , $2\gamma(h_i)$, é composto por todas as observações localizadas no intervalo $(h_{i-1}; h_i]$, sendo $h_i = h_{i-1} + \tau$, onde τ é uma constante e $h_0 = 0$. O valor de τ , normalmente é escolhido de modo que o número observações (N_h) no intervalo $(h_{i-1}; h_i]$ não seja inferior a 30. Usualmente o valor de τ é a primeira defasagem h , ou seja, $\tau = h_1$.

O método de mínimos quadrados ponderados pode ser expresso alternativamente como em (3.3.4).

$$\sum_{j=1}^k |N(h(j))| \left\{ \frac{2\hat{\gamma}(h(j))}{2\gamma(h(j); \lambda)} - 1 \right\}^2 \quad (3.3.4)$$

e pode ser implementado por qualquer algoritmo de estimação não linear onde as estimativas de λ possam ser obtidas de forma iterativa. Uma rotina de estimação não linear é o procedimento NLIN do software estatístico SAS (Versão 6.12, 1997).

De uma maneira geral, as estimativas podem ser obtidas “*simultaneamente*” ou “*parcialmente*”. No primeiro caso, a rotina computacional procura os melhores valores do vetor λ que minimizam a soma de quadrados residual para os parâmetros conjuntamente, podendo ocorrer estimativas “absurdas” como por exemplo, parâmetros negativos ou com valores muito elevados. No caso das estimativas “*parciais*”, o pesquisador estima somente um parâmetro e os outros são obtidos em função desta estimativa, podendo o usuário inclusive, delimitar a região ou espaço de busca do melhor valor para o parâmetro que se deseja estimar. Descreveremos a seguir, o procedimento “*parcial*” para obtenção das estimativas dos parâmetros do variograma teórico.

(1) para iniciar o procedimento NLIN, necessita-se de estimativas iniciais dos parâmetros c_0 (*nugget*) e b (*coeficiente linear*). Assim, o modelo ajustado na origem é dado pelo variograma isotrópico linear:

$$2\gamma(h; \theta) = c_0 + b h \quad , \quad (3.3.5)$$

onde, $\theta = (c_0, b)$. Desta forma, pode-se obter as estimativas de c_0 (*nugget*) e b (*coeficiente linear*) através de regressão linear simples.

(2) Obtidas as estimativas de c_0 e b no passo (1), utiliza-se a relação de derivadas, na origem $h=0$. A derivada primeira é igual ao coeficiente angular da reta.

Para obtenção dos valores estimados de c_0 e b o usuário deverá utilizar apenas os valores do variograma experimental ajustados nos lags iniciais, ou seja, para os lags próximo à origem $h=0$. Em geral, os três primeiros valores do variograma experimental próximos a origem $h=0$, são utilizados.

Assim, para a maioria dos modelos de semivariogramas teóricos, tem-se uma relação matemática que reduz o número de parâmetros a ser estimado pelo procedimento não linear.

Como exemplo, apresentamos a seguir como as estimativas dos parâmetros do semivariograma teórico esférico podem ser obtidas. Este procedimento pode ser estendido aos demais modelos de semivariogramas com algumas pequenas modificações.

3.3.1 Relação Matemática para o Modelo Esférico.

Para reduzir o número de parâmetros do semivariograma esférico a ser estimado pelo procedimento não linear, proceda como se segue:

(a) A primeira derivada do modelo esférico, no ponto $h=0$, é igual ao coeficiente angular da reta, portanto:

$$\left. \frac{d\gamma[h,\theta]}{h} \right|_{h=0} = \frac{3c_s}{2a_s} \quad (3.3.6)$$

Usando as relações entre (3.3.5) e (3.3.6), tem-se que em $h=0$:

$$b = \frac{3c_s}{2a_s} \quad (3.3.7)$$

e logo,

$$c_s = \frac{2}{3} b a_s \quad (3.3.8)$$

Reescrevendo o modelo esférico em função de \hat{c}_0 , \hat{b} e \hat{a}_s , tem-se:

$$2\gamma(h;\theta) = \begin{cases} \hat{c}_0 + \hat{b}h - \frac{h^3 \hat{b}}{3a_s^2} & , \quad 0 < h < a_s \\ c_0 + \frac{2\hat{b}a_s}{3} & , \quad h \geq a_s \end{cases} \quad (3.3.9)$$

Deste modo, reduzimos o procedimento de estimação não linear para apenas um parâmetro a_s , pois os outros parâmetros c_0 e c_s , são obtidos em função de a_s .

3.4 Predição Espacial: Krigagem.

Krigagem é um processo de estimação por médias móveis, de valores de variáveis distribuídas no espaço a partir de valores adjacentes que são relacionados por uma função denominada variograma $2\gamma(h)$ ou semivariograma $\gamma(h)$ (Matheron, 1963; Krige, 1951).

A krigagem usa informações contidas no semivariograma do processo estocástico gerador dos dados amostrais para encontrar os pesos ótimos associados à função de predição do valor $Z(\bullet)$, para localizações não previamente amostradas ou seja, valores do variograma para localizações que estão a uma certa vizinhança da localização a ser predita.

Em geral, para predizer os valores de $Z(x_0)$, $x_0 \in \mathfrak{R}^2$, abre-se uma elipse de raio r ao redor de x_0 e utiliza-se todos os valores de $Z(x_i)$, x_i pertencente a elipse construída, para se fazer a predição de $Z(x_0)$. Os pesos da função de predição são construídos utilizando-se como base os valores numéricos do variograma ou semivariograma para todas as distâncias $h = \|x_i - x_0\|$. A função de predição é não viciada para $Z(x_0)$ e tem variância mínima de erro de predição.

Os métodos mais usuais são a krigagem simples, krigagem ordinária, krigagem universal, co-krigagem (Cressie, 1993; 1990) e krigagem bayesiana (Omre, 1987 & Cressie, 1993).

A krigagem simples é utilizada quando a média do processo é assumida como uma constante conhecida para cada localização da área D em estudo. A krigagem ordinária, por sua vez, considera que a média para cada localização da área D é uma constante desconhecida sendo estimada a partir dos dados coletados. A krigagem universal permite que a média, desconhecida, seja diferente de uma localização para outra em D, permitindo, portanto, a predição pontual ou por intervalo de

valores de processos estocásticos não estacionários. A Co-krigagem consiste em empregar informações de covariáveis para efetuar a predição de $Z(\bullet)$. Por fim, tem-se krigagem bayesiana que pode ser implementada de várias formas. Uma delas consiste em utilizar a informação de variograma ou semivariograma de uma variável auxiliar na predição espacial, sendo o variograma ou semivariograma da variável auxiliar conhecido *a priori* (Omre, 1987). Outras formas de krigagem bayesiana podem ser encontradas em Cressie (1993).

Como a krigagem não é objeto principal desta dissertação, nos limitaremos a descrever sucintamente apenas o procedimento de krigagem simples e krigagem ordinária. Informações sobre outros procedimentos de predição podem ser encontradas em Cressie, 1993.

3.4.1 Krigagem Simples.

Suponha que se objetive estimar o valor de $Z(\cdot)$ no ponto x_0 . O valor desconhecido de $Z(x_0)$ pode ser estimado a partir de uma combinação linear dos n valores amostrais observados, (Journel & Huijbregts, 1978). Desta forma, tem-se o estimador:

$$\hat{Z}(x_0) = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i), \quad \mathbf{x}_0 \in \mathbf{D}. \quad (3.4.1)$$

Deseja-se um estimador não tendencioso, isto é

$$E[(Z(x_0) - \hat{Z}(x_0))] = 0 \quad (3.4.2)$$

Esta relação impõe que as duas médias sejam iguais, ou seja:

$$E[Z(x_0)] = E[\hat{Z}(x_0)] \quad (3.4.3)$$

o que implica em:

$$E[\hat{Z}(x_0)] = E\left[\lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] = \lambda_0 + \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)] \quad (3.4.4)$$

sendo o parâmetro λ_0 , obtido substituindo-se 3.4.3 em 3.4.1, desta forma tem-se:

$$\hat{Z}(x_0) = E[Z(x_0)] - \sum_{i=1}^n \lambda_i E[Z(x_i)] + \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (3.4.5)$$

O método de krigagem simples supõe que a média μ é uma constante conhecida *a priori*, em toda área D, em estudo. Logo: $E[Z(x_0)] = E[\hat{Z}(x_0)] = \mu$. Então:

$$\hat{Z}(x_0) = \mu + \sum_{i=1}^n \lambda_i [Z(x_i) - \mu] \quad (3.4.6)$$

onde $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$.

Journel & Huijbregts (1978), mostram que, minimizando a variância do erro de predição, isto é:

$$\text{Var} [(Z(x_0) - \hat{Z}(x_0))]$$

os pesos λ_i são obtidos a partir do seguinte sistema de equações, denominado sistema de krigagem simples:

$$\lambda_0 = \Gamma_0^{-1} \gamma^0$$

sendo $\lambda_0 = (\lambda_1, \dots, \lambda_n, -\mu)^T$ e $\gamma^0 = [\gamma(x_0 - x_1), \dots, \gamma(x_0 - x_n), 1]^T$

e Γ^0 é a matriz $(n+1) \times (n+1)$ dada por:

$$\Gamma_0 = \begin{cases} \gamma(x_i - x_k), & i = 1, \dots, n; \quad k = 1, \dots, n \\ 1, & i = n+1; \quad k = 1, \dots, n \\ 0, & i = n+1; \quad k = n+1 \\ 1, & i = 1, \dots, n; \quad k = n+1 \end{cases}$$

A variância do erro de predição deste estimador é dada por:

$$\text{Var}(\text{erro}) = \sigma_{\text{erro}}^2 = [\lambda_0]^T \gamma^0 \quad (3.4.7)$$

onde $\text{erro} = (Z(x_0) - \hat{Z}(x_0))$.

3.4.2 Krigagem Ordinária.

Considere um processo estocástico intrinsecamente estacionário e isotrópico. Seja, $Z(x_1), Z(x_2), \dots, Z(x_n)$ uma amostra aleatória do processo $Z(\bullet)$ na região D , $x_1, x_2, \dots, x_n \in D$, e seja x_0 uma localização qualquer de D não amostrada previamente. Então, sob a hipótese de que o processo é gaussiano, tem-se que o preditor linear $\hat{Z}(x_0)$, não viciado e que minimiza o erro quadrático médio de predição, é dado por:

$$\hat{Z}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \hat{Z}(x_i), \quad x_0 \in D \quad (3.4.8)$$

onde $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$, sendo que os λ_i são obtidos através das equações:

$$\lambda_0 = \Gamma_0^{-1} \gamma^0$$

sendo $\lambda_0 \equiv (\lambda_1, \dots, m)^T$ e $\gamma^0 \equiv [\gamma(x_0 - x_1), \dots, \gamma(x_0 - x_n), 1]^T$ e Γ_0 é a matriz $(n+1) \times (n+1)$ dada por:

$$\Gamma_0 = \begin{cases} \gamma(x_i - x_k), & i = 1, \dots, n; k = 1, \dots, n \\ 1, & i = n+1; k = 1, \dots, n \\ 0, & i = n+1; k = n+1 \\ 1, & i = 1, \dots, n; k = n+1 \end{cases} \quad (3.4.9)$$

O parâmetro m é um multiplicador de *Lagrange* utilizado na minimização da função $E[(Z(x_0) - \hat{Z}(x_0))^2]$, sob a condição de que $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1$. O preditor assim construído para o processo estocástico $\hat{Z}(\bullet)$ é chamado de *kriging ordinário*. A variância do erro deste estimador é dada por:

$$\text{Var}(\text{erro}) = \sigma_{\text{erro}}^2 = [\lambda_0]^T \gamma^0$$

onde $\text{erro} = (Z(x_0) - \hat{Z}(x_0))$ é o erro de predição.

Um intervalo de confiança de $(1-\alpha)(100\%)$ para $Z(x_0)$, é dado por $\left(\hat{Z}(x_0) \pm z_{\frac{\alpha}{2}} \sigma_{\text{erro}} \right)$, sob a hipótese de normalidade da variável resposta em

consideração. É importante observar que a variância depende do variograma ajustado e do vetor de pesos.

A condição de que o variograma ou semivariograma teórico do processo seja condicionalmente negativo definido, discutida na seção 2.1, evita que se tenha predições de $Z(x_0)$ com variância de erro de predição negativas.

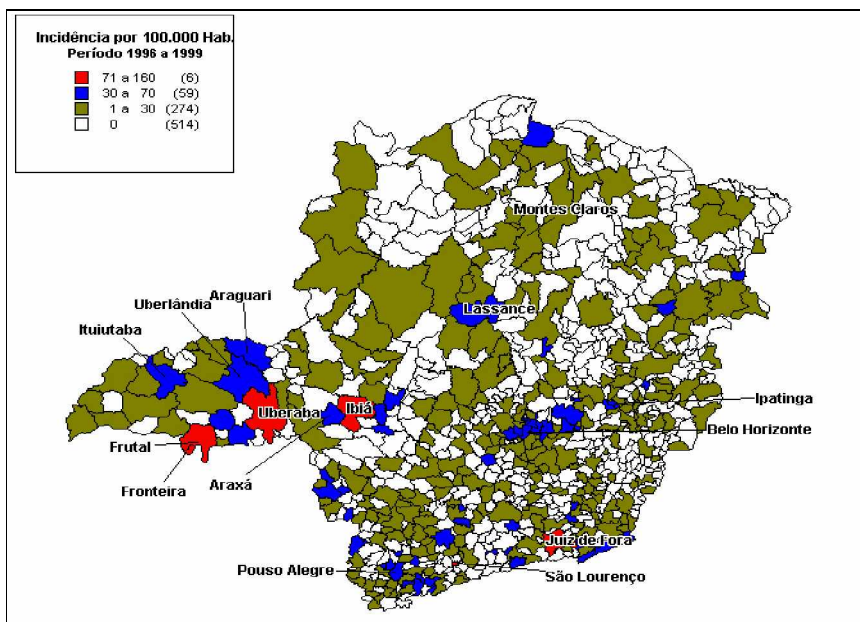
Capítulo 4. Um Exemplo da Aplicação a Metodologia de Geoestatística e Método para Detecção de "Outliers" em Dados Espacialmente Distribuídos.

4.1 Aplicação da Metodologia de Geoestatística

Apresentaremos um exemplo de aplicação prática da metodologia de geoestatística (Mingoti, Rosa & Leite 2002).

Trata-se da análise de casos diagnosticados de AIDS nos Municípios de Minas Gerais no período de 1996 a 1999. Neste período, dos 853 municípios existentes em 1999, 339 apresentaram pelo menos um caso de diagnóstico de AIDS e 514 não haviam apresentado nenhum caso diagnosticado no Estado. O banco de dados analisado contém, para cada município, as coordenadas de latitude e longitude (em decimais) e o número total de casos diagnosticados no período de 1996 à 1999. Para efeito da análise via modelos Geoestatística, foi criada a variável "taxa" que é a razão entre o total de casos diagnosticados de AIDS no município e a população do respectivo município (Censo,1996). A análise exploratória dos dados mostrou a existência de algumas cidades discrepantes como: Belo Horizonte, Uberlândia, Juiz de Fora, Uberaba e Pouso Alegre.

O mapa 4.1 mostra a distribuição da incidência de casos de AIDS, por 100.000/Hab. em Minas Gerais, onde observamos que a maior concentração de municípios com casos encontra-se no sul do Estado.



Mapa 4.1: Incidência da taxa de AIDS nos Municípios/MG – 1996 a 1999

Para construção do modelo foram consideradas apenas as 339 cidades que apresentaram pelos menos um caso diagnosticado de AIDS no período de 1996 a 1999. A variável resposta utilizada para a construção dos modelos de previsão foi o logaritmo da variável “taxa”, denominada de “logtaxa”, sendo taxa definida como o número de casos diagnosticados no município dividido pelo número de habitantes do mesmo. A necessidade da transformação logarítmica se deu em função da grande assimetria da variável “taxa” (Gráfico 4.1), sendo a transformação considerada satisfatória (Gráfico 4.2).

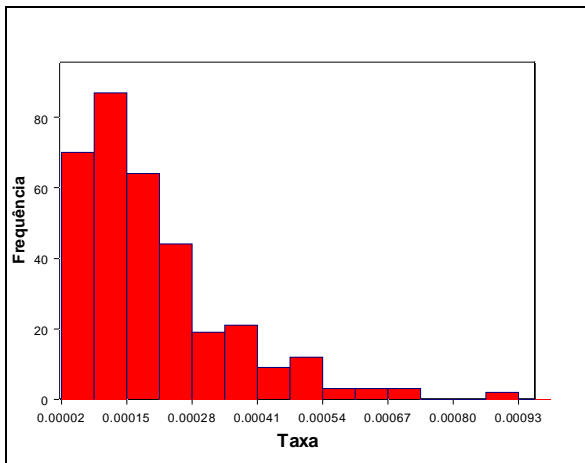


Gráfico 4.1: Distribuição da variável “Taxa”.

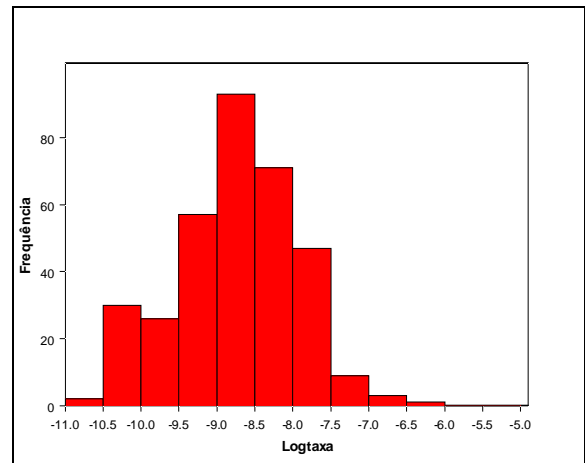


Gráfico 4.2: Distribuição da variável “Logtaxa”.

A análise de uma possível tendência nos dados amostrais, foi obtida plotando-se a variável Logtaxa versus latitude (direção norte-sul) e longitude (direção oeste-leste) como mostra os Gráficos 4.3 e 4.4. A distribuição dos pontos nestes gráficos demonstra não haver tendência visível em nenhuma das duas direções.

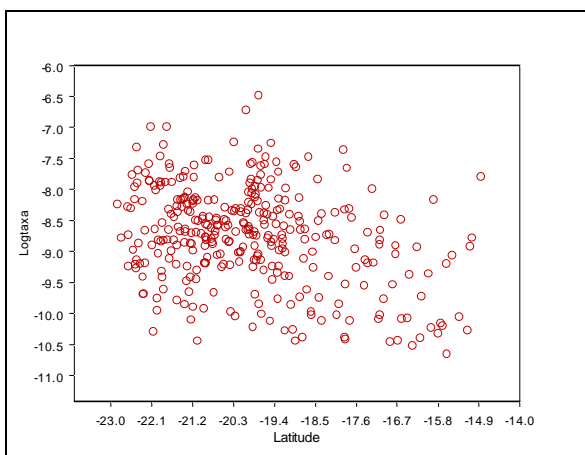


Gráfico 4.3: Variável Logtaxa versus Coordenada Latitude.

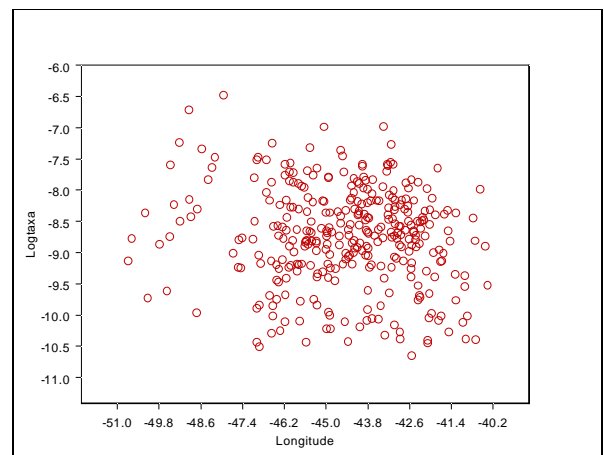


Gráfico 4.4: Variável Logtaxa versus Coordenada Longitude.

Para a estimação do semivariograma teórico optou-se pelo estimador de semivariograma experimental clássico (Matheron, 1963), que indicou um ajuste de um semivariograma esférico. A análise do ajuste do semivariograma orientado em diversas direções, não mostrou alterações em sua forma gráfica, de modo que se pode concluir que o processo estocástico gerador dos dados é aproximadamente isotrópico, ou seja, o semivariograma depende unicamente da distância entre as observações. A Figura 4.1 mostra a forma do semivariograma ajustado pelo software S-PLUS (2000).

Os parâmetros do modelo foram ajustados pelo método de mínimos quadrados ponderados (Cressie, 1993), observando-se a regra empírica proposta por Journel & Huijbregts (1978), (ver Seção 3.3). Para estimação destes parâmetros foi utilizado o procedimento NLIN do SAS num programa desenvolvido por Mingoti (1994), e o método numérico empregado foi o de Marquardt (1963). Os valores estimados dos parâmetros dos modelo esférico foram: $\hat{C}_0 = 0,398$, efeito *nugett* (Matheron, 1963) , $\hat{c}_s = 0,211$, silo parcial e $\hat{a}_s = 5,343$ que é a amplitude do modelo. Neste caso o silo total foi igual a: $\hat{c}_0 + \hat{c}_s = 0,609$, sendo também uma estimativa da variância, σ^2 do processo ou seja da Logtaxa.

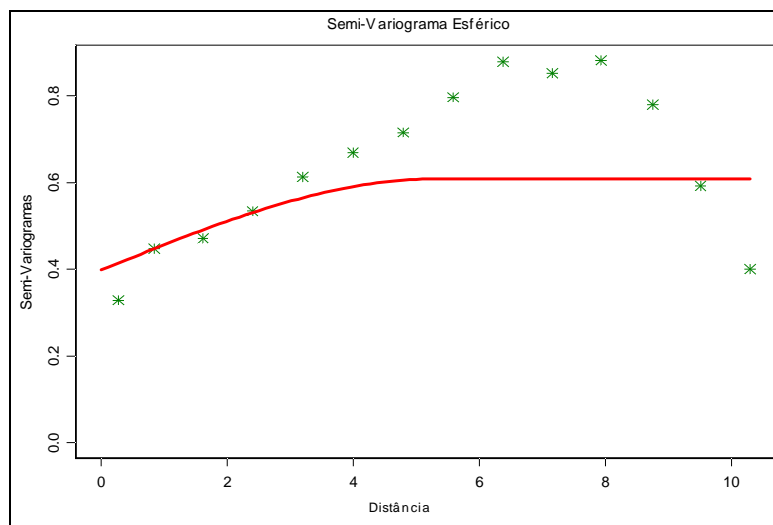


Figura 4.1: Semivariograma ajustado pelo S-PLUS – (*) representa o semivariograma experimental – (—) a linha contínua representa o variograma ajustado, onde o vetor de parâmetros foi estimado por Mínimos Quadrados Ponderados.

As predições do modelo foram geradas pela técnica de *Kriging* Ordinário para as 339 cidades que participaram do estudo, obtendo-se previsões em termos de logtaxa, e o método da validação cruzada e a análise de resíduos indicaram que o modelo

estava adequado para descrever o conjunto de dados analisado. Para obter-se previsões para o número de casos diagnosticados de AIDS em cada município foi utilizada a transformação inversa da variável logtaxa e a correção pela distribuição lognormal (Mood, 1974). Logo, o valor predito para um município com coordenadas x_i onde $x_i = (lat_i, long_i)$ é o vetor contendo as coordenadas de latitude e longitude do município i , de Minas Gerais, foi obtido usando-se a seguinte equação:

$$\hat{Z}(x_i) = \hat{Taxa}(x_i) \times pop(x_i)$$

onde,

$$\hat{Taxa}(x_i) = \exp \left\{ \hat{Logtaxa}(x_i) + \frac{1}{2} \sigma_e^2(x_i) \right\}$$

e $pop(x_i)$ representa o total populacional do município localizado no vetor de coordenadas x_i .

Naturalmente houve uma maior dificuldade para projetar-se o número de casos em cidades como Uberaba, Uberlândia e Juiz de Fora, já que estas cidades apresentaram valores discrepantes de logtaxa. Como exemplo, apresentamos na Tabela 4.1 previsões para o período de 1996 a 1999, geradas pelo modelo de Geoestatística, para algumas cidades do estado de Minas Gerais.

Tabela 4.1: Predição do total do número de casos de AIDS para algumas cidades de Minas Gerais.

Cidades	Valor Observado	Predição	Intervalo de Confiança (95%)
1.Barbacena	18	25,65	(5 ; 77)
2.Betim	80	62,97	(13 ; 188)
3.Contagem	183	75,59	(16 ; 226)
4.Curvelo	7	10,76	(2 ; 33)
5.Diamantina	7	6,63	(1 ; 20)
6.Divinópolis	40	25,67	(5 ; 78)
7.Ipatinga	77	49,18	(10 ; 147)
8.Itajubá	53	22,03	(5 ; 66)
9.Juiz de Fora (*)	392	129,36	(27 ; 390)
10.Lavras	17	22,70	(5 ; 68)
11.Montes Claros	32	28,23	(6 ; 86)
12.Paracatu	7	5,25	(1 ; 17)
13.Poços de Caldas	46	16,33	(3 ; 50)
14.São João Del-Rei	22	14,64	(3 ; 44)
15.Teófilo Otóni	33	22,40	(5 ; 68)
16.Uberaba (*)	362	75,90	(15 ; 232)
17.Uberlândia (*)	211	109,33	(22 ; 334)

(*) Cidades consideradas "outliers"

As projeções para 2003 obtidas para as cidades que não apresentaram casos diagnosticados de AIDS (514 municípios) no período de 1996 a 1999 indicaram um total de 784 novos casos, ou por outro lado, uma subnotificação estimada de 784 novos casos no período considerado em Minas Gerais como mostra a Tabela 4.2.

Estas previsões também podem ser vistas como o número de casos esperado no período de 2000 à 2003.

Tabela 4.2: Projeção do número de casos de AIDS em 2003 para algumas cidades que não apresentaram casos diagnosticados de AIDS no período de 1996 a 1999.

Município		População	Predição	Predição (truncado)	I.C. de 95%	
					Linferior	Lsuperior
1	Arinos	17149	1,2139	2	0	3
2	Bonfinópolis de Minas	13675	1,0925	2	0	2
3	Brasília de Minas	43615	3,6080	4	2	6
4	Espinosa	31550	2,4147	3	1	4
5	Manga	30988	2,9005	3	1	5
6	Capelinha	33659	3,0816	4	2	5
7	Minas Novas	33446	2,5328	3	1	4
8	Ataléia	15809	1,9090	2	1	3
9	Bertópolis	9253	1,0341	2	0	2
10	Coromandel	26127	3,0372	4	2	5
11	Lagoa Formosa	15901	1,8097	2	1	3
12	Abaeté	22082	2,6420	3	1	4
13	Luz	16973	2,9306	3	2	5
14	Paraopeba	18623	2,8550	3	1	5
15	Serro	20374	2,9518	3	1	5
16	Guanhães	26518	4,2401	5	2	7
17	Inhapim	33288	5,7974	6	4	8
18	Bambuí	21187	4,8447	5	3	7
19	Cláudio	20530	3,2047	4	2	5
20	Guaranésia	17538	2,9116	3	2	5
21	Ouro Fino	28320	4,5987	5	3	7
22	Nepomuceno	24771	4,3545	5	3	6
23	Tiradentes	11695	2,0481	3	1	3
24	Divino	22915	2,8182	3	1	4
25	Raul Soares	29036	3,9011	4	2	6

A análise apresentada neste capítulo bem como aquelas que constam dos artigos de Mingoti, Rosa & Leite (2002) e Mingoti & Pantuzzo (1998) mostram que a metodologia de geoestatística teve uma boa adequação para descrever a variação espacial do número de AIDS diagnosticados nos municípios do Estado de Minas Gerais para o período de 1996 a 1999. A simplicidade e o bom desempenho do modelo de geoestatística para os dados apresentados neste capítulo faz com que esta seja considerada uma opção alternativa para gerar-se previsões do número de casos

diagnosticados de AIDS em Minas Gerais ou mesmo para subnotificação da AIDS.

4.2 Metodologia para Detecção de "Outliers"

Se a natureza espacial das observações for ignorada e os dados forem tratados como um conjunto de informações sem levar em consideração a localização espacial, as técnicas de estatística descritiva para detecção de "outliers", como gráficos de ramos-e-folhas e Box-plots, são úteis para detecção de pontos discrepantes. Na análise de dados espaciais, a investigação de observações discrepantes deve ser feita levando-se em consideração a vizinhança, o que implica em dizer-se que leva-se também em consideração uma estacionariedade relativa local. Logo, a esperança de $Z(x_i)$, é uma função da posição ocupada no espaço. Vale ressaltar que, quando os dados estão localizados em \mathfrak{R}^2 , ou seja, numa malha regular, a análise pode ser sintetizada numa tabela de dupla entrada. Cressie(1993) definiu uma estatística (u) em função da diferença entre a média e a mediana dos dados observados, sendo que valores de $|u|$ próximos ou maiores que 3 dão uma indicação da presença de "outliers" nos dados. A estatística u é definida como:

$$u = \frac{\sqrt{n} (\bar{X} - \tilde{X})}{(0,7555) \hat{\sigma}}$$

onde,

$$\hat{\sigma} = \frac{(Q_3 - Q_1)}{1,3490}$$

Este desvio padrão assim definido é uma medida robusta em relação à presença de "outliers"; \bar{X} e \tilde{X} representam respectivamente a média e a mediana dos dados observados e Q_3 e Q_1 representam o terceiro quartil e o primeiro quartil respectivamente.

A estatística u é basicamente a razão entre a diferença $(\bar{x} - \tilde{x})$ e a variância de $(\bar{x} - \tilde{x})$, sendo que:

$$Var(\bar{x} - \tilde{x}) = \frac{\sigma^2}{n} \left(\frac{\pi}{2} - 1 \right)$$

Como exemplo de aplicação, retomemos as taxas de incidência de AIDS nos

municípios de Minas Gerais por 100.000 habitantes. Tomemos o Estado de Minas Gerais dividido em uma malha regular, onde o eixo das abscissas corresponde ao valor relativo à coordenada da longitude e o eixo das ordenadas correspondente ao valor da coordenada latitude. Esta forma de apresentação torna as coordenadas coerentes com o eixo cartesiano. A Figura 4.2 mostra a divisão do Estado de Minas Gerais em uma malha regular igualmente espaçadas no \mathfrak{R}^2 . Desta forma, podemos calcular a estatística u em relação a uma linha ou a uma coluna .

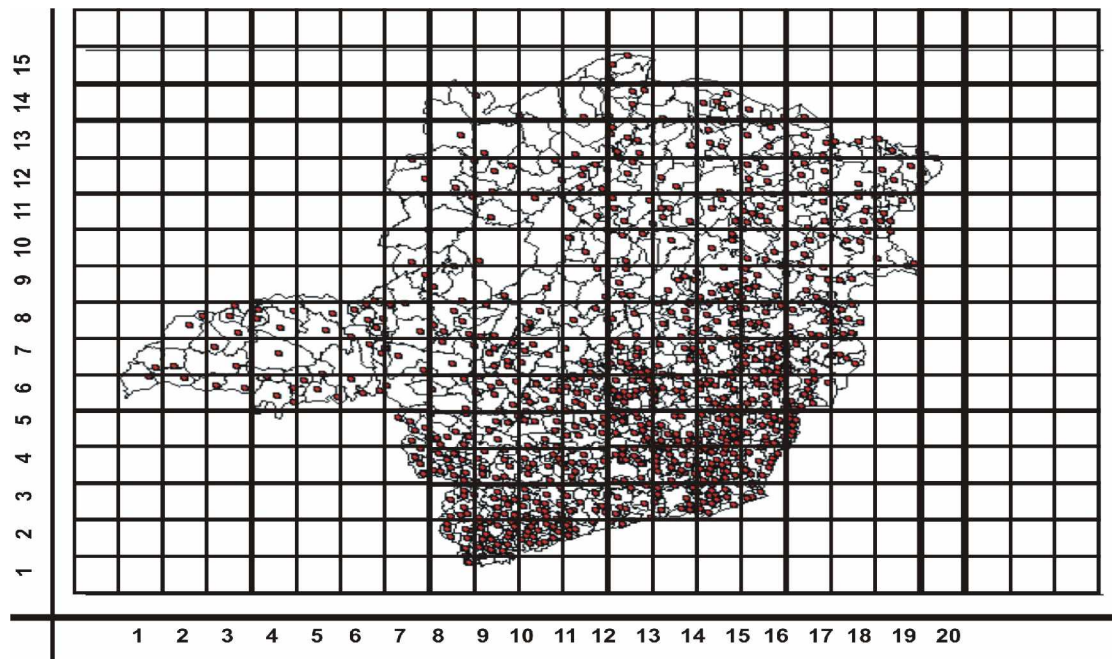


Figura 4.2: Divisão do Estado de Minas Gerais em uma malha regular.

Uma análise do Gráfico 4.5 da distribuição espacial das taxas de AIDS sugere a existência de valores discrepantes entre as longitude -49 e -45 e também entre -42 e -40 graus, local no qual localiza-se a região do triângulo mineiro e região central (Belo Horizonte).

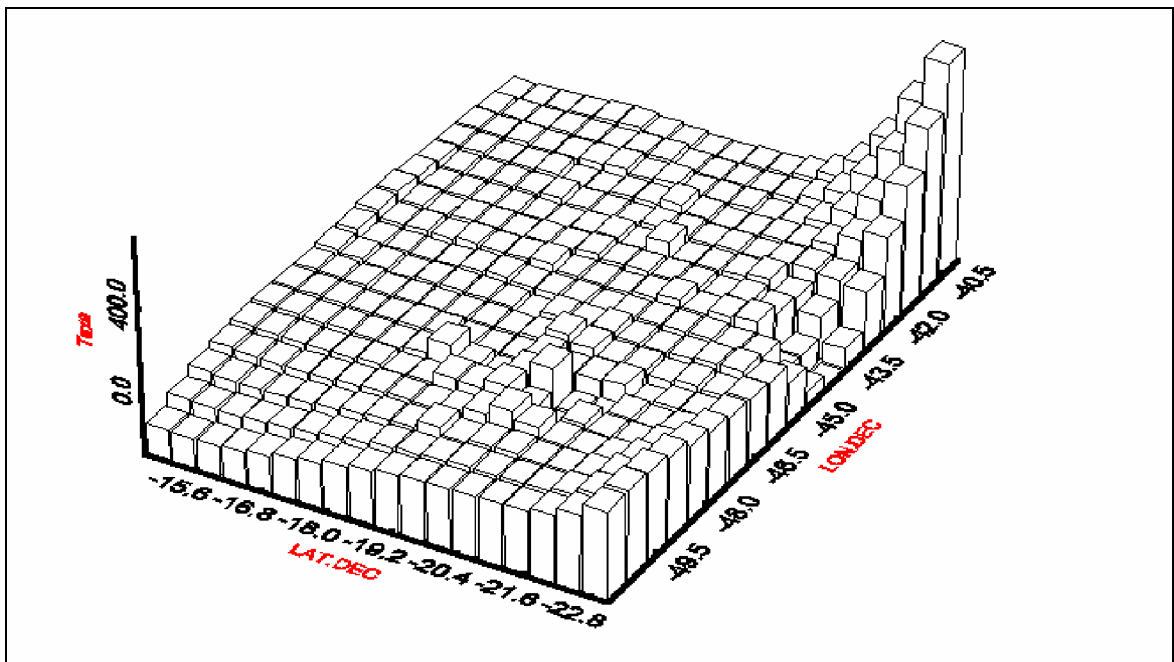


Gráfico 4.5: Taxa de Incidência de Aids nos Municípios de Minas Gerais. – Gráfico tri-dimensional

Desta forma, calculando-se a estatística u , temos uma indicação de “outliers” nas colunas 4, 7A, 9, 10, 11, 12 e 15. Similarmente as linhas 2, 3, 4, 6, 7, 10, 13 e 14 também fornecem a indicação de “outliers” (ver Tabela 4.3). Para efeito de cálculo, foram agrupadas as colunas 1 e 2 da Figura 4.2, originando a coluna 1A e colunas 6 e 7 originando a coluna 7A.

Tabela 4.3 : Escores para detecção de “outliers”.

Coluna(Longitude)	1A	3	4	5	7A	8	9	10	11
u	-0.1487	0.6792	2.7598	-0.0375	19.0091	1.7606	5.1590	2.5269	3.8567
Coluna(Longitude)	12	13	14	15	16	17	18	19	20
u	2.6568	1.5960	1.0162	3.4988	1.2393	0.1403	1.8660	1.9888	0.5748
Linha(Latitude)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
u	0.6018	2.8453	2.1042	2.5221	1.7825	4.8548	3.7952	1.3340	0.2733
Linha(Latitude)	10	11	12	13	14	15			
u	2.6758	1.6191	0.8365	2.1237	2.2217	1.3085			

A Tabela 4.4 mostra nominalmente as cidades com maiores taxas de incidência de Aids em cada linha e coluna conforme indicação da estatística u .

Tabela 4.4: Cidades consideradas “Outliers” pela Estatística u .

Nr da Coluna	Cidade/“Outlier”	Nr da Linha	Cidade/“Outlier”
4	Fortaleza de Minas	2	São Lourenço
7A	Uberaba	3	Juiz de Fora
9	Ibiá	4	São Sebastião do Paraíso
10	Tapira	6	Uberaba
11	São Lourenço	7	Ibiá
12	Lassance	10	Lassance
15	Juiz de Fora	13	Lontra
		14	Januária

É importante observar que a análise de “*outliers*” apresentada na seção 4.1 foi obtida usando-se métodos estatísticos que não levavam em consideração a localização espacial dos dados amostrais. Deste modo, algumas cidades consideradas “*outliers*” analisada sob a ótica local deixaram de ser detectadas. No entanto, a metodologia de detecção de “*outliers*” proposta por Cressie (1993), por considerar uma estacionariedade relativa local, conseguiu perceber a existência de “*outliers*” em determinadas vizinhanças.

Capítulo 5: Simulações de Monte Carlo.

A simulação tem como objetivo avaliar o desempenho dos vários estimadores de variogramas ou semivariograma que estão sendo investigados nesta dissertação através da comparação dos valores teóricos do variograma do processo gerado com os valores do variograma experimental.

5.1 Mecanismo de Simulação de Variogramas.

Dentre a classe dos modelos de séries temporais estacionários, interessa-nos nesta dissertação a classe ARMA(p,q), sendo que as amostras oriundas destes modelos estão estreitamente relacionadas com os modelos de variogramas teóricos discutidos no Capítulo 2. Serão abordados os modelos ARMA(0,1) ou MA(1), ARMA(1,0) ou AR(1), ARMA(2,0) ou AR(2) e ARMA(1,1). Algumas referências sobre estes modelos são Box & Jenkins (1976) e Brockwell & Davis (1991). A geração de amostras foi efetuada de acordo com a sugestão de Sharp (1982).

5.1.1 Processos Autoregressivos – AR(p).

Considere o modelo ARMA (p,0) dado a seguir:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t + \delta \quad (5.1.1.1)$$

onde $(\delta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \sigma^2)$ é o vetor de parâmetros associado, e a_t uma série ruído branco, sendo $\sigma^2 = \text{Var}(Z_t)$. O processo assim definido é denominado autoregressivo de ordem p ou processo AR(p).

Em particular, os processos autoregressivos de primeira ordem ($p=1$) e de segunda ordem ($p=2$) reduzem-se aos respectivos modelos matemáticos:

$$\text{I) } Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t + \delta \quad (5.1.1.2)$$

sendo $|\phi| < 1$ uma condição necessária para que o processo seja estacionário.

A função de autocorrelação do processo AR(p) é dada por:

$$\begin{cases} \rho_1 = \phi \\ \rho_k = \phi \rho_{k-1} \text{ para } \forall k \geq 2 \end{cases} \quad (5.1.1.3)$$

Para modelos autoregressivos de ordem um ou AR(1), a variância do processo é dada por:

$$\sigma^2 = \text{Var}(Z) = \frac{\sigma_a^2}{1-\phi^2} \quad (5.1.1.4)$$

$$\text{II) } Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t + \delta \quad (5.1.1.5)$$

onde,

$$\begin{cases} -1 < \phi_2 < 1 \\ \phi_2 - \phi_1 < 1 \\ \phi_2 + \phi_1 < 1 \end{cases} \quad (5.1.1.6)$$

são condições necessárias para assumir estacionariedade do processo. Para os processos autoregressivos de ordem dois, AR(2), a função de autocorrelação associada é:

$$\begin{aligned} \rho_k &= \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}, \quad \forall k \geq 2 \\ \rho_1 &= \frac{\phi_1}{(1-\phi_2)} \end{aligned} \quad (5.1.1.7)$$

sendo a variância do processo dada por:

$$\sigma^2 = \text{Var}(Z) = \left(\frac{1-\phi_2}{1+\phi_2} \right) \left\{ \frac{\sigma_a^2}{[(1-\phi_2)^2 - \phi_1^2]} \right\} \quad (5.1.1.8)$$

5.1.2 Processos Médias Móveis – MA(q)

Considere o modelo dado a seguir:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} + \mu \quad (5.1.2.1)$$

onde $(\mu, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma^2)$ é o vetor de parâmetros do processo, e $\sigma^2 = \text{Var}(Z_t)$ e

a_t é uma série ruído branco. O processo assim definido, é denominado média móvel de ordem p ou processo MA(q). Trataremos especificamente o caso de ordem um ou MA(1), dado por:

$$Z_t = a_t - \theta a_{t-1} + \mu \quad (5.1.2.2)$$

sendo $|\theta| < 1$ uma condição necessária para que o processo seja invertível.

A função de autocorrelação associada a um modelo MA(1) é dada por:

$$\begin{cases} \rho_1 = \frac{-\theta}{(1+\theta^2)} \\ \rho_k = 0, \forall k \geq 2 \end{cases} \quad (5.1.2.3)$$

sendo a variância do processo dada por:

$$\sigma^2 = Var(z) = \sigma_a^2 (1 - \theta^2) \quad (5.1.2.4)$$

5.1.3 Processo Autoregressivo Média Móvel – ARMA(p,q).

Os modelos ARMA(p,q) são um misto entre modelos média móvel e autoregressivo. Estes modelos têm a seguinte representação matemática:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \dots - \theta_q a_{t-q} + \delta \quad (5.1.3.1)$$

onde $(\delta, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q, \sigma^2)$ é vetor de parâmetros do processo e a_t é uma série ruído branco. O processo assim definido é denominado autoregressivo média móvel de ordem p, q, ou processo ARMA(p,q).

Trabalharemos nesta dissertação com os modelos ARMA(1,1), cuja equação matemática reduz –se a:

$$Z_t = \phi Z_{t-1} - \theta a_{t-1} + a_t + \delta \quad (5.1.3.2)$$

sendo $|\theta| < 1$, $|\phi| < 1$. A função de autocorrelação associada a um modelo ARMA (1,1) é portanto:

$$\begin{cases} \rho_k = \phi \rho_{k-1} \\ \rho_1 = \frac{(1-\phi\theta)(\phi-\theta)}{(1+\theta^2-2\phi\theta)} \\ \rho_0 = 1 \end{cases} \quad (5.1.3.3)$$

a variância teórica do processo é dada por:

$$\sigma^2 = \text{Var}(Z) = \frac{(1-2\theta\phi + \theta^2)\sigma_a^2}{1-\theta^2} \quad (5.1.3.4)$$

5.1.4 Variogramas e Modelos ARMA.

A geração de variogramas teóricos deriva-se da relação:

$$2\gamma(h;\theta) = 2\sigma^2(1-\rho_h) \quad (5.1.4.1)$$

onde as autocorrelações ρ_h , em \mathfrak{R}^1 , são obtidas pelas relações de recursividade dos modelos de séries temporais do tipo ARMA, e θ é o vetor de parâmetros do variograma teórico do processo estocástico gerador dos dados amostrais. Comparando-se o gráfico resultante de $2\gamma(h) \times h$ com a forma geométrica dos modelos teóricos discutidos no Capítulo 2, pode-se identificar a relação entre modelos ARMA e os modelos de variograma correspondente.

Processos autoregressivos de ordem um, AR(1), por exemplo, possuem afinidade com variogramas do tipo exponenciais, esféricos e lineares. Os modelos senoidais possuem afinidade com modelos de séries temporais AR(2).

Os modelos autoregressivos AR(1), especificamente, com ϕ_1 entre 0,8 e 0,9, produzem variogramas claramente exponenciais, assim como modelos ARMA(1,1) com $\phi_1=0,9$ e θ_1 entre 0,1 e 0,8. No Gráfico 5.1 mostramos um exemplo de variograma gerado por recursividade de acordo com a equação 5.1.4.1 com $\phi_1=0,85$; $lag = 1, \dots, 50$ e $\sigma^2 = 3$.

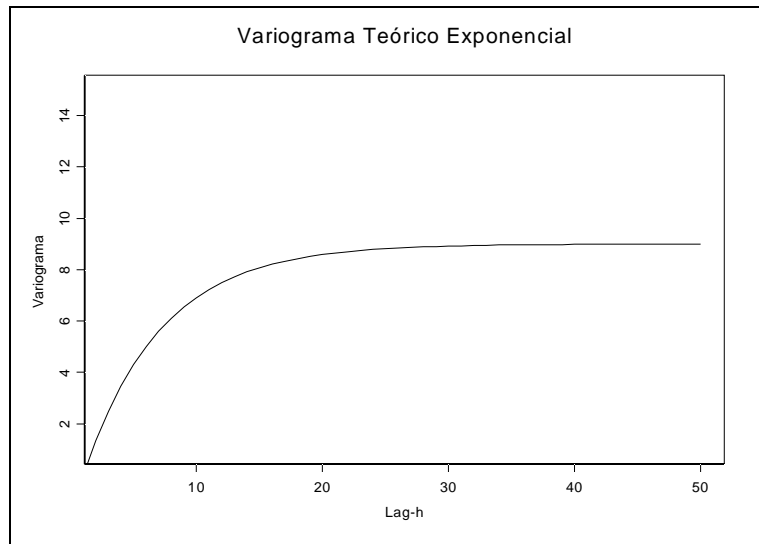


Gráfico 5.1: Variograma exponencial gerado por recursividade
Série AR(1), com $\phi_1=0,85$ e $\sigma^2=3$.

Os modelos auto-regressivos AR(2), com ϕ_1 entre 0,1 e 2, ϕ_2 entre -1 e 0, produzem variogramas senoidais, obedecidas as condições de estacionariedade do processo (Seção 3). Como exemplo mostramos no gráfico 5.2 o Variograma teórico gerado por recursividade com $\phi_1=1,7$ e $\phi_2=-0,9$; $lag = 1, \dots, 50$ e $\sigma^2=3$.

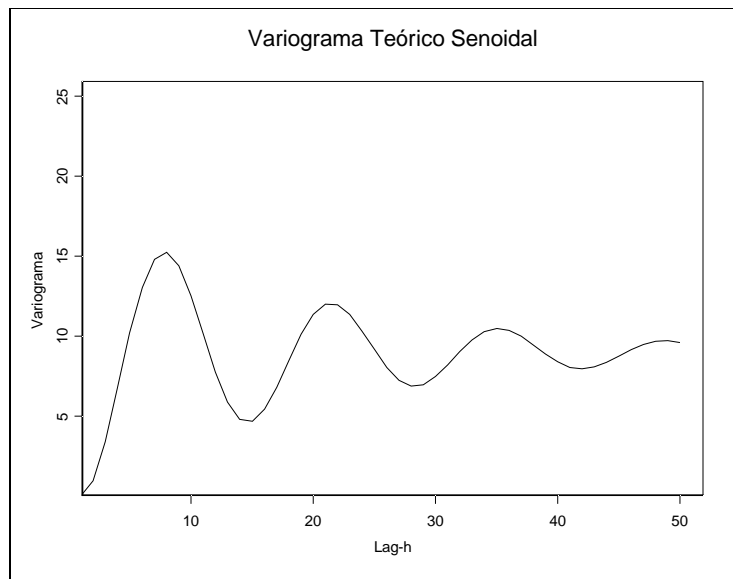


Gráfico 5.2 : Variograma senoidal gerado por recursividade –
Série ARMA(1,1), $\phi_1=1,7$ e $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=3$.

Outra aplicação de uso da função de variograma é o reconhecimento da distância ou lag nos processos ARMA, a partir do qual as observações tornam-se não correlacionadas ou equivalentemente o lag ou a distância da ordenada onde o variograma inicia sua estabilização (Haslett, 1997). Como exemplo,

mostramos os Gráficos 5.3 e 5.4, onde podemos perceber que a partir do lag, ou distância, no qual a covariância tende a se estabilizar próximo a um valor pequeno, o variograma associado também inicia a sua estabilização. Neste ponto passa atuar no processo somente a variabilidade intrínseca no processo estocástico e não mais a correlação.

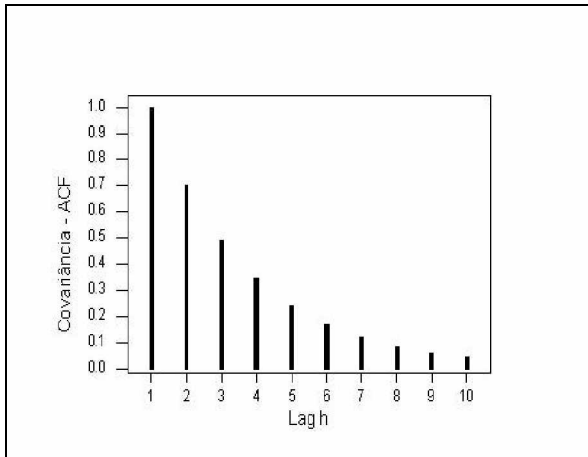


Gráfico 5.3: Função de covariância.

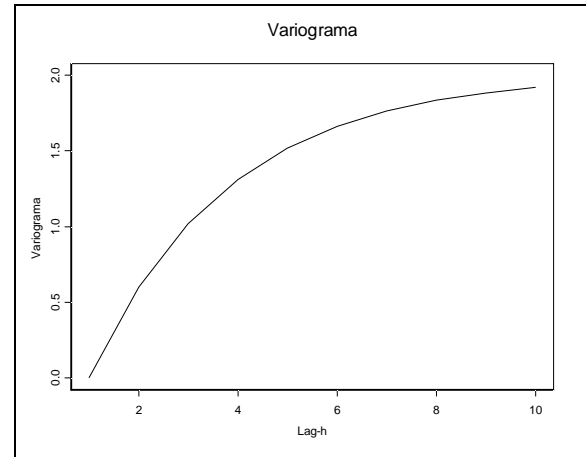


Gráfico 5.4: Variograma Esférico - $\phi = 0,9$.

As relações de recursividade dos modelos ARMA são a base de geração dos variogramas teóricos, por suas propriedades teóricas, especialmente variogramas da classe da estatística paramétrica. A seguir apresentamos um resumo das relações de recursividade dos modelos ARMA(p,q), com os modelos de variogramas.

Tabela 5.1: Relação de recursividades dos modelos de séries temporais do tipo ARMA, utilizados nesta dissertação.

Modelo	Autocorrelação	Classe de Variograma
1. ARMA (1,0)	$\rho_k = \phi \rho_{k-1}, se k \geq 1$	Esférico
2. ARMA (1,1)	$\rho_k = \phi \rho_{k-1}, k \geq 2$ $\rho_1 = \frac{(1-\phi\theta)(\phi-\theta)}{(1+\theta^2-2\phi\theta)}$	Exponencial
3. ARMA (2,0)	$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2}, k \geq 2$ $\rho_1 = \frac{\phi_1}{(1-\phi_2)}$	Senoidal

5.2 Modelos de Variogramas Simulados e Processo de Geração de Amostras.

Os múltiplos conjuntos de populações espacialmente dependentes foram simulados de acordo com o modelo ARMA(p,q), discutidos na Seção 5.1. Para se

garantir que as amostras estavam realmente representando o processo ARMA estabelecido foi feito um controle durante a simulação a fim de que estas realmente estivessem representado séries provindas dos valores teóricos escolhidos para os parâmetros do modelo. Os parâmetros que foram mantidos “sob controle” foram: a correlação amostral, ρ , a variância do processo σ^2 .

A Tabela 5.2.1, a seguir, apresenta os modelos utilizados para geração das amostras.

Tabela 5.2.1: Modelos teóricos ARMA e Variogramas Associados.

Modelo Teórico	Amostra	Variograma
Processos Autoregressivos – AR(1)	$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t + \delta$	Esférico
Processos Autoregressivos Média Móvel– ARMA(1,1)	$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \theta_1 a_{t-1} + a_t + \delta$	Exponencial
Processos Autoregressivos de segunda ordem – AR(2)	$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t + \delta$	Senoidal

onde Z_t representa a característica medida na amostra t , ϕ e θ são os parâmetros do processo, obedecendo as condições de estacionariedade e invertibilidade, discutidas na Seção 5.1, a_t é o erro aleatório com média zero e variância igual a σ_a^2 , e δ é uma constante.

Para cada modelo foram simuladas $k=100$ séries de tamanho $n=100$, obedecendo as condições de estacionariedade e invertibilidade do modelo, e de forma que os valores dos parâmetros ϕ e θ possuíssem estreita relação com um dos modelos de variograma isotrópico dado no Capítulo 2, usando a relação de recursividade dada em 5.1.4.1. Considerando-se que, para estimar o variograma em cada lag h necessita-se de um mínimo de 30 observações e que o valor máximo de h para efeito do procedimento de estimação de Mínimos Quadrados Ponderado deve estar na vizinhança de $\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor$, onde $\lfloor x \rfloor$ denota o maior inteiro menor ou igual a x , o valor $n=100$ é mais que suficiente para avaliar-se a qualidade dos estimadores de variograma (variogramas experimentais), (Journel & Huijbregts, 1978).

As amostras foram geradas de modo a ter-se a média fixada em $\mu = 40$, sendo $\sigma_a^2 = 5$ a variância de a_t . Nos modelos ARMA(p,q), a variância do processo σ^2 é diretamente proporcional ao valor de σ_a^2 . Deste modo, a escolha de σ_a^2 diferente de 5 tem o efeito apenas de posicionar o variograma teórico mais acima ou mais abaixo

daquele gerado com $\sigma_a^2 = 5$. Assim, não há necessidade de explorarmos outros valores de σ_a^2 na simulação para efeito de avaliação dos estimadores de variogramas (variogramas experimentais).

O *software* utilizado para desenvolver as simulações foi o S-Plus (2000), com o módulo de “S+ *Statistical Spatial*” (Versão 1.5).

Num primeiro momento, simulou-se amostras bem comportadas dos processos ARMA. Num segundo momento, foram geradas amostras contaminadas com valores discrepantes (“*outliers*”), e uma parte (%) dos valores originais das primeiras amostras foi substituída pelos valores discrepantes. Para obtenção os “*outliers*” foram simuladas amostras do mesmo modelo adicionando-se uma constante ($Z_t + \delta^*$). Deste modo, os valores de correlação e variâncias teóricos do processo gerador dos dados amostrais foram preservados.

Os modelos de variogramas teóricos simulados e os respectivos parâmetros estão apresentados na Tabela 5.2.2. As Figuras 5.2.1 à 5.2.18 mostram exemplos de variogramas teóricos gerados nesta dissertação, usando a relação 5.1.4.1.

Tabela 5.2.2: Modelos de Variogramas Teóricos e respectivos parâmetros.

Modelo Teórico	Porcentagem de “ <i>outliers</i> ” nas Amostras			
	0%	5%	10%	15%
Esférico	$\phi = 0,9$	$\phi = 0,9$	$\phi = 0,9$	$\phi = 0,9$
Exponencial	$\phi = 0,9$ $\theta = 0,3$	$\phi = 0,9$ $\theta = 0,3$	$\phi = 0,9$ $\theta = 0,3$	$\phi = 0,9$ $\theta = 0,3$
Senóide	$\phi_1 = 1,7$ $\phi_2 = -0,9$	$\phi_1 = 1,7$ $\phi_2 = -0,9$	$\phi_1 = 1,7$ $\phi_2 = -0,9$	$\phi_1 = 1,7$ $\phi_2 = -0,9$

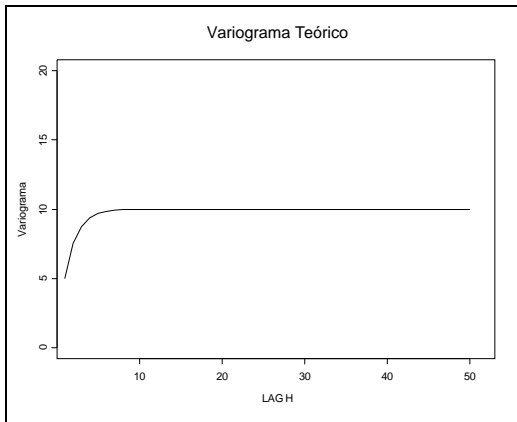


Figura 5.2.1: Variograma Teórico $\phi_1=0,50$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

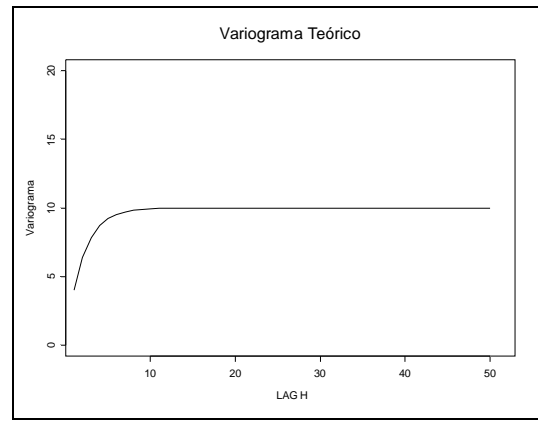


Figura 5.2.2: Variograma Teórico $\phi_1=0,60$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

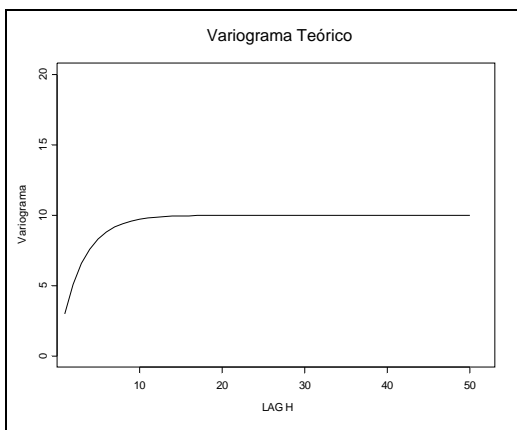


Figura 5.2.3: Variograma Teórico $\phi_1=0,70$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

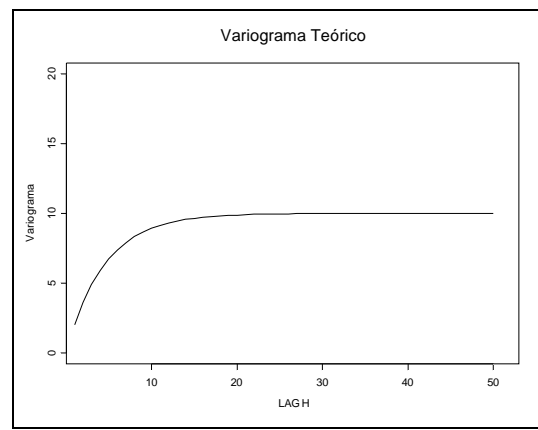


Figura 5.2.4: Variograma Teórico $\phi_1=0,80$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

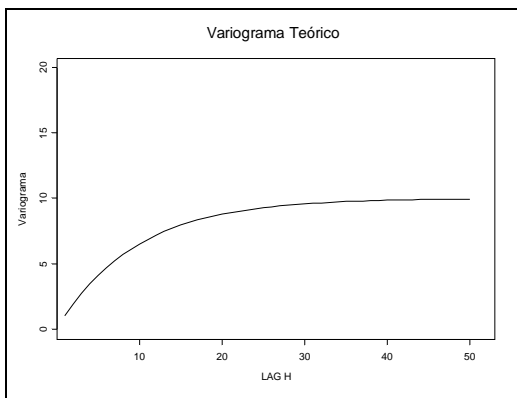


Figura 5.2.5: Variograma Teórico $\phi_1=0,90$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

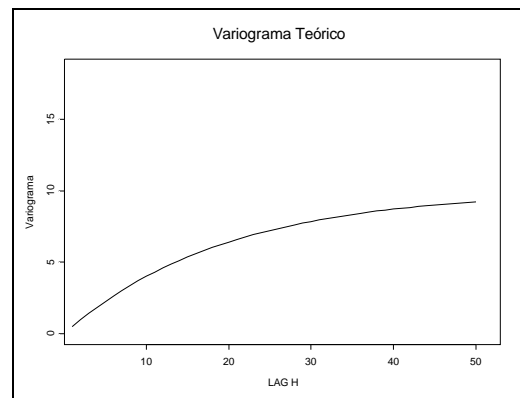


Figura 5.2.6: Variograma Teórico $\phi_1=0,95$ e $\sigma^2=5$.⁽¹⁾

⁽¹⁾ Exemplos de Variogramas Teóricos gerados por processos Autoregressivos de ordem 1, AR(1), da série $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t$ onde σ^2 e variância do processo Z_t e $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$.

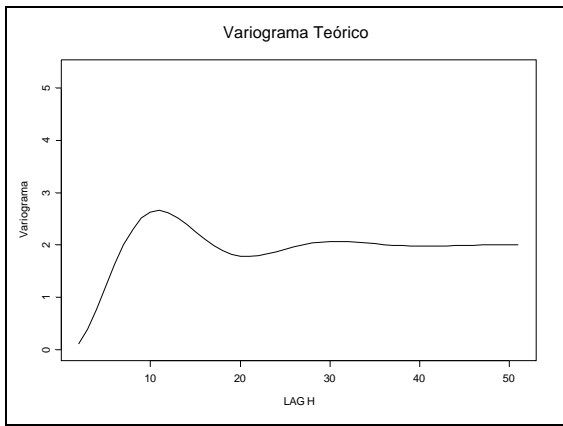


Figura 5.2.7: Variograma Teórico $\phi_1=1,7$, $\phi_2=-0,8$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾

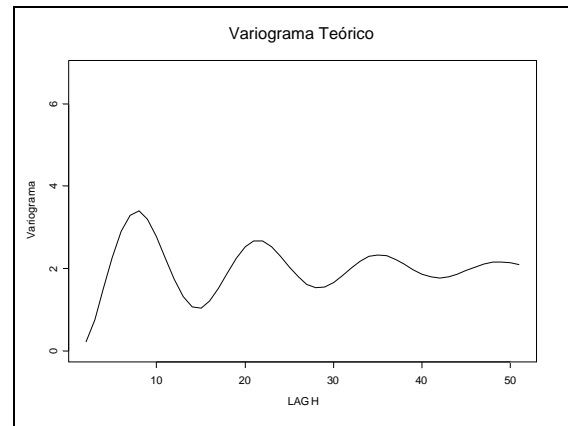


Figura 5.2.8: Variograma Teórico $\phi_1=1,7$, $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾.

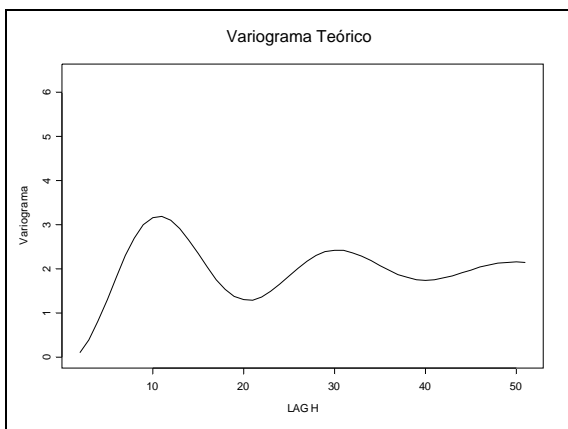


Figura 5.2.9: Variograma Teórico $\phi_1=1,8$, $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾.

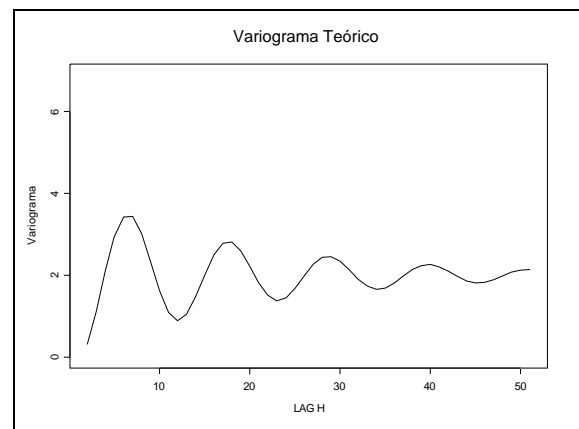


Figura 5.2.10: Variograma Teórico $\phi_1=1,6$, $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾.

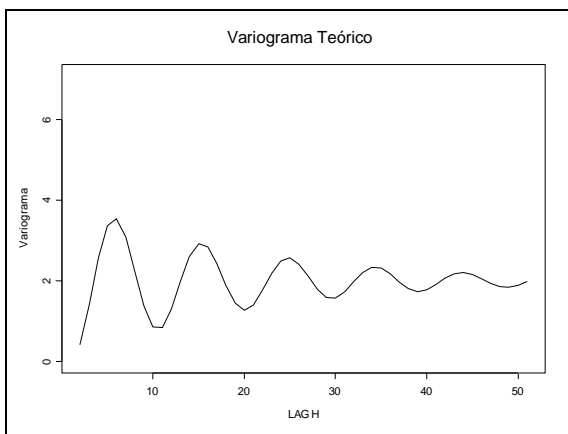


Figura 5.2.11: Variograma Teórico $\phi_1=1,5$, $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾.

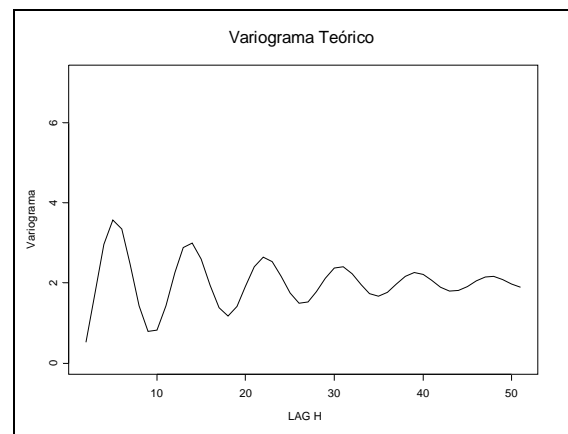


Figura 5.2.12: Variograma Teórico $\phi_1=1,4$, $\phi_2=-0,9$ e $\sigma^2=1$ ⁽²⁾.

⁽²⁾ Exemplos de Variogramas Teóricos gerados por processos Autoregressivos de ordem 2, AR(2), da série $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t$ onde σ^2 é variância do processo Z_t e $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$.

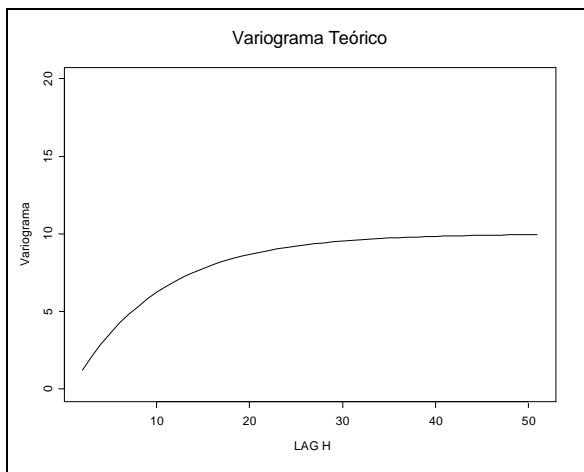


Figura 5.2.13: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,10$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

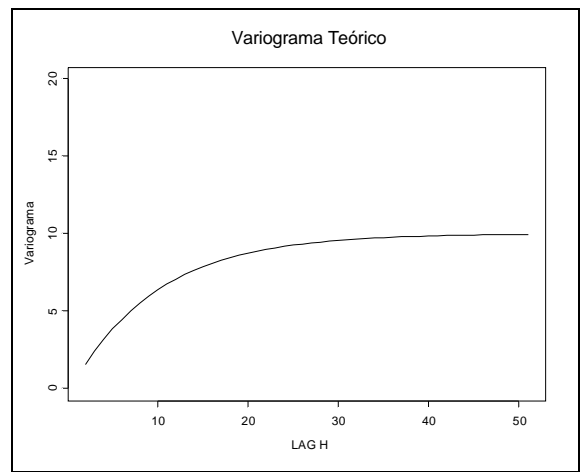


Figura 5.2.14: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,20$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

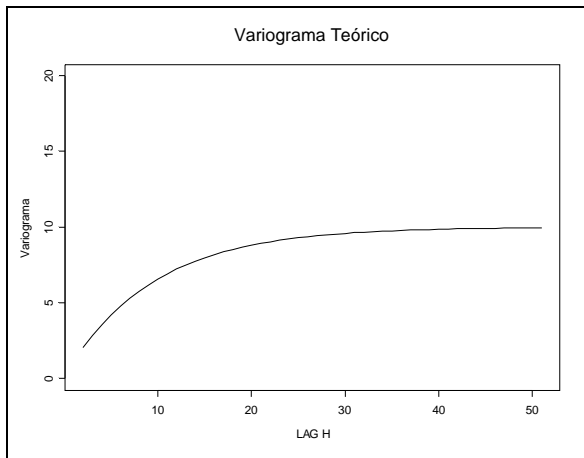


Figura 5.2.15: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,30$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

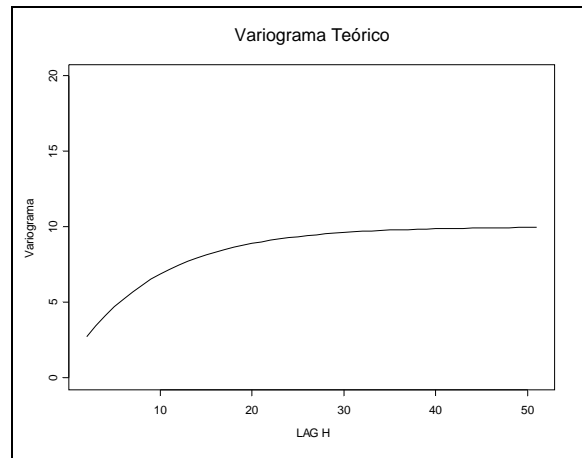


Figura 5.2.16: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,40$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

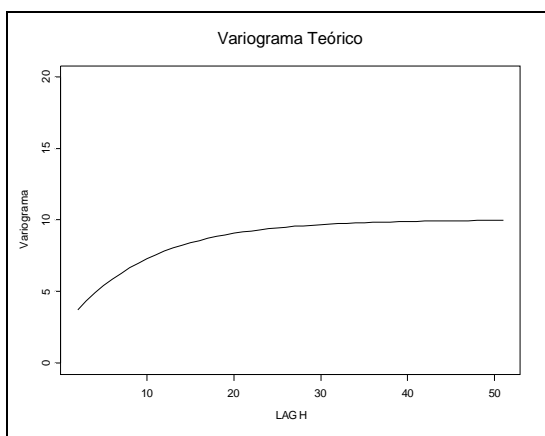


Figura 5.2.17: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,50$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

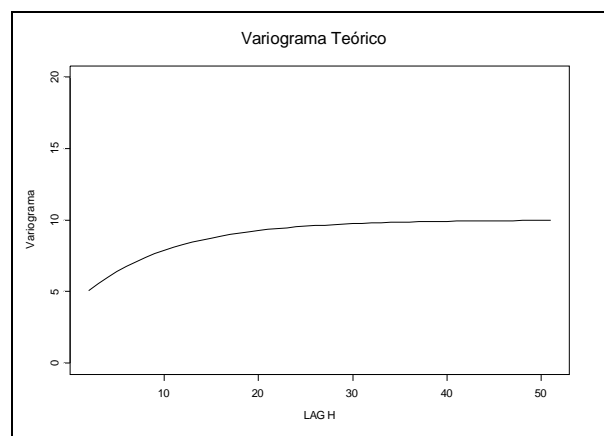


Figura 5.2.18: Variograma Teórico $\phi_1=0,9$, $\theta_1=0,60$ e $\sigma^2=5$ ⁽³⁾.

(3) Exemplos de Variogramas Teóricos gerados por processos Autoregressivos de ordem 2, ARMA(1,1), da série $Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \theta_1 a_{t-1} + a_t$ onde σ^2 e variância do processo Z_t e $a_t \sim N(0, \sigma_a^2)$.

5.3 Medidas de Ajuste usadas na Avaliação dos Estimadores de Variograma.

A comparação e análise dos estimadores de Variogramas foram feitas através do Erro Médio (EM), Erro Quadrático Médio (EQM), Erro Médio Absoluto (EMA), Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) e o Erro Médio Relativo (EMR), calculados para cada lag h fixo e definidos respectivamente por:

Erro Médio – EM.

$$EM = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k (2\gamma(h) - 2\hat{\gamma}_j(h)) \right] \quad (5.3.1)$$

Erro Médio Absoluto – EMA.

$$EMA = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k | (2\gamma(h) - 2\hat{\gamma}_j(h)) | \right] \quad (5.3.2)$$

Erro Médio Quadrático – EQM.

$$EQM = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k (2\gamma(h) - 2\hat{\gamma}_j(h))^2 \right] \quad (5.3.3)$$

Raiz do Erro Médio Quadrático – REQM.

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k (2\gamma(h) - 2\hat{\gamma}_j(h))^2 \right]} \quad (5.3.4)$$

Erro Médio Relativo – EMR.

$$EMR = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k \frac{|(2\gamma(h) - 2\hat{\gamma}_j(h))|}{2\gamma(h)} \right] = \frac{1}{k} \left[\sum_{j=1}^k \left| 1 - \frac{2\hat{\gamma}_j(h)}{2\gamma(h)} \right| \right] \quad (5.3.5)$$

onde k representa o número de amostras geradas do modelo teórico de variograma $2\gamma(h)$ ou seja, o verdadeiro variograma do processo estocástico, e $2\hat{\gamma}_j(h)$ representa a estimativa do variograma de ordem h ($2\gamma(h)$) obtida usando a j -ésima amostra,

$j=1,2,\dots,100$, feita por um dos estimadores descritos na seção 3.1 e objetos de estudo nesta dissertação.

O Quadro 1 apresenta um resumo dos estimadores tratados nesta dissertação e que foram discutidos no Capítulo 3.

Quadro 1: Resumo dos Estimadores de Variogramas

1	$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{x=1}^{n-h} (Z(x_i) - Z(x_k))^2, \quad h \in \mathfrak{R}$	Clássico (Matheron, 1963)
2	$2\bar{\gamma}(h) = \frac{\left[\left(\frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} Z(x_i) - Z(x_k) ^{\frac{1}{2}} \right)^4 \right]}{C_h}, \quad h \in R^d$ <p>onde:</p> $C_h = \left(0,457 + \frac{0,494}{N_h} \right)$	Robusto (Cressie & Hawkins, 1980)
3	$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{\left[\text{med} \left\{ Z(x_i) - Z(x_k) ^{\frac{1}{2}} : \ x_i - x_k\ = h \right\} \right]^4}{B(h)}, \quad \forall x_i \neq x_k$ <p>onde:</p> $B(h) = 0,457,$	Das Medianas (Cressie, 1993),
4	$2\hat{\gamma}(h) = (Q_{N_h})^2, \quad Q_{N_h} = 2,2191 \left\{ V_i(h) - V_j(h) ; i < j \right\}_{(k)}$ <p>sendo $V(h) = z(x+h) - z(x)$ e $k = \binom{[N_h/2]+1}{2}$ a k-ésima estatística ordem das diferenças $V_i(h) - V_j(h)$ e $[N_h/2]$ denota a parte inteira de $(N_h/2)$,</p>	Altamente Robusto (Genton, 1988)
5	$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{1}{N_h - 1} \sum_{N(h)} (d_{hi} - \bar{d}_h)^2$ <p>onde:</p> $d_{hi} = Z(x_i) - Z(x_k)$	Das Diferenças (Haslett, 1997)

5.4 Avaliação do Método de Mínimos Quadrados Ponderados usado para Estimação dos Parâmetros do Variograma Teórico.

Para a avaliação do desempenho do Método de Mínimos Quadrados Ponderados, procedeu-se da seguinte forma: para cada amostra gerada do variograma teórico $2\gamma(h)$, ajustou-se o modelo correspondente estimando-se os parâmetros do modelo via método de mínimos quadrados ponderados. Comparou-se, então, os valores estimados dos parâmetros e do correspondente $2\gamma(h)$ com os valores verdadeiros através de medidas como Erro Médio, Erro Médio Absoluto (EMA), Erro Quadrático Médio (EQM), Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM) e Erro Médio Relativo (EMR) de forma similar à descrita na seção 5.3.

Com o intuito de analisar como a escolha do número de lags h , influenciam no ajuste de parâmetros, fez-se a estimação usando-se a regra de Journel & Huijbregts (1978), isto é, valores de h de 1 a 50 e valores de h alternativos na vizinhança de 50.

Capítulo 6: Discussão dos Resultados Obtidos na Simulação.

Neste capítulo discutiremos de um modo geral os resultados obtidos na simulação para cada modelo de variograma $2\gamma(h)$ simulado, nas situações nas quais as amostras não têm valores discrepantes (amostras sem contaminação), e nas situações nas quais os valores discrepantes foram introduzidos (amostras com contaminação).

Dividimos a discussão em duas partes: na primeira faremos a avaliação dos estimadores de variogramas descritos no Quadro 1, da Seção 5.3. Posteriormente, faremos a avaliação do desempenho do método de mínimos quadrados ponderados.

6.1 Análise dos Resultados: Estimadores de Variogramas (Variogramas Experimentais).

Na análise dos estimadores de variogramas com 0% de contaminação e considerando-se os modelos teóricos esféricos e exponenciais, verificou-se que os estimadores que produziram melhores resultados foram: das diferenças, Clássico de Matheron, de Genton, o Robusto de Cressie & Hawkins e o das Medianas, na ordem respectiva de desempenho. O estimador das diferenças, apesar de fornecer menores valores de erros e, conseqüentemente, melhores estimativas dos variogramas, apresentou a tendência de degenerar-se a partir de lags h maiores, sendo que o ponto de início da degeneração poderia ser considerado como o ponto em relação à amplitude, isto é, no qual as correlações entre as observações amostrais tornam-se desprezíveis (Hanslett, 1997). As simulações mostraram que este ponto está à uma distância menor do que aquela proposta pela regra empírica de Journel & Huijbregts (1978), que é $[n/2]$, onde $[X]$ denota o maior inteiro menor ou igual a X . Os estimadores, Clássico de Matheron, Robusto de Cressie & Hawkins, Genton e das Medianas apresentam-se mais estáveis para lags próximos a regra empírica proposta por Journel e Huijbregts. Os estudos também mostraram que o estimador das medianas apresentou pior desempenho nesta fase, fornecendo estimativas muito instáveis, dificultando o reconhecimento da forma geométrica do modelo teórico do variograma, fato que interferiu muito na estimação dos parâmetros do modelo pelo método de mínimos quadrados ponderados. A visualização destas informações encontra-se nos gráficos das Figuras 6.1.1 e 6.1.2, a seguir. A média dos valores de $2\hat{\gamma}(h)$ para cada estimador, bem como o EM, EMA, EQM, REQM e EMR para cada lag

h, estão apresentados nas Tabela 1.1 à 1.6 do Anexo 1.

Quanto ao modelo senóide, verificamos que os variogramas experimentais calculados usando-se os estimadores descritos no Quadro 1 conseguem captar a forma geométrica do modelo nos lags iniciais, mas à medida que os lags h aumentam, os erros em relação ao variograma teórico tendem a aumentar significativamente, especialmente para valores na vizinhança do valor de h sugerido pela regra empírica de Journel & Huijbregts (1978). Para o modelo de variograma senóide, os estimadores que apresentaram melhor desempenho foram: o Clássico de Matheron, o das Diferenças, o Robusto de Cressie & Hawkins, de Genton e das Medianas, conforme os Gráficos 6.1.13 a 6.1.18, da Figura 6.1.3 e Tabelas 1.7 a 1.9 do Anexo 1. Destacamos que o estimador das Diferenças teve um desempenho pior em relação ao Clássico de Matheron, considerando o modelo senóide.

Em nossas simulações, as estimativas produzidas forneceram valores sistematicamente maiores em relação ao teórico, concluindo-se que os estimadores superestimam os verdadeiros valores dos variogramas teóricos, resultado similar ao observado no artigo de Genton (1998).

No caso de amostras, considerando-se o modelo teórico esférico, com 5, 10 e 15% de “*outliers*”, verificamos que o estimador que apresentou melhor desempenho foi o das Medianas, seguido pelo estimador de Genton e o Robusto de Cressie & Hawkins e os que apresentaram piores desempenhos foram o das Diferenças e o Clássico, como mostram as Figuras 6.1.4 a 6.1.6, e as Tabelas 1.10, do Anexo 1.

Para o modelo isotrópico exponencial, tem-se em linhas gerais, as mesmas conclusões que para o caso do modelo isotrópico esférico, como mostram as Figuras 6.1.7 à 6.1.9, e Tabela 1.11 do Anexo 1.

De uma maneira geral, a inserção de maior quantidade de “*outliers*” apenas inflou o valor das estimativas para os estimadores da classe robusta (Medianas, Genton e Robusto de Cressie & Hawkins). De certa forma, estes estimadores conseguem retratar a forma geométrica dos isotrópicos esférico e exponencial, algo que os estimadores, clássico de Matheron e das Diferenças não conseguiram.

No caso do modelo senoidal, os estimadores conseguiram retratar a forma geométrica do modelo teórico. Os estimadores da classe robusta apresentam melhores resultados nos lags iniciais, $lag=1,2$ e 3 , em relação aos estimadores não robustos. No geral, os estimadores da classe não robusta, especialmente o Clássico, fornecem as melhores estimativas em relação ao erro quadrático médio, seguido pelo estimador das Diferenças como mostra a Figura 6.1.10 à 6.1.12, e a Tabela 1.12, do Anexo 1.

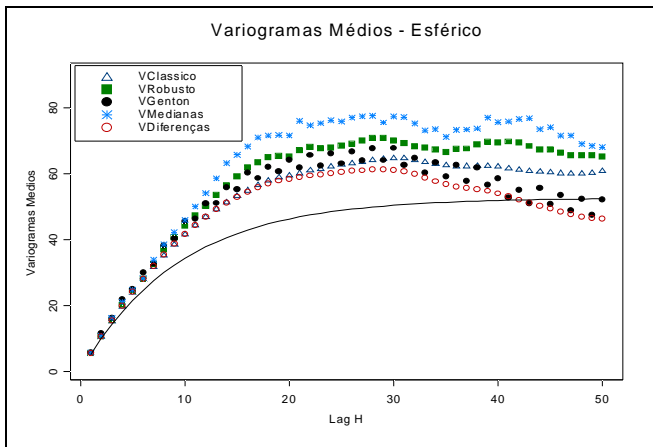


Gráfico 6.1.1: variogramas esféricos médios.

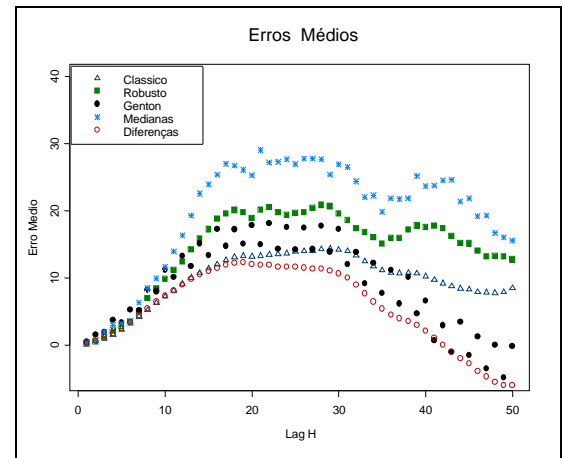


Gráfico 6.1.2: Erros Médios – variogramas experimentais

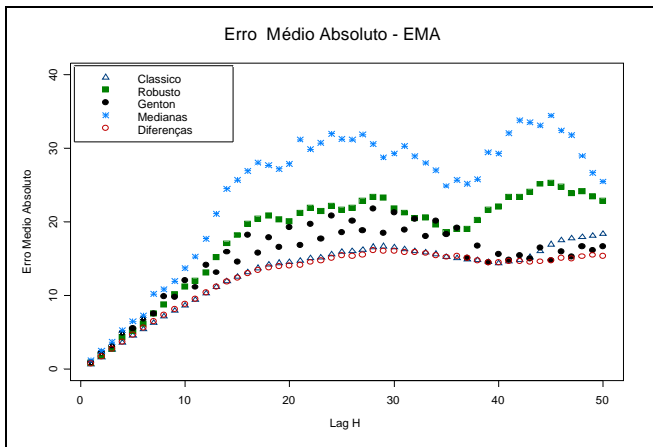


Gráfico 6.1.3: Erro Médio Absoluto – variogramas vxperimentais

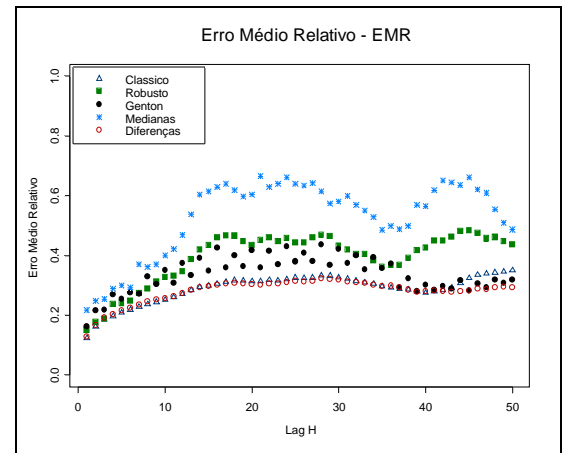


Gráfico 6.1.4: Erro Médio Relativo – variogramas experimentais

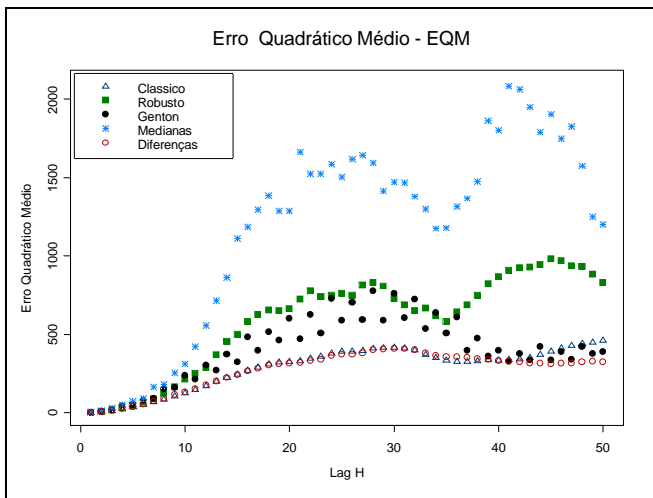


Gráfico 6.1.5: Erro Quadrático Médio – variogramas experimentais

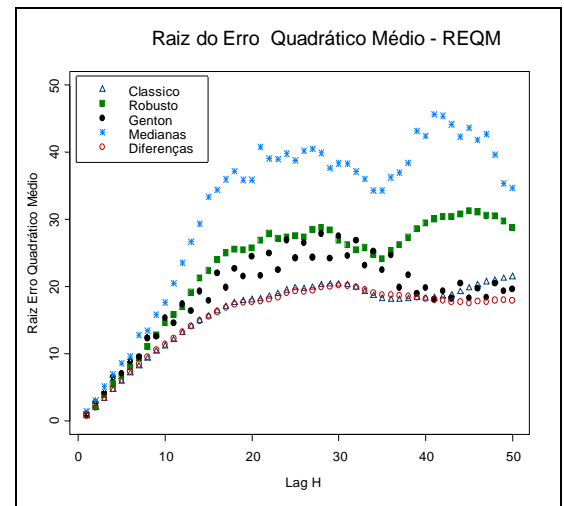


Gráfico 6.1.6: Raiz Erro Quadrático Médio

Figura 6.1.1: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras não contaminadas- Modelo Esférico

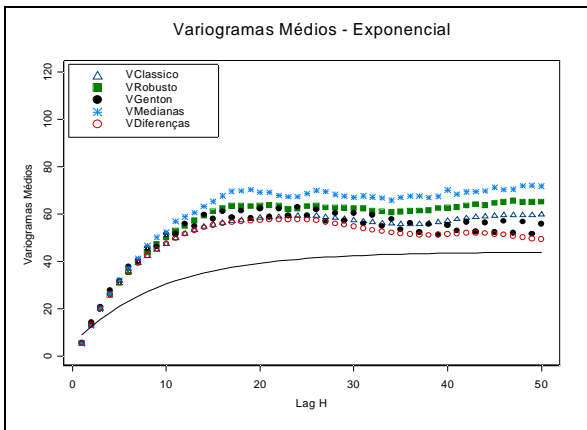


Gráfico 6.1.7: Variogramas médios.

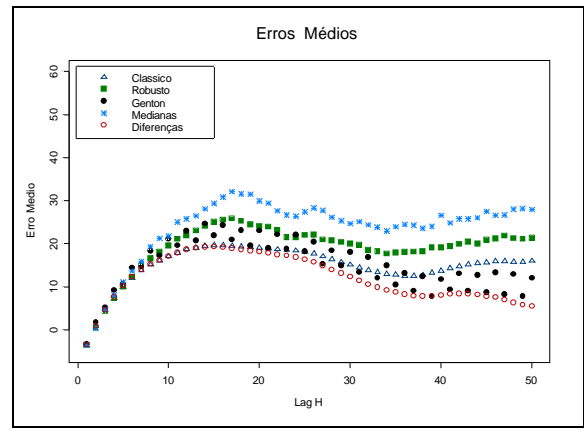


Gráfico 6.1.8: Erros Médios dos Variogramas Experimentais – Modelo Exponencial

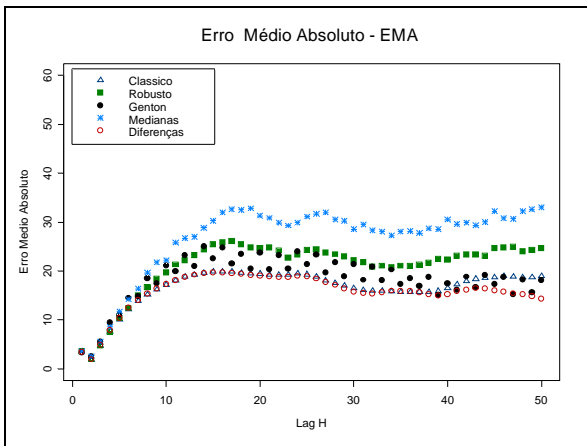


Gráfico 6.1.9: Erros Médios Absolutos dos Variogramas Experimentais – Modelo Exponencial

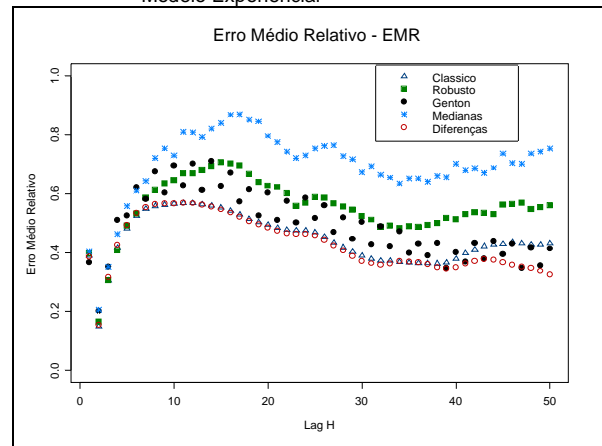


Gráfico 6.1.10: Erro Médio Relativo dos Variogramas Experimentais – Modelo Exponencial

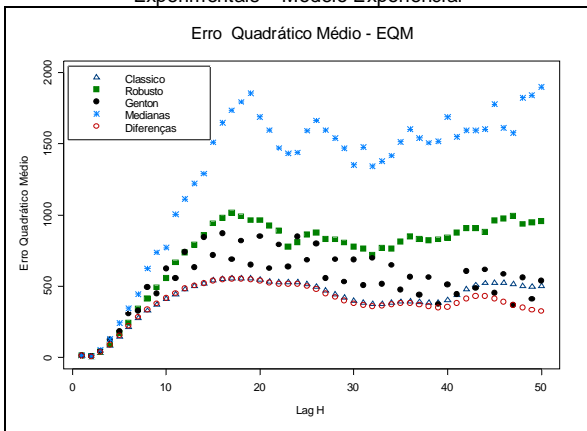


Gráfico 6.1.11: Erro Quadrático Médio dos Variogramas Experimentais – Modelo Exponencial

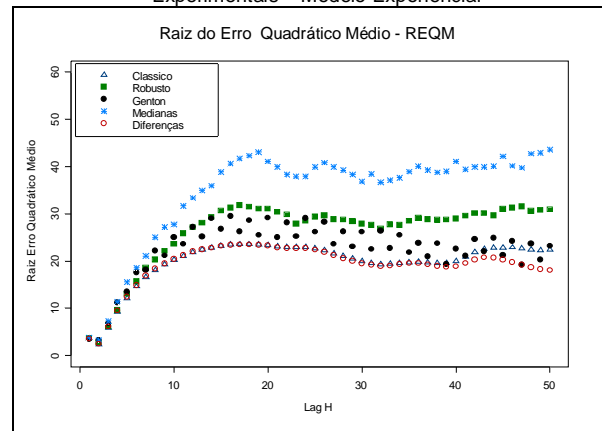


Gráfico 6.1.12: Raiz do Erro Quadrático Médio dos Variogramas Experimentais – Modelo Exponencial

Figura 6.1.2: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras não contaminadas- Modelo Exponencial.

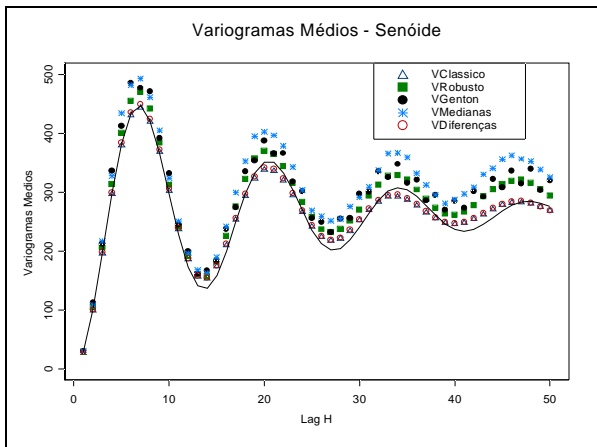


Gráfico 6.1.13: Variogramas Experimentais Médios – A linha Contínua é o variograma teórico.

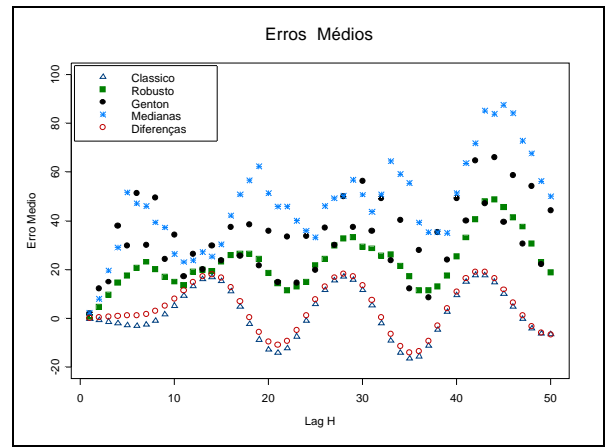


Gráfico 6.1.14: Erros Médios- Variogramas Experimentais.

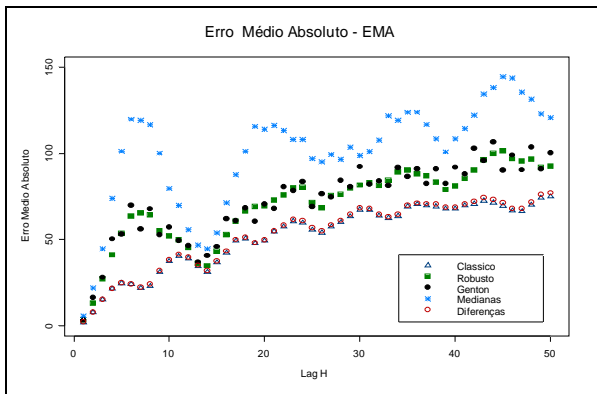


Gráfico 6.1.15: Erro Médio Absoluto dos Variogramas Experimentais.

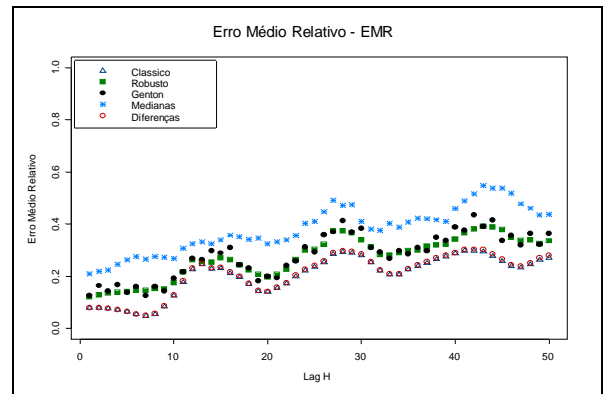


Gráfico 6.1.16: Erros Médios Relativo- Variogramas Experimentais.

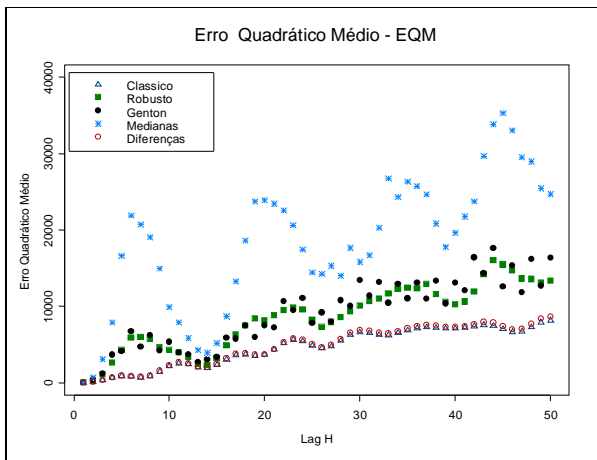


Gráfico 6.1.17: Erro Quadrático Médio dos Variogramas Experimentais.

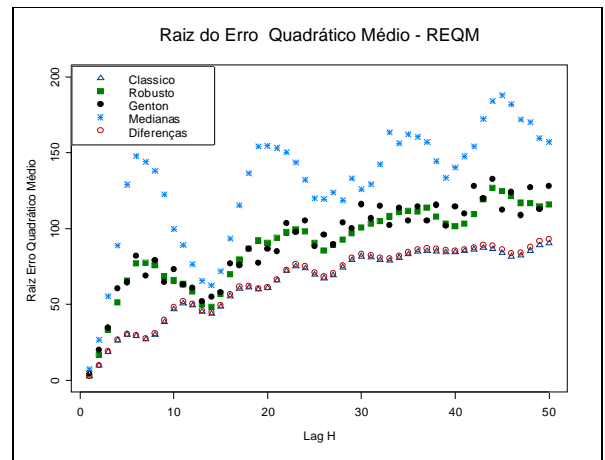


Gráfico 6.1.18: Raiz do Erro Quadrático Médio- Variogramas Experimentais.

Figura 6.1.3: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras não contaminadas- Modelo Senóide.

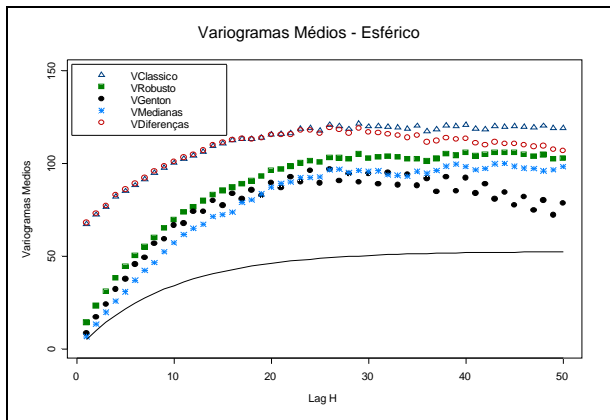


Gráfico 6.1.19: Variogramas Médios – 5% outliers- A linha contínua é o variograma teórico.

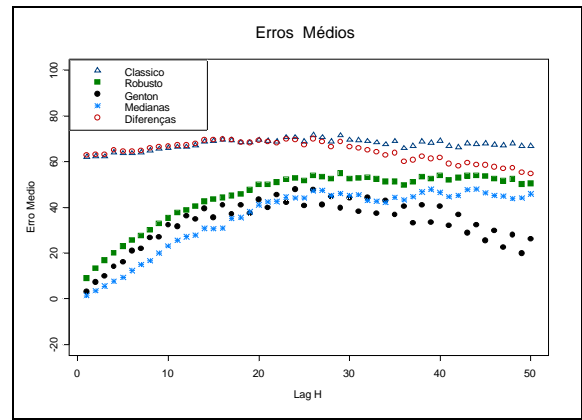


Gráfico 6.1.20: Erros Médios – 5% outliers – Esférico

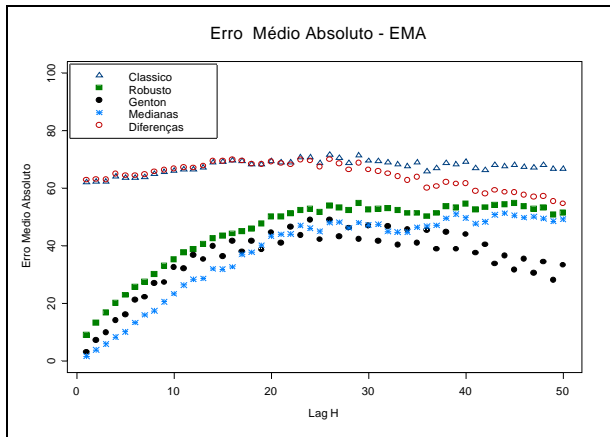


Gráfico 6.1.21: Erro Médio Absoluto – 5% outliers – Esférico

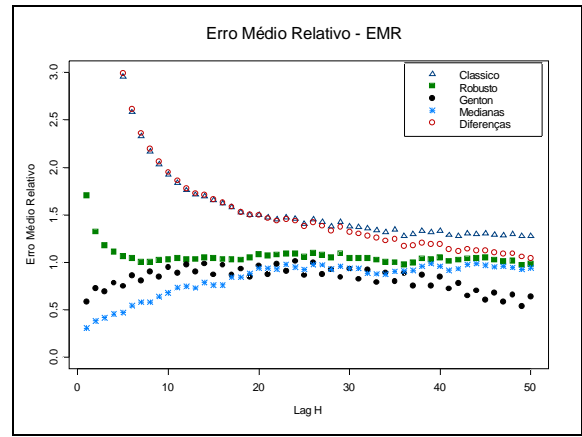


Gráfico 6.1.22: Erro Médio Relativo – 5% outliers – Esférico

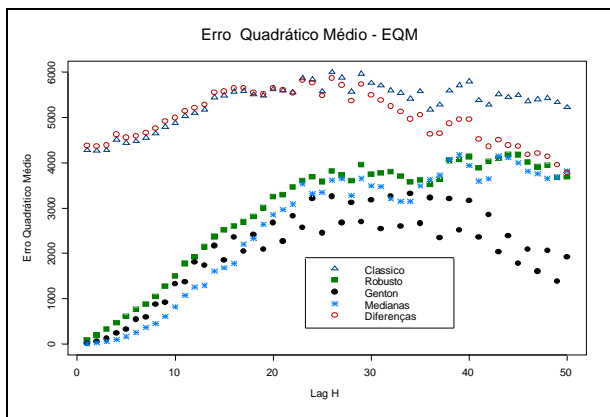


Gráfico 6.1.23: Erro Quadrático Médio – 5% outliers – Esférico

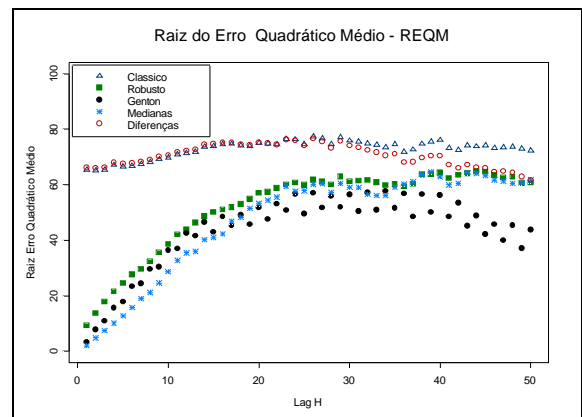


Gráfico 6.1.24: Raiz do Erro Quadrático Médio – 5% outliers – Esférico

Figura 6.1.4: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Esférico de 5% de “Outliers”.

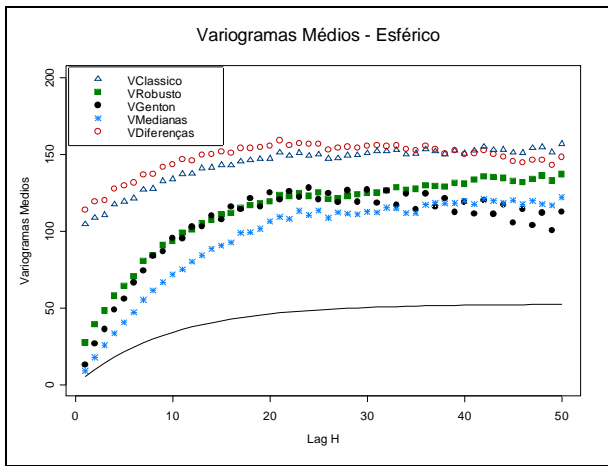


Gráfico 6.1.25: Variogramas Médios – 10% outliers- A linha contínua é o variograma teórico.

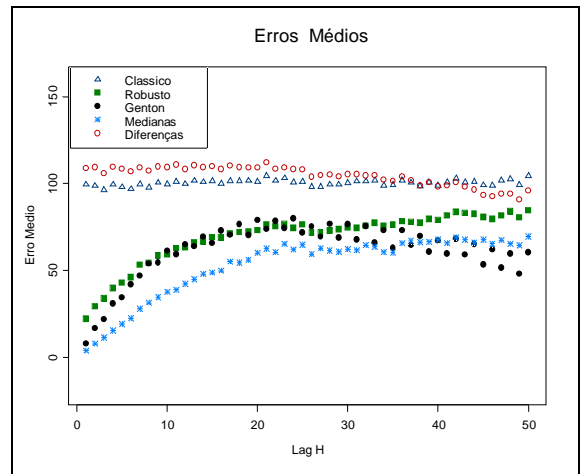


Gráfico 6.1.26: Erros Médios – 10% outliers – Esférico

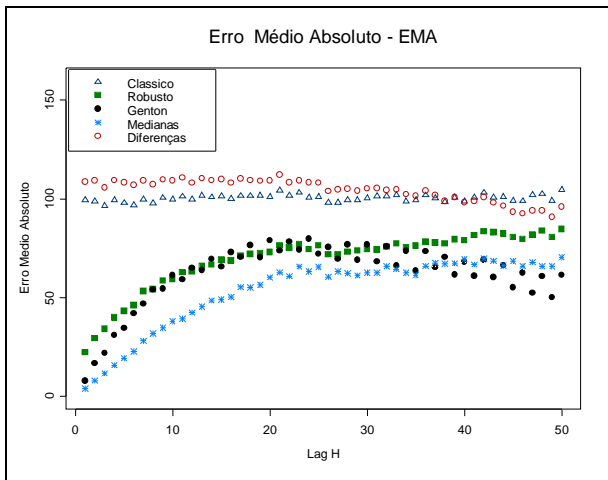


Gráfico 6.1.27: Erro Médio Absoluto – 10% outliers – Esférico

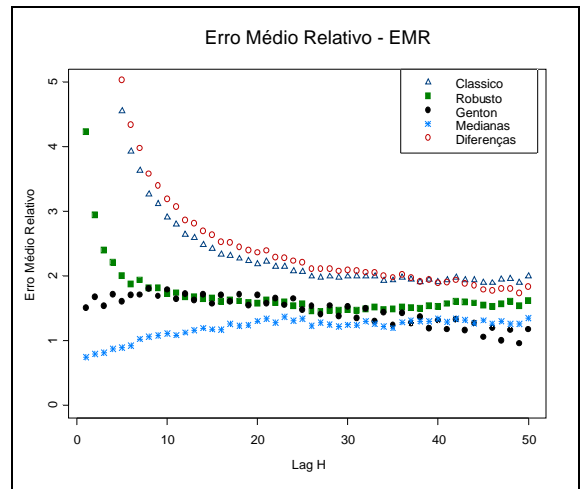


Gráfico 6.1.28: Erro Médio Relativo – 10% outliers – Esférico

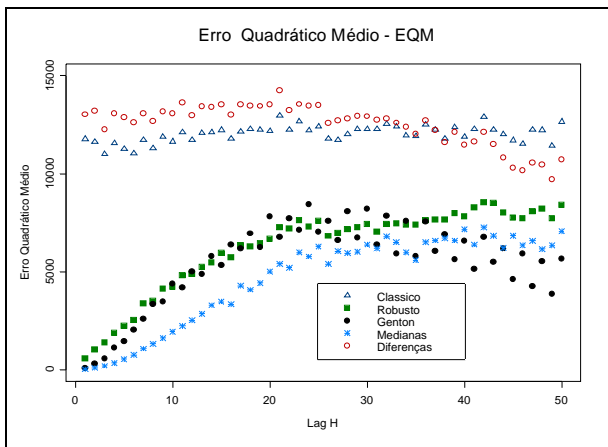


Gráfico 6.1.29: Erro Quadrático Médio – 10% outliers – Esférico

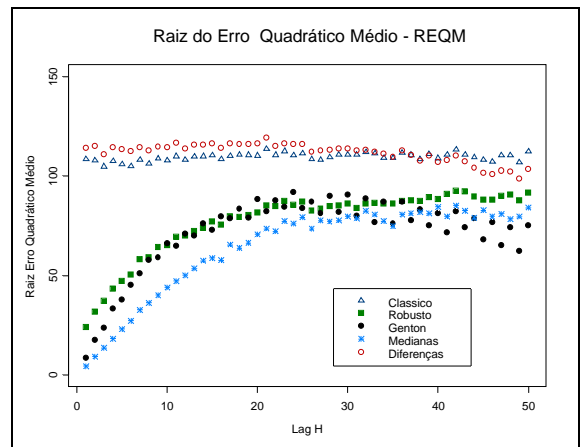


Gráfico 6.1.30: Raiz do Erro Quadrático Médio – 10% outliers – Esférico

Figura 6.1.5: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Esférico de 10% de “Outliers”.

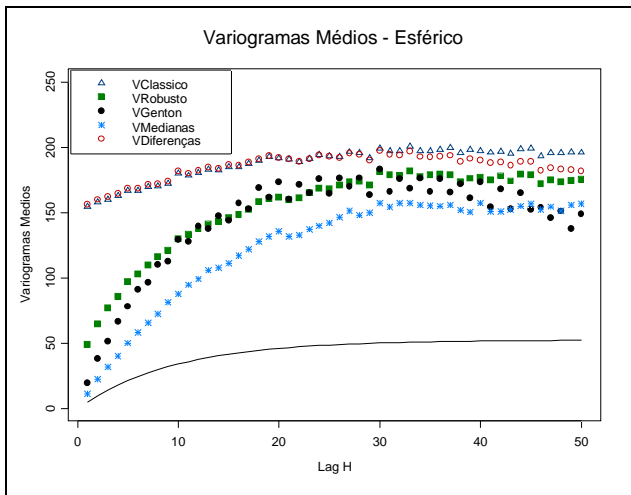


Gráfico 6.1.31: Variogramas Médios – 15% outliers- A linha contínua é o variograma teórico.

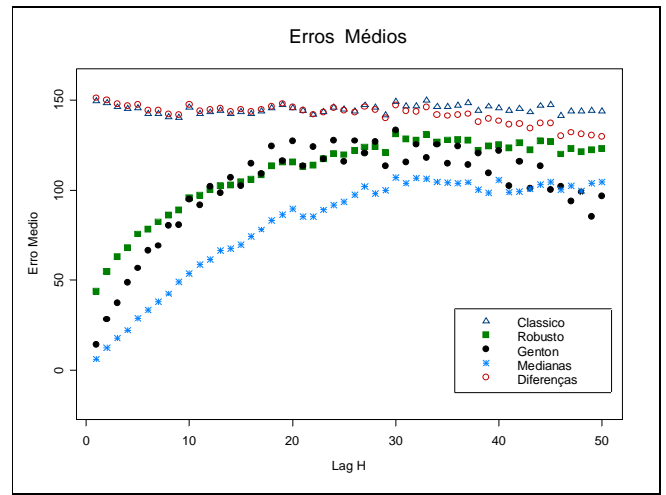


Gráfico 6.1.32: Erros Médios – 15% outliers – Esférico

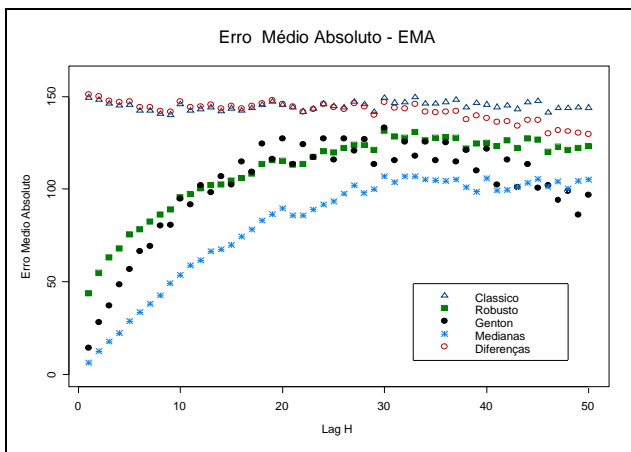


Gráfico 6.1.33: Erro Médio Absoluto – 15% outliers – Esférico

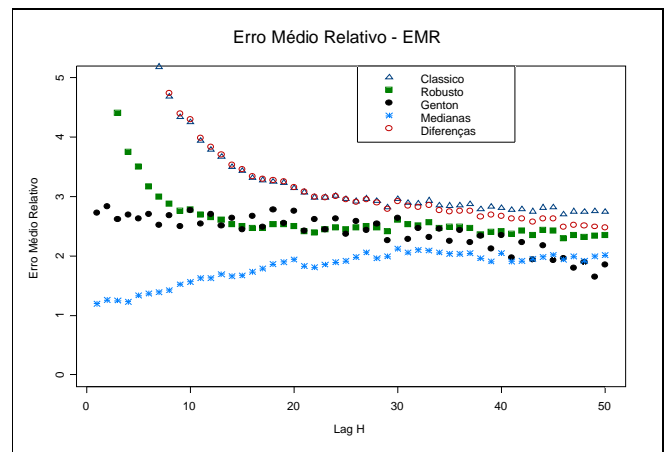


Gráfico 6.1.34: Erro Médio Relativo – 15% outliers – Esférico

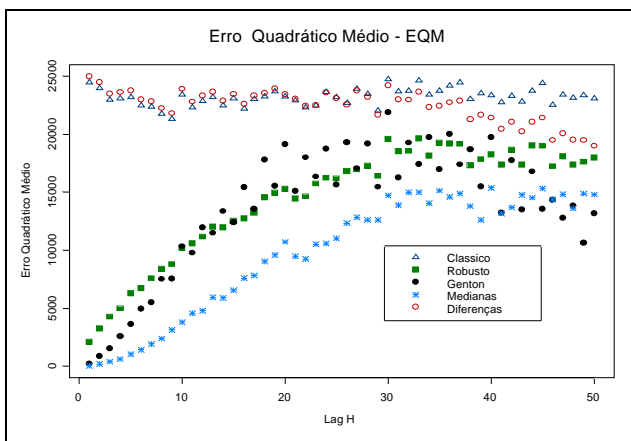


Gráfico 6.1.35: Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Esférico

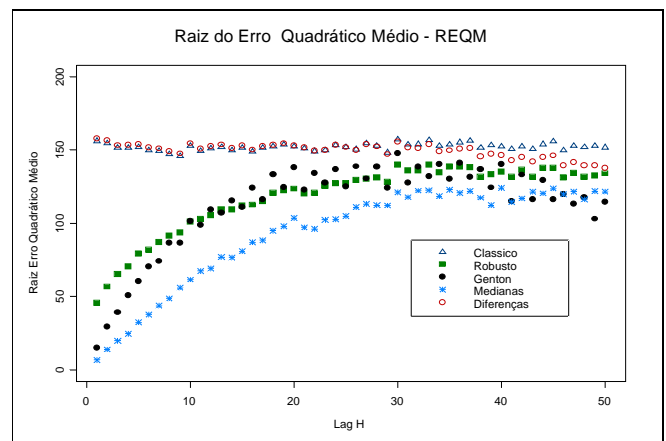


Gráfico 6.1.36: Raiz do Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Esférico

Figura 6.1.6: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Esférico de 15% de “Outliers”.

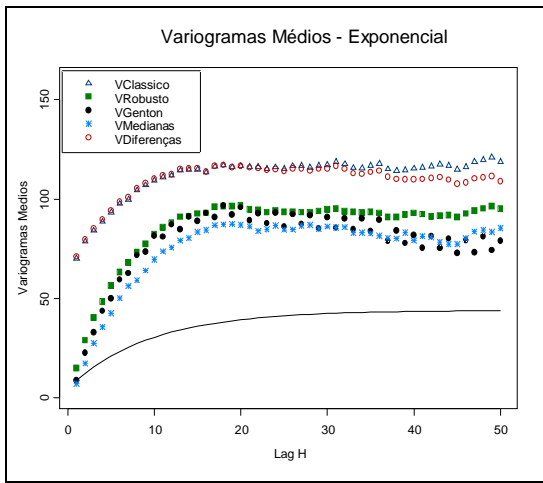


Gráfico 6.1.37: Variogramas Médios – 5% outliers- A linha contínua é o variograma Exponencial

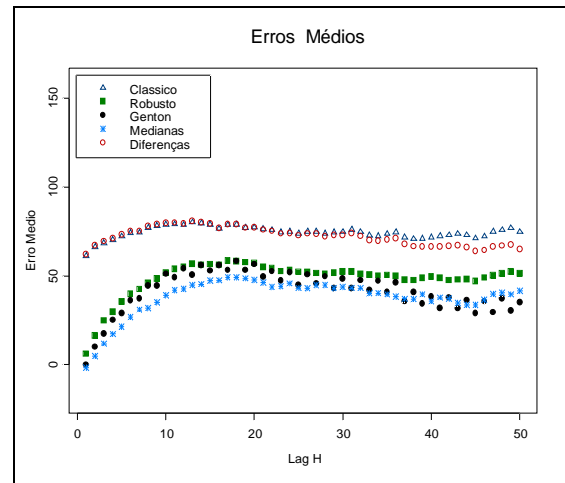


Gráfico 6.1.38: Erros Médios – 5% outliers – Exponencial

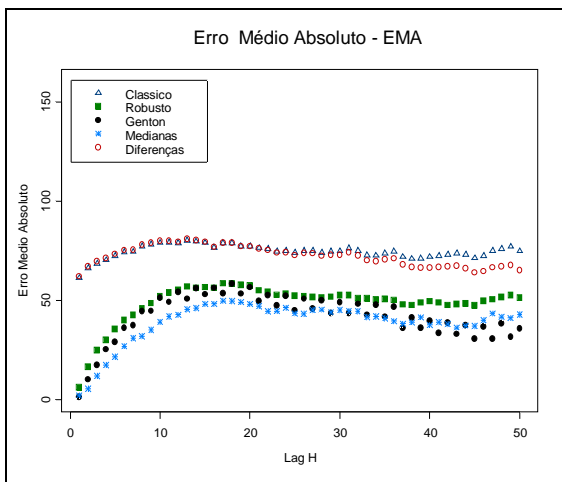


Gráfico 6.1.39: Erro Médio Absoluto – 5% outliers – Exponencial

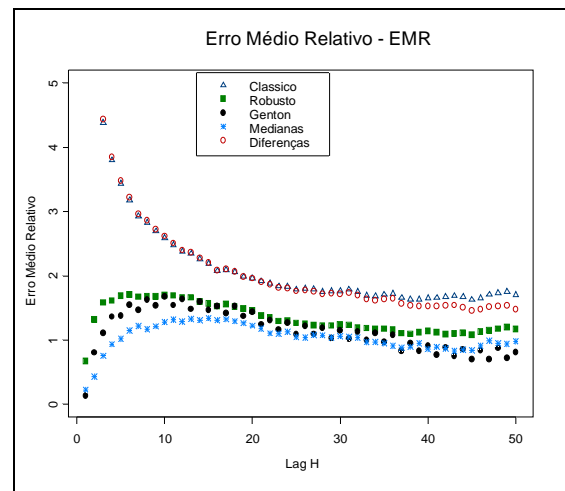


Gráfico 6.1.40: Erro Médio Relativo – 5% outliers – Exponencial

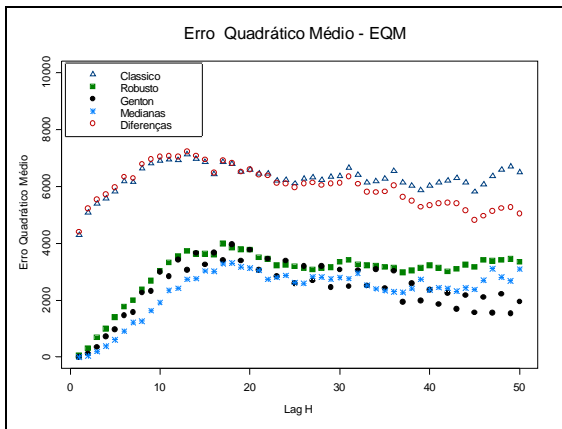


Gráfico 6.1.41: Erro Quadrático Médio – 5% outliers – Exponencial

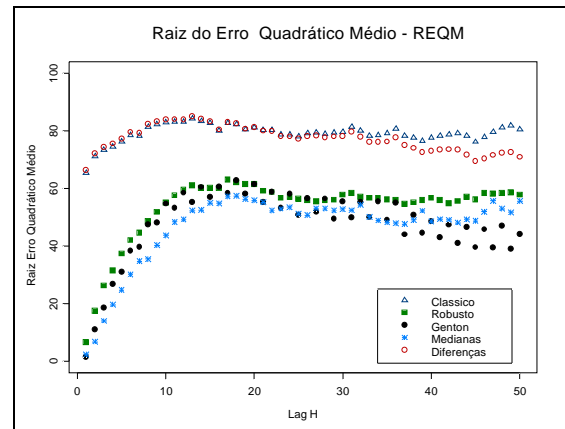


Gráfico 6.1.42: Raiz do Erro Quadrático Médio – 5% outliers Exponencial

Figura 6.1.7: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Exponencial - 5% de “Outliers”.

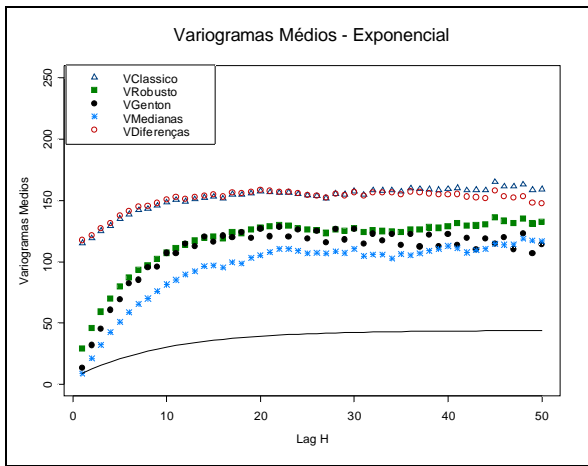


Gráfico 6.1.43: Variogramas Médios – 10% outliers- A linha continua é o variograma Exponencial,

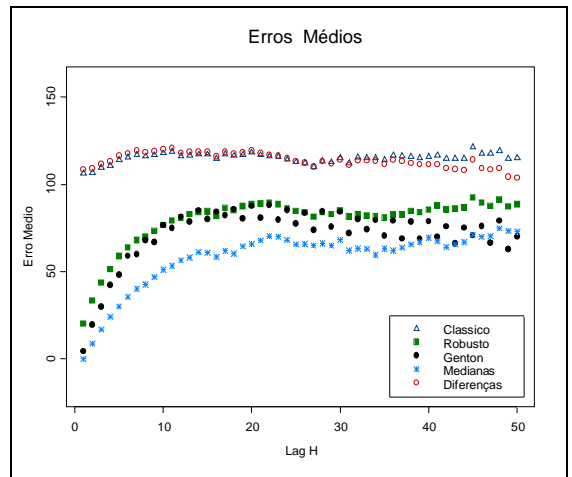


Gráfico 6.1.44: Erros Médios – 10% outliers – Exponencial

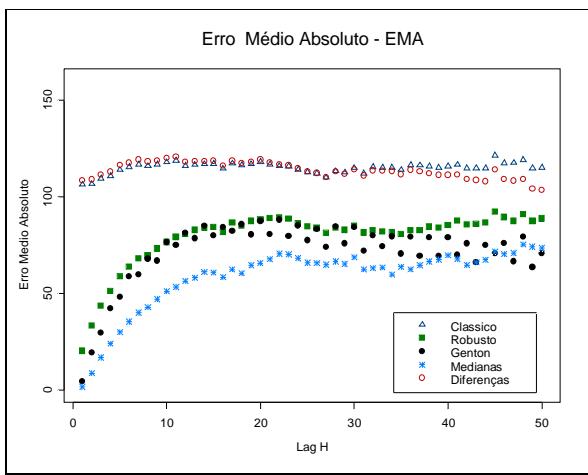


Gráfico 6.1.45: Erro Médio Absoluto – 10% outliers – Exponencial

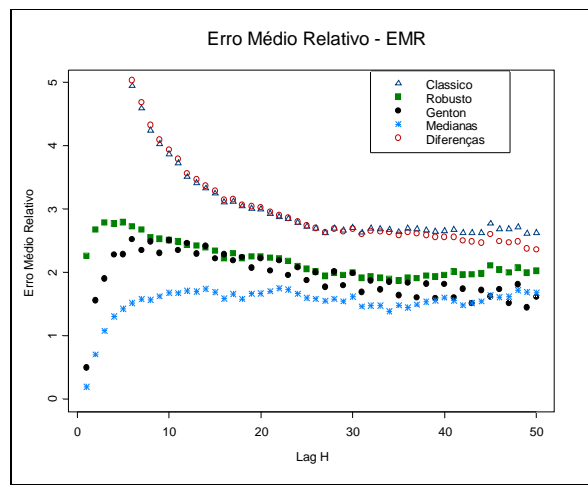


Gráfico 6.1.46: Erro Médio Relativo – 10% outliers – Exponencial

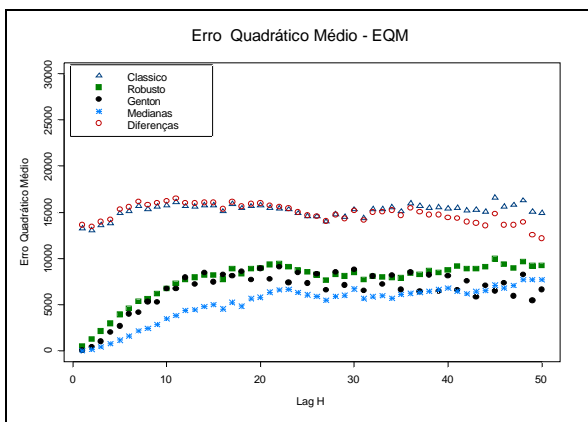


Gráfico 6.1.47: Erro Quadrático Médio – 10% outliers – Exponencial

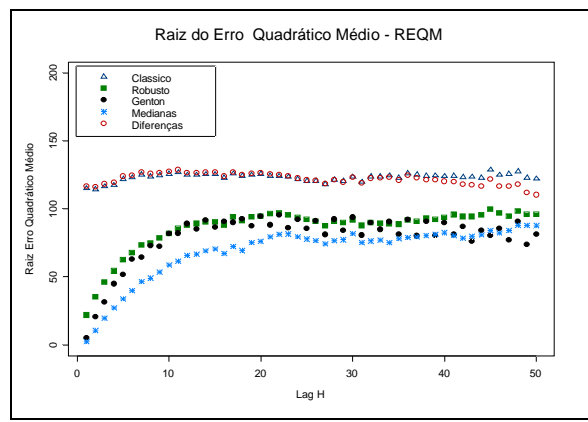


Gráfico 6.1.48: Raiz do Erro Quadrático Médio – 10% outliers – Exponencial

Figura 6.1.8: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Exponencial - 10% de “Outliers”.

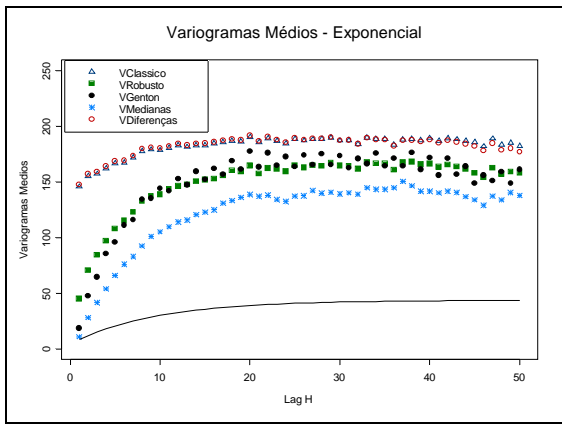


Gráfico 6.1.49: Variogramas Médios – 15% outliers- A linha contínua é o variograma Exponencial.

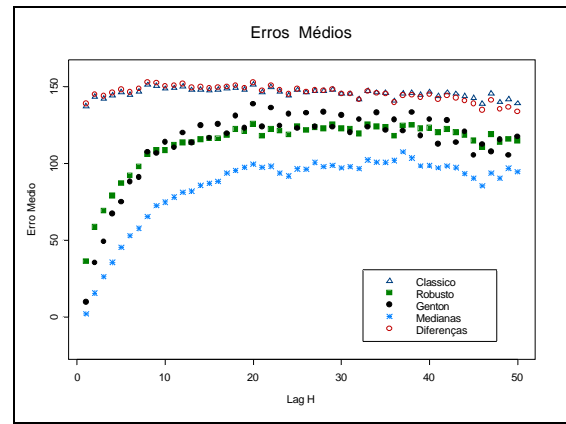


Gráfico 6.1.50: Erros Médios – 15% outliers – Exponencial

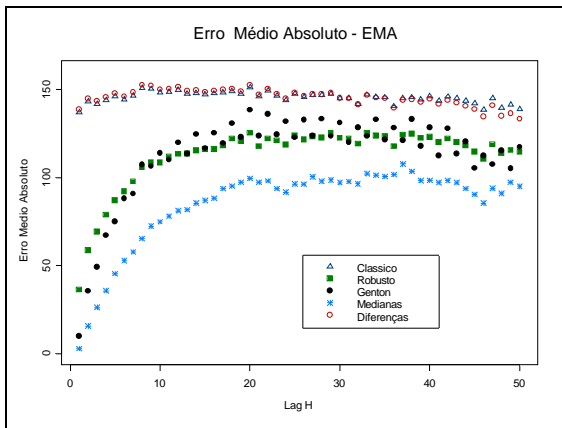


Gráfico 6.1.51: Erro Médio Absoluto – 15% outliers – Exponencial

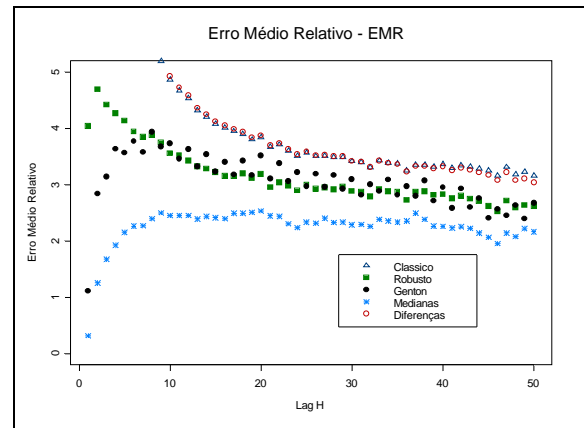


Gráfico 6.1.52: Erro Médio Relativo – 15% outliers – Exponencial

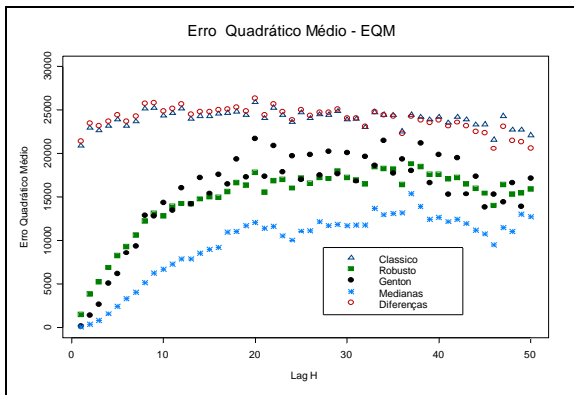


Gráfico 6.1.53: Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Exponencial

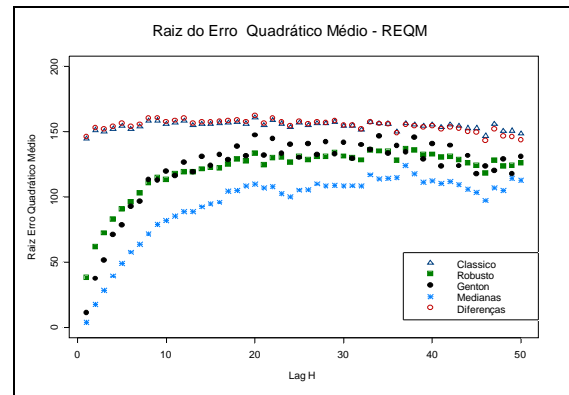


Gráfico 6.1.54: Raiz do Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Exponencial

Figura 6.1.9: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Exponencial - 15% de “Outliers”.

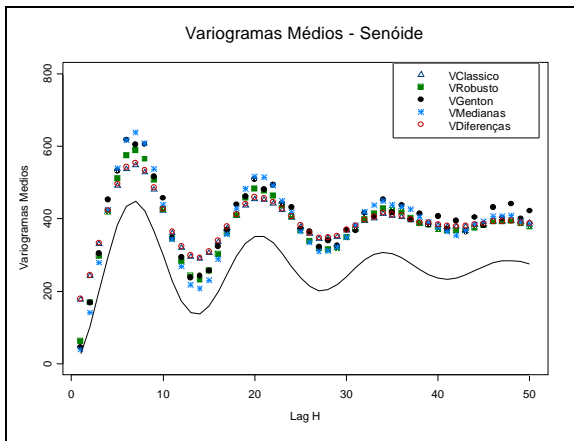


Gráfico 6.1.55: Variogramas Médios – 5% outliers- A linha Contínua é o variograma Senóide.

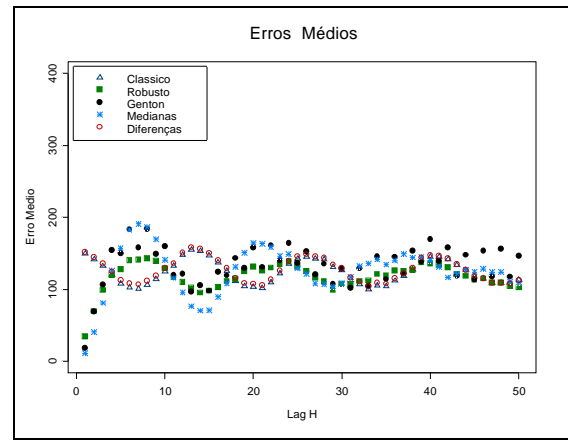


Gráfico 6.1.56: Erros Médios – 5% outliers- Modelo Senóide

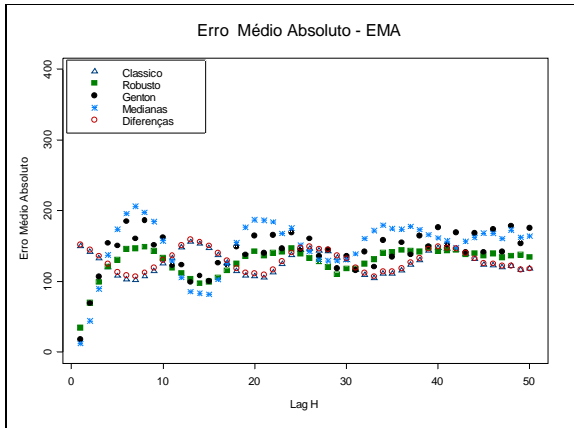


Gráfico 6.1.57: Erros Médios Absoluto – 5% outliers- Senóide

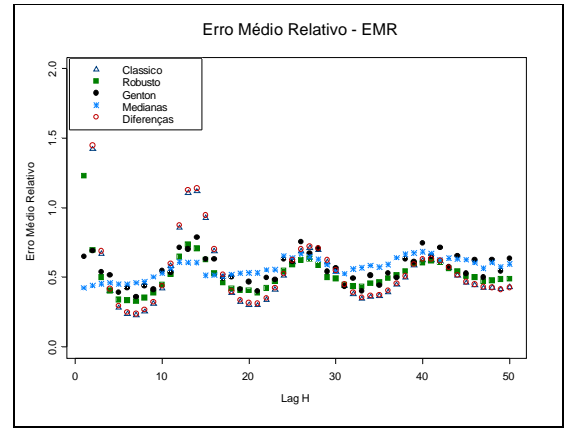


Gráfico 6.1.58: Erro Médio Relativo – 5% outliers- Senóide

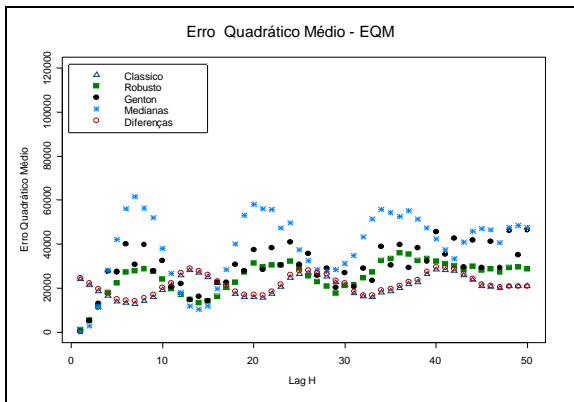


Gráfico 6.1.59: Erro Quadrático Médio – 5% outliers- Senóide

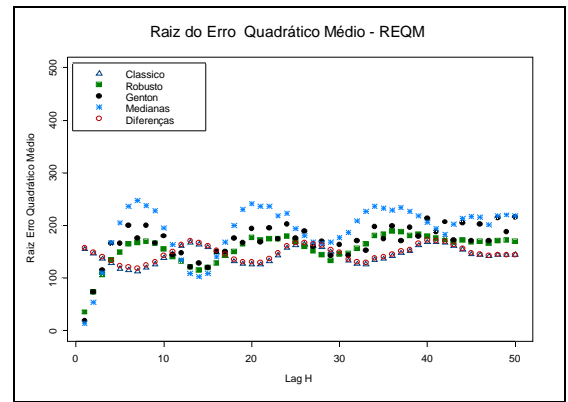


Gráfico 6.1.60: Raiz do Erro Quadrático Médio – 5% outliers- Senóide

Figura 6.1.10: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Senóide - 5% de “Outliers”.

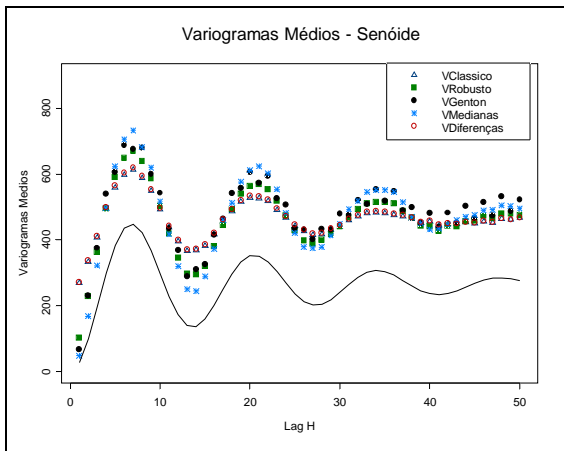


Gráfico 6.1.61: Variogramas Médios – 10% outliers- A linha contínua é o variograma Senóide.

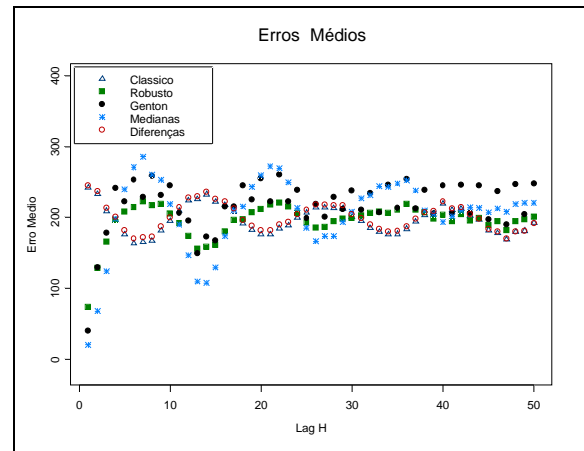


Gráfico 6.1.62: Erros Médios – 10% outliers – Senóide

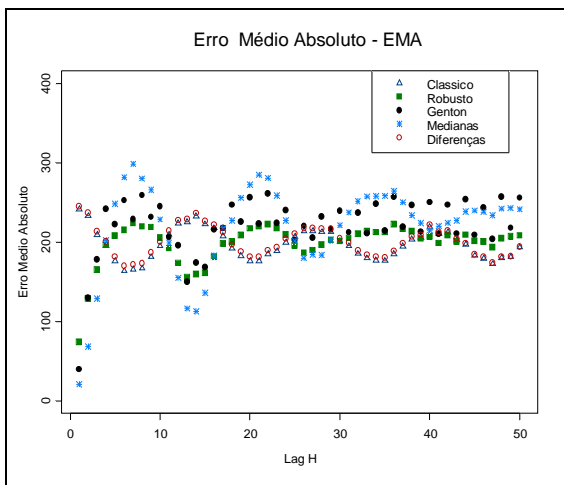


Gráfico 6.1.63: Erro Médio Absoluto – 10% outliers – Senóide

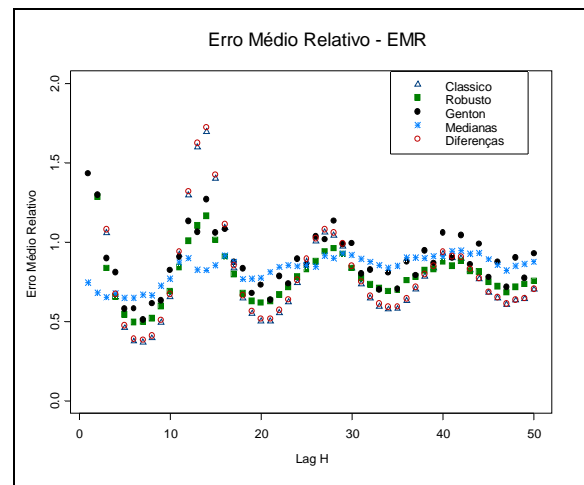


Gráfico 6.1.64: Erro Médio Relativo – 10% outliers – Senóide

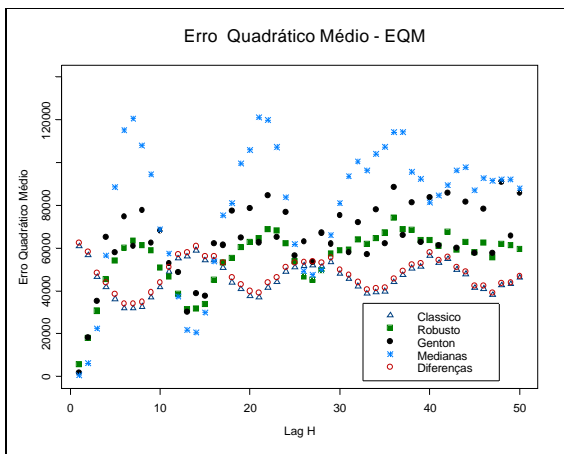


Gráfico 6.1.65: Erro Quadrático Médio – 10% outliers – Senóide

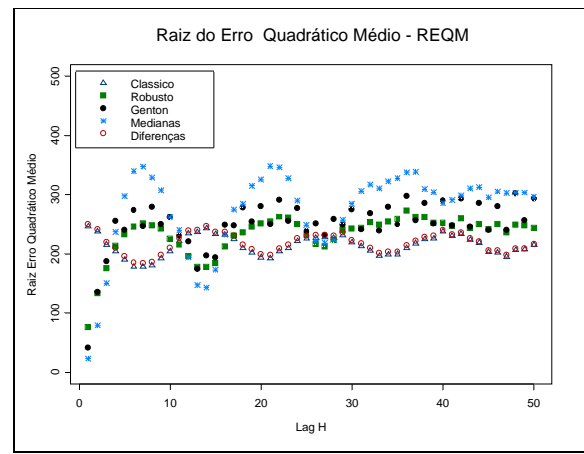


Gráfico 6.1.66: Raiz do Erro Quadrático Médio – 10% outliers Senóide

Figura 6.1.11: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Senóide - 10% de “Outliers”.

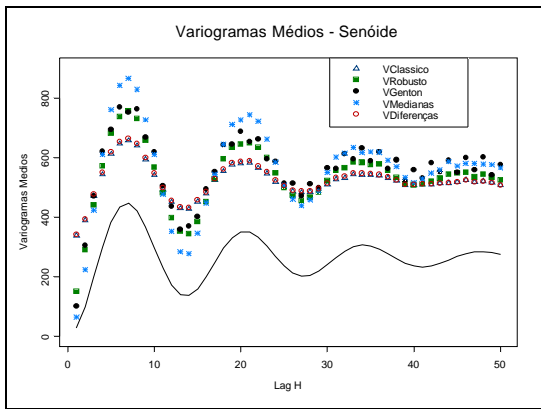


Gráfico 6.1.67: Variogramas Médios – 15% outliers- A linha contínua é o variograma teórico.

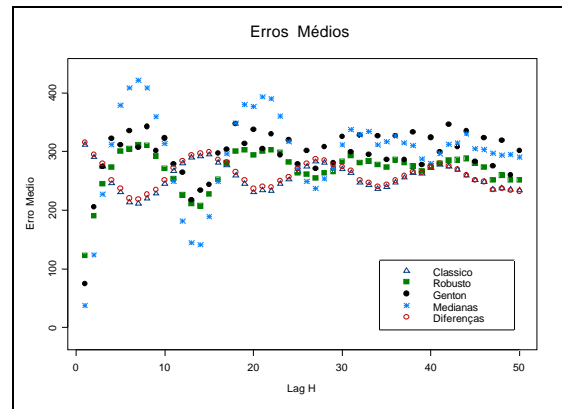


Gráfico 6.1.68: Erros Médios – 15% outliers – Senóide

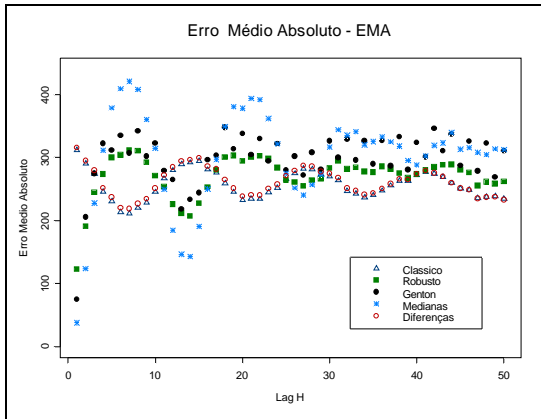


Gráfico 6.1.69: Erro Médio Absoluto – 15% outliers – Senóide

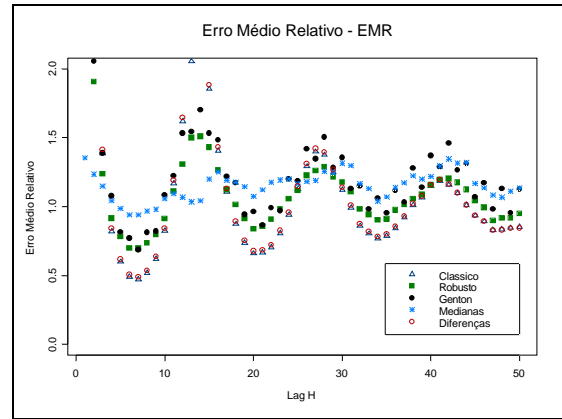


Gráfico 6.1.70: Erro Médio Relativo – 15% outliers – Senóide

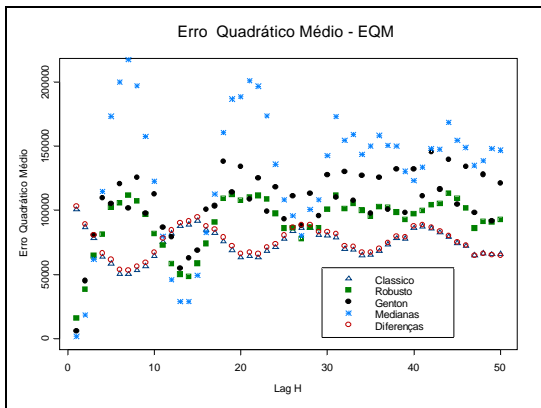


Gráfico 6.1.71: Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Senóide

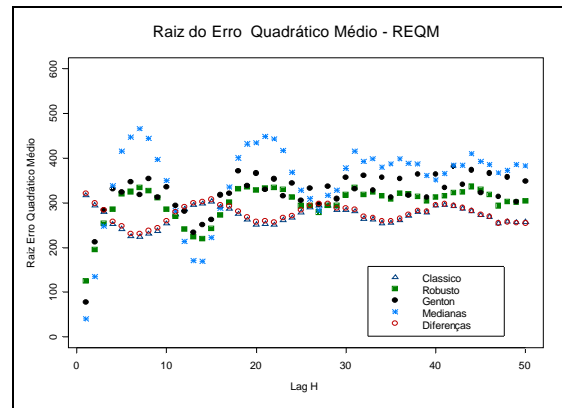


Gráfico 6.1.72: Raiz Erro Quadrático Médio – 15% outliers – Senóide

Figura 6.1.12: Resultados para os estimadores de variogramas com amostras contaminadas- Senóide - 15% de “Outliers”.

6.2 Análise dos Resultados: Método de Mínimos Quadrados Ponderados.

Comparando-se as medidas de erro dos variogramas ajustados pelo método de mínimos quadrados ponderados e as medidas de erros obtidas para os variogramas experimentais, observamos que os REQM são muito similares, onde se conclui que as equações matemáticas retratam de maneira satisfatória os variogramas experimentais observados (ver Tabela 1.3, Tabela 1.6, Tabela 1.9 e Tabela 1.13 do Anexo 1). Ressalta-se que os erros dos variogramas ajustados são maiores do que variogramas experimentais como mostra a Figura 6.2.1. No caso particular do variograma senóide, verificamos que o ajuste de parâmetros pelo método de mínimos quadrados ponderados não consegue “captar” a forma geométrica do variograma teórico ao longo dos lags h . Uma solução alternativa é aquela proposta por Mingoti & Neves (1999), na qual sugere-se o *parcionamento* do modelo senóide na fase de ajuste de parâmetros, ou seja, vários modelos senoidais são ajustados em intervalos disjuntos do eixo de defasagens h . Em Mingoti & Neves (1999) a metodologia de Geoestatística foi utilizada para prever valores da série: número de manchas solares de Wolfer (Box & Jenkins, 1976), série muito conhecida na literatura de séries temporais devido à sua grande variabilidade e dificuldade de predição. Na análise apresentada no artigo já se evidenciava a dificuldade de se obter um bom ajuste, por Mínimos Quadrados Ponderados, para o modelo senoidal.

A estimativa dos parâmetros do variograma isotrópico através dos variogramas experimentais pouco é influenciada pela escolha do número de defasagens usadas no ajuste, mas pela análise geral dos resultados sugerimos que a defasagem seja em torno de 40% da defasagem máxima, e não 50% como propõe a regra empírica (ver Gráficos 6.2.1 a 6.2.15 e Tabelas 1.20, 1.21 e 1.22 do Anexo 1). Os resultados demonstram uma tendência de menores erros para lags menores do que àquela sugerida pela regra empírica de Journel & Huijbregts (1978). Observa-se também que para os primeiros lags, um número menor de defasagem h produz melhores estimativas para o variograma ajustado (ver Tabelas 6.2.1 a 6.2.12 e Tabelas 1.14 a 1.19, do Anexo 1).

É importante frisar que para a fase do ajuste dos parâmetros do variograma teórico pelo método de mínimos quadrados ponderados a escolha do estimador de variograma influencia diretamente no desempenho do método. No caso de estimadores da classe robusta: das medianas, robusto de Cressie & Hawkins e o proposto por Genton, em situações nas quais não haja contaminação dos dados (“*outliers*”), o

método pode não encontrar a convergência e conseqüentemente os valores dos parâmetros do modelo. Neste caso, pela visualização gráfica do variograma em função do lag, o usuário pode concluir facilmente que as estimativas são improváveis e inapropriadas. No caso dos variogramas clássico de Matheron e das diferenças proposto por Hanslett, isto ocorre com menor freqüência. Uma sugestão para contornar o problema de não se encontrar a convergência e conseqüentemente os valores dos parâmetros é usar o método de mínimos quadrados ponderados calculando-se os parâmetros “*parcialmente*”, como descrito na seção 3.2, cuja implementação computacional encontra-se no Anexo 4.

Tabela 6.2.1: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Esférico.

Raiz do Erro Médio Quadrático-30						Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	1,4402	1,6365	1,9649	2,2011	1,3308	1,5094	2,3459	2,4787	4,3460	2,6241
2	2,0212	2,2798	2,6498	3,2629	1,9874	1,9712	2,5933	2,8212	4,8989	2,6493
3	2,9976	3,3823	3,8425	4,8363	3,0299	2,9444	3,4837	3,8407	6,0003	3,2918
4	4,0864	4,6736	5,2308	6,6631	4,1665	4,0517	4,6877	5,1555	7,4271	4,2438
5	5,2411	6,0848	6,7139	8,6470	5,3511	5,2254	6,0610	6,6009	9,0398	5,3413
...

Tabela 6.2.1: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Esférico

Raiz do Erro Médio Quadrático-50						Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9184	2,4584	2,4638	3,6384	2,5586	3,2953	2,6020	2,4605	4,5415	2,4824
2	2,7010	2,5609	2,8264	3,6635	2,5943	2,8297	2,7248	2,8334	4,4425	2,5550
3	3,2326	3,4422	3,8738	4,6202	3,2924	3,2130	3,6655	3,8876	5,2683	3,2821
4	4,1625	4,6813	5,2181	6,1136	4,3061	4,1162	4,9648	5,2353	6,6858	4,3056
5	5,2686	6,0896	6,6912	7,8769	5,4549	5,2454	6,4169	6,7068	8,4054	5,4485
...

Tabela 6.2.3: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Esférico.

Raiz do Erro Médio Quadrático-30						Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	21,7394	36,7074	29,4710	49,0554	23,8992	18,4400	29,8584	23,2703	44,7269	18,3661
46	21,8075	37,0365	29,6579	49,4484	24,1441	18,4726	30,0145	23,3096	44,9991	18,4569
47	21,8702	37,3534	29,8378	49,8343	24,3910	18,5041	30,1578	23,3471	45,2597	18,5500
48	21,9267	37,6569	30,0099	50,2128	24,6390	18,5340	30,2881	23,3820	45,5093	18,6448
49	21,9763	37,9459	30,1741	50,5856	24,8878	18,5617	30,4076	23,4137	45,7471	18,7408
50	22,0182	38,2193	30,3336	50,9517	25,1366	18,5884	30,5160	23,4417	45,9720	18,8375

Tabela 6.2.4: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Esférico.

Raiz do Erro Médio Quadrático-50						Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	17,6399	28,6929	19,1066	43,3585	15,0531	17,5379	27,3217	17,4300	41,0070	13,3409
46	17,7009	28,8596	19,0792	43,6906	15,0544	17,6446	27,4476	17,4072	41,2526	13,3175
47	17,7614	29,0196	19,0541	44,0061	15,0538	17,7459	27,5660	17,3866	41,4916	13,2963
48	17,8207	29,1737	19,0311	44,3111	15,0508	17,8425	27,6757	17,3676	41,7235	13,2773
49	17,8779	29,3224	19,0097	44,6054	15,0449	17,9338	27,7756	17,3499	41,9472	13,2603
50	17,9325	29,4645	18,9898	44,8877	15,0358	18,0208	27,8647	17,3332	42,1615	13,2451

Tabela 6.2.5: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,4357	2,6283	2,5462	3,1561	2,4090	7,8410	2,6587	5,3387	3,1376	8,6350
2	4,3644	4,8477	5,2956	6,1125	4,4943	8,0832	5,2809	6,9254	6,4639	8,7527
3	6,8760	7,5799	8,2529	9,2793	7,0581	9,2638	8,1648	9,3178	9,8580	9,7778
4	9,0442	9,9848	10,7451	12,0558	9,2335	10,6605	10,6199	11,5250	12,7879	11,0392
5	10,8624	12,0592	12,8213	14,4766	11,0357	11,9857	12,6777	13,4034	15,3069	12,2530
...

Tabela 6.2.6: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	8,0358	7,3161	8,0227	5,0351	10,0202	9,1682	6,1840	9,7349	6,4903	11,1303
2	8,2823	8,1391	8,8409	7,6059	9,8601	9,1805	7,3832	10,1777	8,4908	10,8642
3	9,4334	9,8759	10,5895	10,6652	10,5792	10,0800	9,4484	11,5439	11,2579	11,4235
4	10,7879	11,7061	12,3991	13,4115	11,5943	11,2586	11,4854	13,0886	13,8923	12,2862
5	12,0668	13,3842	14,0142	15,7907	12,6190	12,4272	13,2948	14,5269	16,2407	13,1807
...

Tabela 6.2.7: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	29,4309	43,8864	36,6594	59,2736	28,8933	24,1544	35,5573	28,7950	50,3700	23,1143
46	29,5756	44,2710	36,9077	59,9108	29,0304	24,2632	35,8098	28,9080	50,7408	23,1920
47	29,7141	44,6435	37,1481	60,5314	29,1614	24,3687	36,0557	29,0170	51,0991	23,2666
48	29,8465	45,0041	37,3809	61,1358	29,2867	24,4711	36,2953	29,1224	51,4453	23,3381
49	29,9732	45,3534	37,6063	61,7246	29,4065	24,5705	36,5287	29,2243	51,7798	23,4066
50	30,0945	45,6917	37,8246	62,2981	29,5211	24,6669	36,7561	29,3227	52,1032	23,4723
50	30,0945	45,6917	37,8246	62,2981	29,5211	24,6669	36,7561	29,3227	52,1032	23,4723

Tabela 6.2.8: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	22,7374	33,6525	25,3755	48,4111	20,6920	21,9841	32,0199	23,7678	45,5325	18,7709
46	22,8267	33,8809	25,4343	48,8473	20,7421	22,0640	32,1804	23,7986	45,8281	18,7920
47	22,9132	34,1032	25,4909	49,2747	20,7902	22,1421	32,3352	23,8280	46,1147	18,8123
48	22,9971	34,3197	25,5453	49,6934	20,8363	22,2186	32,4845	23,8560	46,3925	18,8317
49	23,0784	34,5304	25,5977	50,1037	20,8806	22,2933	32,6285	23,8827	46,6620	18,8503
50	23,1571	34,7357	25,6481	50,5058	20,9230	22,3664	32,7674	23,9081	46,9234	18,8680

Tabela 6.2.9: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9616	5,9445	5,5805	9,7289	3,1050	2,8134	27,0401	22,1576	11,1680	2,8961
2	15,0450	20,4506	16,9979	30,3026	14,3369	14,2435	42,8206	26,2362	34,7356	13,6879
3	32,3600	38,8776	32,8962	54,4947	30,7703	31,0209	37,8223	31,2155	60,1968	29,7413
4	48,5035	52,6079	44,5156	71,4026	45,9732	47,7827	50,7532	42,3185	75,1287	45,7054
5	62,1034	60,9838	49,7910	79,9827	58,8409	63,1911	60,7759	50,0692	80,1383	60,4348
...

Tabela 6.2.10: Medidas de erros para os lags iniciais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9271	30,7123	22,9080	63,6851	3,0332	2,8546	6,0597	6,9827	11,5799	2,9625
2	14,1365	31,1919	35,3296	56,4593	13,7269	13,3201	19,3424	21,9198	36,4049	12,8958
3	30,6523	37,3373	41,4061	63,3674	29,8881	28,5661	34,6367	36,6639	61,4919	27,6140
4	47,1982	46,6874	43,5693	72,7778	45,8891	44,3168	44,7002	41,8951	73,4988	42,6535
5	62,8280	56,3214	47,2331	77,5500	60,8517	60,2940	51,5775	41,5744	73,9517	57,9033
...

Tabela 6.2.11: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 30 e 40 – Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	46,5417	76,3325	83,0373	122,0957	49,0433	47,0448	80,8002	85,4477	128,0046	49,9877
46	38,5689	68,8159	74,4024	114,3058	40,9927	38,0735	71,7546	76,1395	119,5843	40,8046
47	34,3647	64,8800	70,1482	109,7268	36,7436	32,8783	65,9858	70,9705	114,3222	35,3019
48	33,8893	64,4031	70,3032	108,7132	36,2852	31,4619	64,2002	70,4498	112,8984	33,7115
49	36,6878	66,9005	74,1053	111,0384	39,1838	33,7201	66,8027	74,0564	115,4007	35,9821
50	41,9782	71,8360	80,3293	116,0258	44,6384	39,4629	72,7059	80,5120	121,2297	41,8131

Tabela 6.2.12: Medidas de erros para lags finais – Modelos Ajustados por Mínimos Quadrados usando defasagens 50 e 60 – Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
...
45	44,3624	81,1800	86,1162	129,2275	47,7486	40,4007	77,7864	83,6512	127,0644	42,9663
46	36,0189	73,0846	77,7137	120,3053	39,1104	31,8351	69,9487	74,7067	118,6504	34,3054
47	31,1823	67,6831	72,5745	114,1797	33,8196	27,1482	65,1053	69,5691	113,5615	29,5276
48	29,9291	65,5263	71,0239	111,9659	32,1697	26,4605	63,5424	68,7002	112,1514	28,8460
49	32,1154	66,7840	73,0296	113,8684	34,0863	29,4451	65,1332	71,7576	114,1806	31,9182
50	37,4375	71,3522	78,2153	119,1855	39,2862	35,2238	69,6005	77,7381	119,1409	37,7743

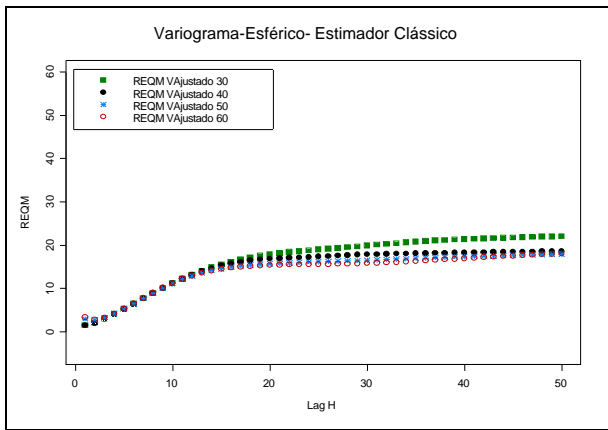


Gráfico 6.2.1: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

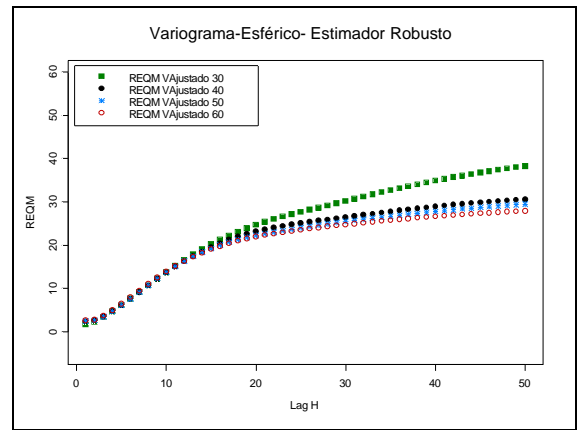


Gráfico 6.2.2: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

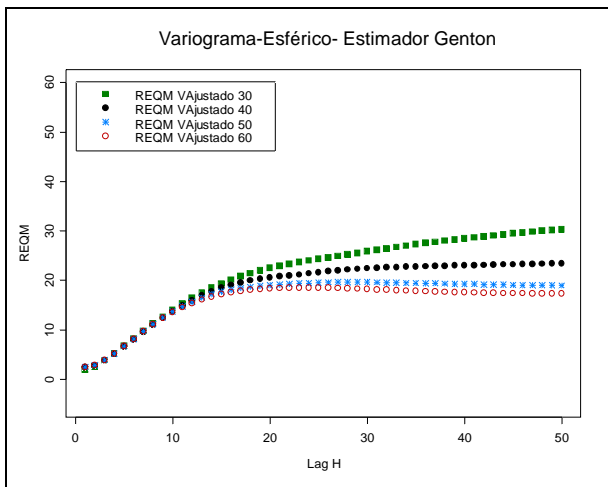


Gráfico 6.2.3: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

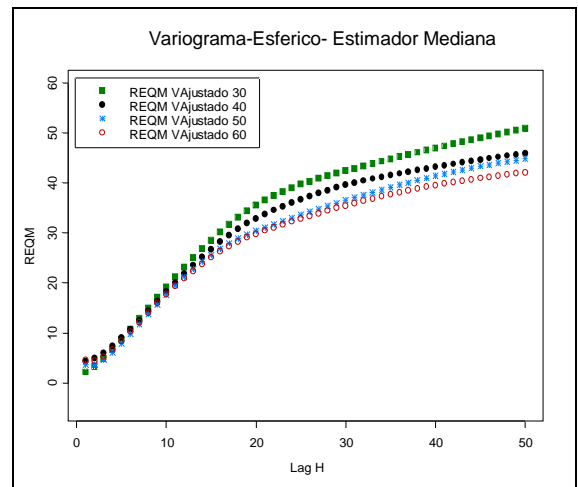


Gráfico 6.2.4: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

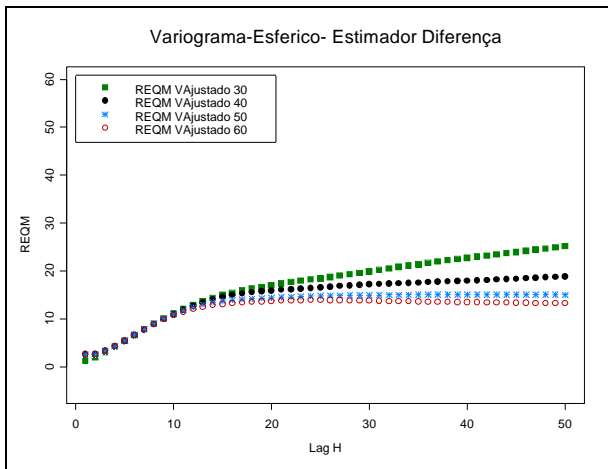


Gráfico 6.2.5: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

Figura 6.2.1: Comparativo de variogramas ajustados pelo Método de Mínimos Quadrados Ponderados em diferentes lags – Modelo Esférico

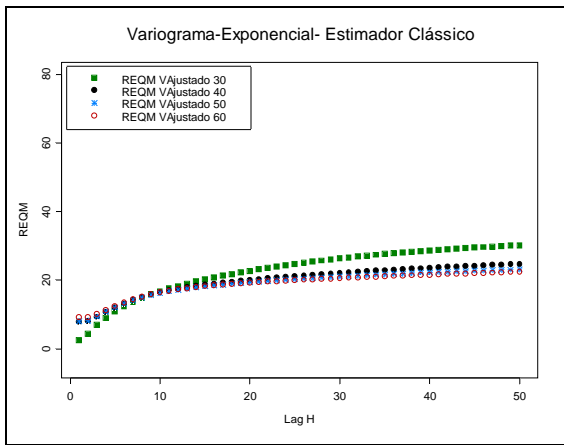


Gráfico 6.2.6: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

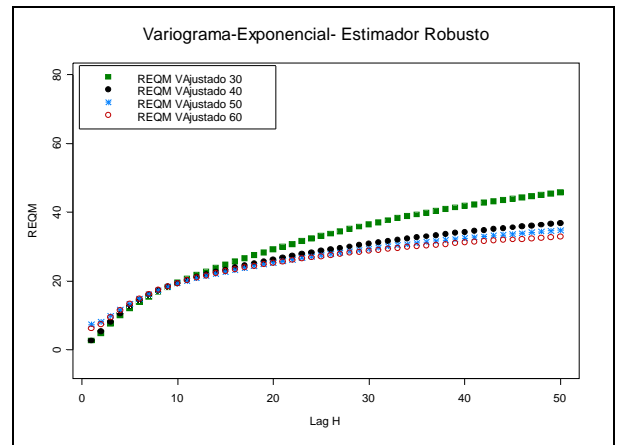


Gráfico 6.2.7: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

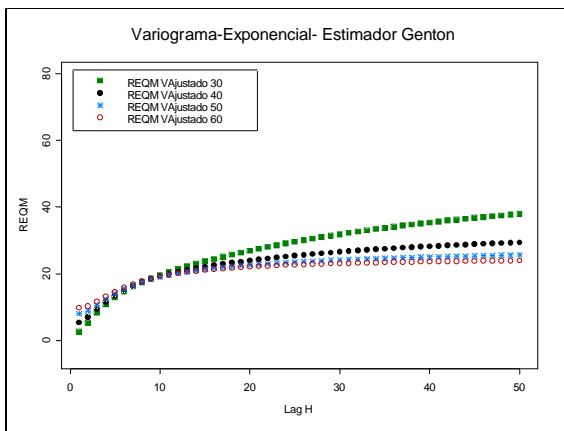


Gráfico 6.2.8: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

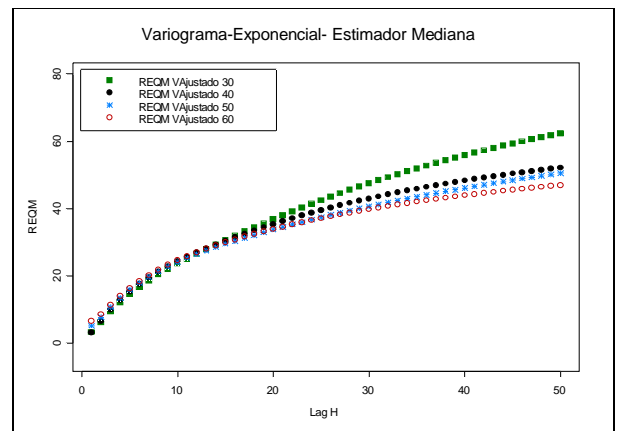


Gráfico 6.2.9: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

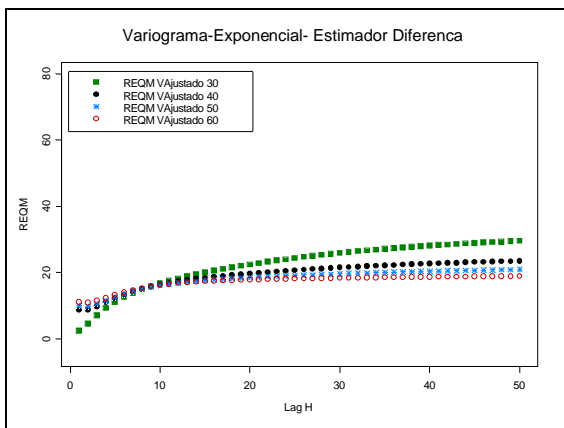


Gráfico 6.2.10: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

Figura 6.2.2: Comparativo de variogramas ajustados pelo Método de Mínimos Quadrados Ponderados em diferentes lags – Modelo Exponencial

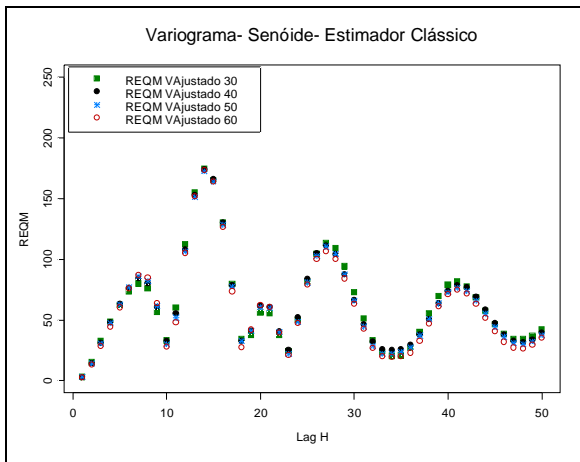


Gráfico 6.2.11: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

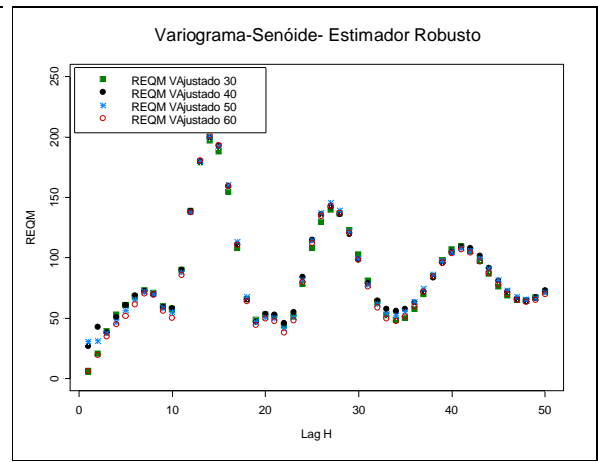


Gráfico 6.2.12: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

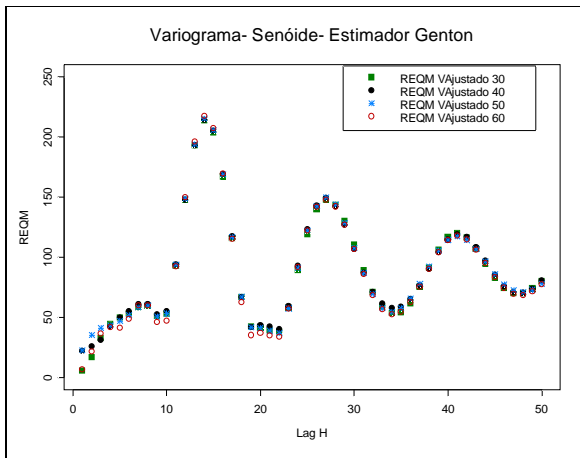


Gráfico 6.2.13: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

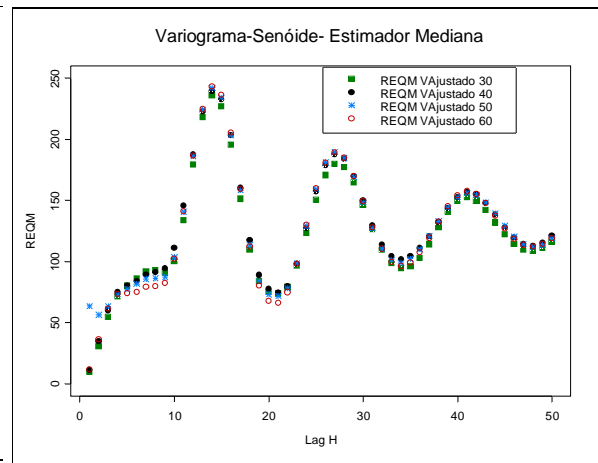


Gráfico 6.2.14: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

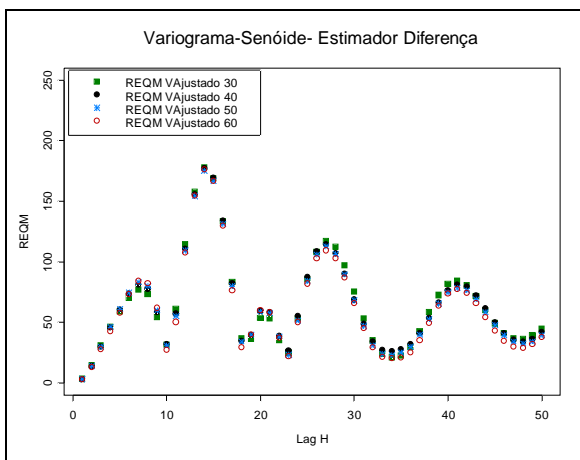


Gráfico 6.2.15: Comparativo de variograma ajustado em diferentes lags

Figura 6.2.3: Comparativo de variogramas ajustados pelo Método de Mínimos Quadrados Ponderados em diferentes lags – Modelo Senóide.

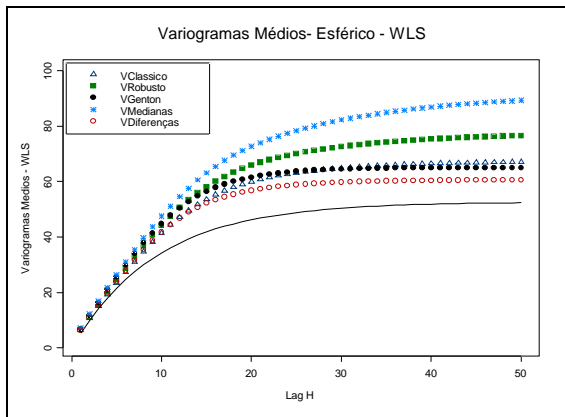


Gráfico 6.2.16: Variogramas Médios Ajustados, com os Parâmetros Ajustados dos Variogramas Experimentais. A linha Contínua é o Variograma Teórico.

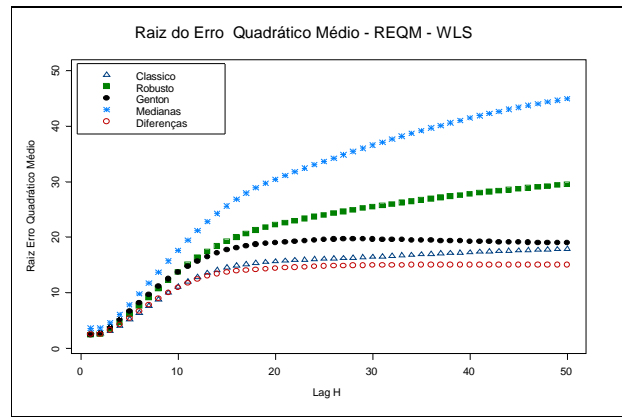
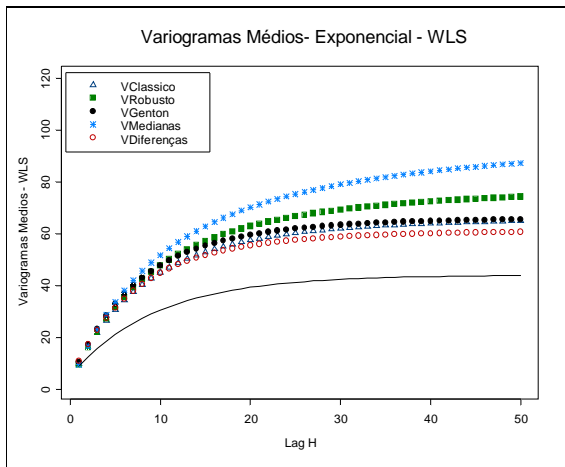
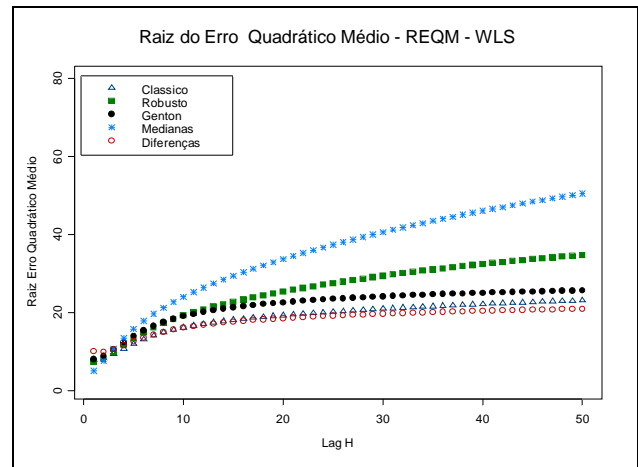


Gráfico 6.2.17: Raiz do Erro Quadrático Médio dos Variogramas Ajustados.



6.2.18: Variogramas Médios Ajustados, com os Parâmetros Ajustados dos Variogramas Experimentais.



6.2.19: Raiz Erro Quadrático Médio dos Variogramas Ajustados.

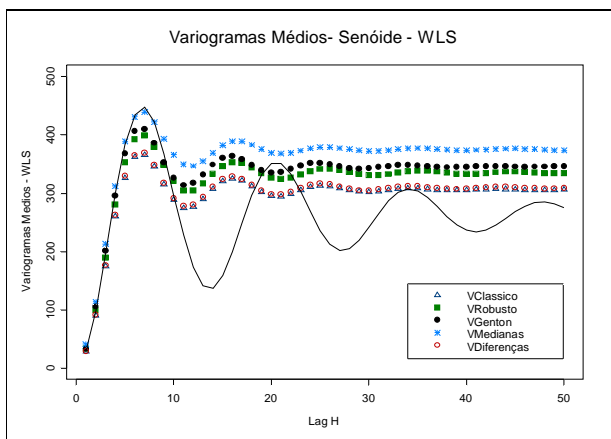


Gráfico 6.2.20: Variogramas Médios Ajustados – A linha contínua é o variograma teórico.

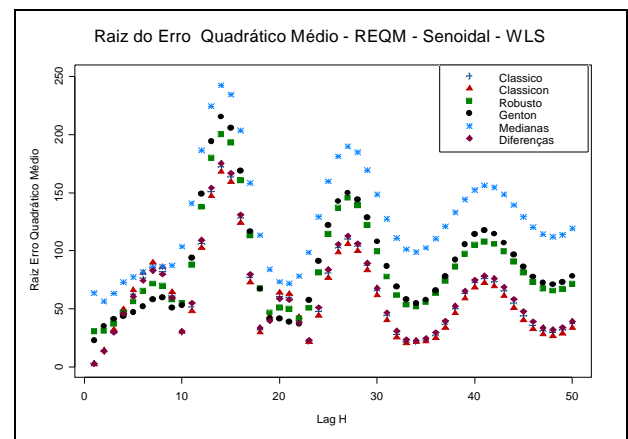


Gráfico 6.2.21: Raiz do Erro Quadrático Médio- Variogramas ajustados

Figura 6.2.4: Resultados médios e REQM observado no ajuste do Modelo de Variograma Esférico, Exponencial e Senóide por Mínimos Quadrados Ponderados.

Capítulo 7: Considerações Finais.

Através das análises do Capítulo 6, seções 6.1 e 6.2, observamos que os estimadores de variograma da classe robusta fornecem bons resultados nas situações em que há presença de “*outliers*”. Em situações nas quais os “*outliers*” não estão presentes nos dados, os estimadores da classe não robusta são preferíveis, isto é, os estimadores, Clássico de Matheron (1963) e das Diferenças de Hanslett (1997). O estimador proposto por Genton (1998) é uma boa alternativa considerando os estimadores da classe robusta pois os estudos mostraram que o estimador é robusto em relação a “*outliers*”. Nas simulações sem a presença de “*outliers*” e dentre os estimadores da classe robusta, foi o que apresentou melhor desempenho.

Destacamos que a análise da presença de “*outliers*” em dados espacialmente distribuídos deve ser feita antes da modelagem via metodologia de geoestatística, pois o estimador de variograma produzirá melhores estimativas se for escolhido em função da presença ou não de “*outliers*”. Uma técnica de avaliação da presença de “*outliers*” está descrita na seção 4.2 do capítulo 4 desta dissertação.

Verificamos que, de uma forma geral, que estimadores como o das Medianas, Genton e das Diferenças de Hanslett, são menos utilizados pelos usuários de geoestatística, e que os estimadores clássico de Matheron e o Robusto de Cressie e Hawkins são os mais populares. Saliente-se que a maioria dos *softwares* de análise de dados via geoestatística ajustam os variogramas via estimadores clássico de Matheron e Robusto de Cressie e Hawkins, como é o caso do S-Plus, Infomap, etc.

Os estimadores de variograma, tem uma grande demanda computacional em virtude do elevado número de cálculos matemáticos, o que torna as simulações um pouco lentas. Outro aspecto observado no processo de simulação foi que durante a geração de dados o S-Plus, após um algum tempo de intensa geração de amostras, apresentou uma tendência de repetir as amostras já geradas anteriormente, dando uma indicação de que seu gerador interno de números aleatórios apresenta problemas e que estudos de simulação feitos via S-Plus devem ser cuidadosamente monitorados. Para estudos futuros que envolvam simulações similares àquelas que foram feitas nesta dissertação, sugerimos que os estimadores sejam implementados em outra linguagem, como por exemplo em “C” ou “C++”, a fim de que as simulações sejam executadas mais rapidamente.

Este estudo foi realizado no espaço unidimensional, \mathfrak{R}^1 , em virtude do fato de que em \mathfrak{R}^1 os variogramas teóricos possuem uma relação direta com os modelos

ARMA (ver Capítulo 5), o que torna o procedimento de simulação mais simples. Para efeito de estudo de estimadores de variogramas, as conclusões obtidas nesta dissertação podem ser estendidas para o \mathfrak{R}^d , $d \geq 2$ (Cressie, 1993).

O estimador clássico de Matheron, por ser muito difundido, é uma boa alternativa no caso dos dados sem presença de “outliers”. No entanto, uma pequena quantidade de “outliers” pode tornar seu uso inapropriado. Em nossos estudos, concluímos que uma indicação da inadequação deste estimador é a forma da figura geométrica, pois no caso de presença de “outliers”, este estimador não consegue descrever a forma do variograma teórico associado ao processo, exceto o modelo teórico senóide. Isto afeta diretamente a estimação dos parâmetros do modelo teórico pelo método de mínimos quadrados ponderados. De uma maneira geral, tanto quanto possível, deve-se evitar o uso dos estimadores da classe não robusta, excetuando-se os casos em que o usuário tenha plena convicção da não existência de “outliers” nos dados. À menor indicação de existência de valores discrepantes, sugere-se o uso de um dos estimadores da classe robusta, particularmente o proposto por Genton por ter fornecido bons resultados nas simulações. Alertamos que a escolha do estimador deve ser antecedida de uma análise de presença de “outliers” nos dados, considerando que os resultados mostraram que os estimadores da classe não robusta, isto é, clássico de Matheron e das diferenças, produzem resultados muito ruins na presença de dados discrepantes.

Dentre os estimadores estudados, aqueles que têm menor demanda computacional são o clássico de Matheron e o robusto proposto por Cressie & Hawkins, sendo o estimador proposto por Genton um dos mais complexos para implementação e de maior demanda computacional, principalmente em casos nos quais o espaço de localizações é o \mathfrak{R}^d , $d > 1$.

Salientamos que o método de mínimos quadrados ponderados teve bons resultados na estimação dos parâmetros dos variogramas da classe não robusta, isto é, o clássico de Matheron e das diferenças de Hanslett e na ausência de contaminação dos dados.

Finalizando, as análises em relação à regra proposta por Journel & Huibregts, 1978, sugerem que, a escolha da vizinhança para o ajuste dos parâmetros do variograma teórico está intimamente ligada ao número de lags escolhidos pelo pesquisador, tendo forte dependência com a forma da curva geométrica ajustada através dos variogramas experimentais. Em geral número de lags menores do que a proposta de Journel & Huibregts, 1978, fornecem melhores resultados, uma vez que, lags maiores a correlação entre as observações amostrais tendem, a não

influenciar, de maneira significativa no processo estocástico, gerador dos dados amostrais.

Referências Bibliográficas.

- [1] BARRY, R. P., HOEF, J. M. Blackbox kriging: spatial prediction without specifying variogram models. *Journal of Agricultural, Biological and Environmental Statistics*, 1, 2, 297-322, 1996.
- [2] BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., *Time series analysis: Forecasting and Control*, 2nd ed. Holden-Day, San Francisco, 1976.
- [3] BROCKWELL, P. J. , DAVIS, R. A. Time series: theory and methods. New York: Springer Verlag, 1991.
- [4] CHERRY, S., BANFIELD, J., QUIMBY, W. F. An evaluation of non-parametric method of estimating semi-variograms of isotropic spatial process. *Journal of Applied Statistics*, 23, 4, 435-449,1996.
- [5] CHILÉS, J-P, DEFINER, P. *Geostatistics: modelling spatial uncertainty*. New York: John Wiley, 1999. 695 p.
- [6] CRESSIE, N. Fitting variogram models by weighted least squares, *Mathematical Geology*, 17, 5, 563-582, 1985.
- [7] CRESSIE, N. *Statistics for spatial data*. New York: John Wiley & Sons, 1993.
- [8] CRESSIE, N. The origins of kriging. *Mathematical Geology*, 22, 239-252,1990.
- [9] CRESSIE, N.; HAWKINS, M. Robust estimation of the variogram:I. *Mathematical Geology*, 12 (2): 115-125,1980.
- [10] DELAY, F., MARSILY, G. The integral of the semivariogram: a powerful method for adjusting the semivariogram in geostatistics, *Mathematical Geology*, 26,3,301-321, 1994.
- [11] DIAMOND, P., ARMSTRONG, M. Robustness of variograms and conditioning of kriging matrices. *Mathematical Geology*, 16,8, 809-822, 1984.
- [12] DOWD, P. A., SARAÇ, C. A neural network approach to geostatistical simulation, *Mathematical Geology*, 26, 4, 491-503, 1994.
- [13] GENTON, M. G. Variogram fitting by generalized least squares using an explicit formula for the covariance structure. *Mathematical Geology*, 30, 4, 323-345, 1998.
- [14] GENTON, M. G., GORSICH, D., J., Nonparametric variogram and covariogram estimation UIT Fourier-Bessel matrices. *Computacional Statistics & Data Analysis*, 41, 47-57, 2002.
- [15] GENTON, M. G. Highly robust variogram estimation. *Mathematical Geology*, 30, 2, 213-221,1998.

- [16] GOTWAY, A., C., Fitting semivariogram models by weighted least squares. *Computers & Geosciences*, Vol. 17, 1,171-172,1991.
- [17] HAMPEL, F., R., RONCHETTI, E., M., ROUSSEEUW, P., J., STAHEL, W., A., Robust statistics, the approach based on influence functions: New York: John Wiley & Sons, 1986.
- [18] HASLETT, J. On the sample variogram and the sample autocovariance for non-estacionary time series, *The Statistician*, v.46, pp 475-485, 1997.
- [19] ISAAKS, E.H. AND SRIVASTAVA, R.M. 1989. *An introduction to applied geostatistics*. Oxford University Press.
- [20] JOURNEL, A.G., HUIJBREGTS, Ch.J. *Mining geostatistics*. New York, Academic Press, 1978.
- [21] JOURNEL, A. G. New distance measures: the route toward truly non-gaussian geostatistics. *Mathematical Geology*, 20 (4): 459-475, 1988.
- [22] LAMOREY, G., JACOBSON, E. Estimation of semivariogram parameters and evaluation of the effects of data sparsity. *Mathematical Geology*, 27, 3, 327-358, 1995.
- [23] KITANIDIS, P. K., "Minimum-variance unbiased quadratic estimation of covariances of regionalized variables, "*Mathematical Geology*, 17(2), 195-208, 1985
- [24] KRIGE, D. G. A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *Journal of Chemical, Metallurgical and Mining Society of South Africa*, 52, 119-139,1951.
- [25] MATHERON, G. Principles of geostatistics. *Economic Geology*, 58,1246-1266, 1963.
- [26] MCBRATNEY, A., B., WEBSTER, R., Choosing functions for semivariograms of soil properties and fitting them to sampling estimates. *Journal of Soil Science*, 37, 617-639, 1986.
- [27] MINGOTI, S. A. Projeto de pesquisa: Geoestatística. *Relatório Técnico*. Belo Horizonte: Departamento de Estatística UFMG, 1994, 53 p.
- [28] MINGOTI, S. A., SILVA, A. F. Um exemplo de aplicação das técnicas de Geoestatística: Uma análise do nível piezométrico do aquífero de Wolfcamp (Estados Unidos). *Revista Escola de Minas (REM)*, 49, 02, 96-100, 1995.
- [29] MINGOTI, S. A. As funções de madograma e rodograma com alternativas na modelagem da estrutura de Variabilidade espacial dos dados. *Revista Escola de Minas (REM)*, 50, 02, 71-74, 1996.

- [30] MINGOTI, S., A., NEVES, F., O., A metodologia de geoestatística como alternativa na análise de séries temporais. *Revista Escola de Minas (REM)*, 52, 03, 182-187, 1999.
- [31] MINGOTI, S. A., PANTUZZO, A. E. Predição do número total de casos diagnosticados de Aids dos municípios de Minas Gerais através de técnicas de estatística espacial. *Revista de Matemática e Estatística da UNESP*, 16, 59-80, 1998.
- [32] MINGOTI, S.A., ROSA, G., LEITE, A.G. Aplicando a geoestatística na descrição do número de casos diagnosticados de Aids nos municípios de Minas Gerais no período de 1996 a 1999. *Anais da 46a. Reunião Anual da RBRAS, 9a. SEAGRO, ESALQ/Piracicaba*, 222-225, 2001.
- [33] MINGOTI, S.A., ROSA, G., LEITE, A.G. Describing the total number of diagnosed cases of AIDS by means of geostatistics, 2002 (submetido).
- [34] MOOD, M., A., GRAYBILL, A., F., BOES, C., D., *Introduction to the theory of statistics*. New York: McGraw-Hill Internacional Editions, 1974.
- [35] OMRE, H. Bayesian Kriging - Merging observations and qualified guesses kriging. *Mathematical Geology*, 19, 01, 1987.
- [36] OMRE, H., HALVORSEN, K. B. The *Bayesian bridge between simple and universal kriging*. *Mathematical Geology*, 21, 7, 767-786, 1989.
- [37] ROUSSEEUW, P. J., AND CROUX. C., 1993, *Alternatives o the median absolute deviation*: Jour. Am. Stat. Assoc., v. 88, nº 424, p. 1273-1283.
- [38] SAS Institute, SAS/STAT[®]. User's Guide, Version 6.12, Institute Inc. 1997.
- [39] S+Spatial Stats User's Manual, Version 1.5 (1996). Mathsoft Inc.
- [40] SHARP, W. E. Stochastic simulation of semivariogram. *Mathematical Geology*, 14, 5, 445-457, 1982.

Anexo 1

Tabelas usadas para avaliação de resultados apresentados no Capítulo 6.

Anexo 1: Tabelas Usadas para Avaliação dos Resultados Apresentados no Capítulo 6.

Tabela 1.1: Variogramas Experimentais Médios – Modelo Teórico Esférico

<i>Lag (h)</i>	Estimadores - $2\hat{\gamma}(h)$					Teórico $2\gamma(h)$
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	
1	5,3961	5,4713	5,7374	5,6824	5,4463	5,2632
2	10,5144	10,5078	11,5628	10,7928	10,6039	10,0000
3	15,2614	15,5333	16,1754	16,1982	15,3786	14,2632
4	19,7142	20,1769	21,7961	21,0607	19,8513	18,1000
5	23,9231	24,3736	24,9097	24,7377	24,0701	21,5532
6	27,9025	28,0694	29,9480	28,1878	28,0547	24,6610
7	31,7155	32,4481	32,6101	33,7956	31,8626	27,4581
8	35,2787	36,9610	38,1791	38,4383	35,4080	29,9754
9	38,5941	40,6226	40,2328	42,1706	38,6982	32,2410
10	41,5652	44,1625	45,5172	45,8867	41,6211	34,2801
11	44,2878	47,2957	46,2135	50,0359	44,2729	36,1152
12	46,8967	50,2268	51,0197	54,1105	46,7910	37,7669
13	49,3337	53,4851	51,0359	58,5584	49,1335	39,2533
14	51,4310	56,4116	55,7290	63,1635	51,1216	40,5912
15	53,2759	59,0334	55,2184	65,7674	52,8329	41,7952
16	54,9490	61,7243	60,1684	68,2381	54,3735	42,8788
17	56,5480	63,3954	58,6051	70,9122	55,8254	43,8541
18	57,8664	64,8282	61,9736	71,4295	57,0005	44,7319
19	58,8559	65,2493	60,6180	71,6339	57,8206	45,5218
20	59,4758	65,1525	64,0810	71,5533	58,2789	46,2328
21	60,1959	66,9913	61,8629	75,9276	58,8255	46,8727
22	60,9702	67,9499	65,5906	74,6639	59,3706	47,4486
23	61,5230	67,7047	62,3232	75,2845	59,6583	47,9669
24	62,1634	67,8225	66,0240	76,1156	60,0892	48,4333
25	62,8120	68,4991	63,0885	75,8229	60,5261	48,8532
26	63,2502	69,0225	66,7356	76,9961	60,7505	49,2310
27	63,6753	70,0012	63,8581	77,3596	60,9328	49,5711
28	64,2117	70,7285	67,5966	77,5209	61,2314	49,8771
29	64,5205	70,8123	64,0480	75,5041	61,2400	50,1526
30	64,6643	69,9542	67,7164	77,3365	61,0660	50,4005
31	64,6591	69,2314	62,6640	77,1120	60,6732	50,6236
32	64,2016	68,2069	64,6941	75,1988	59,8133	50,8244
33	63,5439	67,8328	60,1837	73,0297	58,7083	51,0051
34	62,9314	67,2348	63,3698	73,4563	57,6259	51,1677
35	62,5231	66,4307	59,0474	71,1429	56,7213	51,3141
36	62,2256	67,3670	62,5917	73,2997	55,9438	51,4459
37	62,3320	67,5204	57,7364	73,3520	55,5498	51,5644
38	62,4540	68,8364	61,7835	73,5584	55,1826	51,6712
39	62,4921	69,5777	56,4808	76,9901	54,7360	51,7672
40	62,1532	69,4477	58,4493	75,5368	53,9309	51,8536
41	61,6887	69,6725	52,6408	75,6830	53,0047	51,9314
42	61,2341	69,3645	54,9418	76,5065	52,0208	52,0014
43	60,8600	68,3335	51,0004	76,7066	51,0688	52,0645
44	60,5808	67,3300	55,6218	73,4744	50,1753	52,1212
45	60,5140	67,3143	50,6992	73,9892	49,4216	52,1722
46	60,1853	66,2907	53,4502	71,4395	48,3483	52,2181
47	60,1607	65,4095	48,7793	71,5110	47,5618	52,2595
48	60,1051	65,5403	52,2768	69,0405	46,8161	52,2967
49	60,2919	65,5027	47,4496	68,4154	46,3790	52,3302
50	60,8539	65,1155	52,1920	67,9294	46,3560	52,3603

Tabela 1.2: Análise dos estimadores via Erro Médio e Erro Médio Absoluto – Modelo Esférico

<i>Lag</i> (<i>h</i>)	Erro Médio					Erro Médio Absoluto				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	0,1329	0,2081	0,4743	0,4193	0,1832	0,6554	0,7876	0,8569	1,1427	0,6714
2	0,5144	0,5078	1,5628	0,7928	0,6039	1,6229	1,7690	2,1616	2,4874	1,6643
3	0,9982	1,2701	1,9122	1,9351	1,1155	2,6623	2,6960	3,1046	3,6222	2,7282
4	1,6142	2,0769	3,6961	2,9607	1,7513	3,5849	4,3089	4,8746	5,2310	3,6727
5	2,3699	2,8204	3,3565	3,1846	2,5169	4,5304	5,1834	5,4767	6,4559	4,6350
6	3,2415	3,4084	5,2870	3,5268	3,3937	5,4046	6,1054	6,7822	7,2062	5,5562
7	4,2574	4,9900	5,1521	6,3376	4,4045	6,2992	7,4938	7,4827	10,1651	6,4844
8	5,3033	6,9856	8,2037	8,4629	5,4326	7,1429	8,6830	9,8596	10,8336	7,3549
9	6,3530	8,3815	7,9917	9,9296	6,4571	7,9117	10,0981	9,7662	11,9361	8,1120
10	7,2851	9,8824	11,2371	11,6066	7,3410	8,6716	11,1968	12,0187	13,6887	8,7913
11	8,1726	11,1804	10,0983	13,9207	8,1577	9,4161	11,9641	11,1135	15,2438	9,5014
12	9,1298	12,4599	13,2528	16,3437	9,0241	10,2617	13,0511	14,1287	17,7079	10,3398
13	10,0804	14,2317	11,7826	19,3050	9,8802	11,1574	15,1672	13,1193	21,1097	11,1389
14	10,8399	15,8204	15,1379	22,5723	10,5304	11,9807	17,0306	15,9032	24,4896	11,8927
15	11,4807	17,2382	13,4232	23,9722	11,0377	12,5519	18,1723	14,5811	25,7045	12,3955
16	12,0702	18,8455	17,2896	25,3593	11,4947	13,1660	19,7128	18,2296	26,9514	12,9709
17	12,6939	19,5413	14,7510	27,0581	11,9713	13,7388	20,4362	15,8006	28,0358	13,4009
18	13,1346	20,0964	17,2417	26,6976	12,2686	14,2229	20,8140	17,9075	27,6851	13,7869
19	13,3341	19,7275	15,0962	26,1120	12,2988	14,4366	20,3369	16,5677	27,2135	13,9701
20	13,2430	18,9197	17,8482	25,3205	12,0461	14,5342	20,0492	19,3022	27,9095	14,0177
21	13,3232	20,1186	14,9902	29,0549	11,9528	14,7077	21,1908	16,8468	31,1791	14,1263
22	13,5217	20,5013	18,1420	27,2153	11,9220	15,1176	21,8487	19,6798	29,8788	14,5050
23	13,5561	19,7378	14,3563	27,3176	11,6915	15,2030	21,4748	17,7145	30,7309	14,7034
24	13,7300	19,3892	17,5907	27,6822	11,6558	15,5706	22,1487	20,8662	32,0116	15,0645
25	13,9588	19,6459	14,2353	26,9698	11,6729	15,9372	21,6010	18,5512	31,2464	15,4194
26	14,0192	19,7915	17,5046	27,7651	11,5195	16,0067	21,8352	20,1560	31,1529	15,3559
27	14,1043	20,4301	14,2870	27,7886	11,3617	16,2008	22,8071	18,8375	31,8558	15,5319
28	14,3346	20,8514	17,7194	27,6438	11,3543	16,6181	23,3755	21,7738	30,6023	16,1241
29	14,3679	20,6597	13,8954	25,3515	11,0874	16,7016	23,2964	18,4444	28,7629	16,0763
30	14,2638	19,5538	17,3160	26,9360	10,6656	16,5408	21,7691	21,2870	29,2850	16,0071
31	14,0355	18,6079	12,0404	26,4884	10,0496	16,3415	21,2138	18,9435	30,3096	15,8448
32	13,3772	17,3825	13,8697	24,3744	8,9890	16,0509	20,5062	20,3830	28,9586	15,8230
33	12,5388	16,8277	9,1786	22,0246	7,7032	15,8502	20,5687	18,0314	28,0151	15,7354
34	11,7636	16,0671	12,2021	22,2886	6,4582	15,6535	19,6099	20,1652	27,0546	15,4274
35	11,2090	15,1166	7,7332	19,8287	5,4072	15,2868	18,5460	18,3258	24,8783	15,2137
36	10,7797	15,9211	11,1458	21,8539	4,4979	15,0837	18,9655	19,1451	25,6843	15,3504
37	10,7675	15,9560	6,1719	21,7876	3,9854	14,9214	19,0146	15,0625	25,1595	15,0990
38	10,7829	17,1653	10,1123	21,8873	3,5114	14,8284	20,2213	16,7059	25,7744	14,7504
39	10,7249	17,8105	4,7136	25,2229	2,9688	14,5531	21,6057	14,4632	29,4483	14,4238
40	10,2995	17,5941	6,5956	23,6832	2,0772	14,3526	22,0414	15,6047	29,2818	14,4917
41	9,7573	17,7411	0,7094	23,7515	1,0732	14,6151	23,3557	14,8034	32,0983	14,6280
42	9,2326	17,3631	2,9404	24,5050	0,0193	14,8700	23,3315	15,4235	33,8201	14,6217
43	8,7955	16,2690	-1,0641	24,6422	-0,9957	15,2215	24,0835	15,0244	33,5318	14,5026
44	8,4596	15,2088	3,5007	21,3532	-1,9459	16,0784	25,1344	16,5074	33,0917	14,6065
45	8,3418	15,1421	-1,4730	21,8170	-2,7506	16,9644	25,2480	14,7658	34,4627	14,7547
46	7,9672	14,0725	1,2321	19,2214	-3,8699	17,5323	24,7778	15,9749	32,4420	15,0915
47	7,9012	13,1500	-3,4802	19,2515	-4,6976	17,7971	23,8670	15,2845	31,8069	14,9626
48	7,8084	13,2436	-0,0199	16,7438	-5,4806	17,9578	24,1137	16,6849	28,9745	15,2932
49	7,9617	13,1725	-4,8806	16,0852	-5,9512	18,1280	23,4512	16,0932	26,6804	15,4719
50	8,4936	12,7552	-0,1683	15,5691	-6,0043	18,3919	22,8693	16,6317	25,4822	15,3673

Tabela 1.3: Análise dos estimadores via Raiz do Erro Quadrático Médio e Erro Médio Relativo - Esférico

<i>Lag</i> (<i>h</i>)	Raiz do Erro Quadrático Médio - REQ					Erro Médio Relativo - EMR				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença
1	0,8034	0,9935	1,0503	1,4089	0,8227	0,1245	0,1496	0,1628	0,2171	0,1276
2	1,9634	2,2847	2,7761	3,0901	2,0129	0,1623	0,1769	0,2162	0,2487	0,1664
3	3,3191	3,9047	4,1226	5,0996	3,3983	0,1867	0,1890	0,2177	0,2540	0,1913
4	4,6550	5,4796	6,5026	6,8990	4,7663	0,1981	0,2381	0,2693	0,2890	0,2029
5	5,9458	6,6648	7,0112	8,5649	6,0855	0,2102	0,2405	0,2541	0,2995	0,2150
6	7,1259	7,9939	8,8472	9,5705	7,2995	0,2192	0,2476	0,2750	0,2922	0,2253
7	8,2240	9,3555	9,4896	12,7340	8,4271	0,2294	0,2729	0,2725	0,3702	0,2362
8	9,3347	11,0739	12,3341	13,4188	9,5551	0,2383	0,2897	0,3289	0,3614	0,2454
9	10,3711	12,8132	12,5588	15,8553	10,5935	0,2454	0,3132	0,3029	0,3702	0,2516
10	11,1958	14,5676	15,3399	17,6301	11,3991	0,2530	0,3266	0,3506	0,3993	0,2565
11	12,1384	15,8143	14,5907	20,4646	12,3066	0,2607	0,3313	0,3077	0,4221	0,2631
12	13,1358	16,9279	17,4040	23,5505	13,2479	0,2717	0,3456	0,3741	0,4689	0,2738
13	14,0933	19,1118	16,3648	26,6953	14,1279	0,2842	0,3864	0,3342	0,5378	0,2838
14	14,9521	21,3021	19,2928	29,3255	14,9135	0,2952	0,4196	0,3918	0,6033	0,2930
15	15,6401	22,3538	17,9026	33,3347	15,5266	0,3003	0,4348	0,3489	0,6150	0,2966
16	16,4257	24,0437	21,9945	34,4000	16,2544	0,3071	0,4597	0,4251	0,6285	0,3025
17	17,0642	25,0166	19,8861	35,9883	16,8341	0,3133	0,4660	0,3603	0,6393	0,3056
18	17,6245	25,5571	22,6523	37,2074	17,3699	0,3180	0,4653	0,4003	0,6189	0,3082
19	17,9096	25,4480	21,5286	35,8727	17,5998	0,3171	0,4467	0,3640	0,5978	0,3069
20	18,0520	25,7262	24,5045	35,8838	17,7131	0,3144	0,4337	0,4175	0,6037	0,3032
21	18,2022	26,8544	21,6477	40,7799	17,7920	0,3138	0,4521	0,3594	0,6652	0,3014
22	18,6178	27,8732	24,9672	39,0412	18,1298	0,3186	0,4605	0,4148	0,6297	0,3057
23	18,9294	27,1936	22,4894	39,0049	18,4384	0,3169	0,4477	0,3693	0,6407	0,3065
24	19,5008	27,3292	26,9271	39,7965	19,0250	0,3215	0,4573	0,4308	0,6609	0,3110
25	19,8079	27,5702	24,2670	38,7882	19,3103	0,3262	0,4422	0,3797	0,6396	0,3156
26	19,7533	27,3361	26,4685	40,2008	19,2443	0,3251	0,4435	0,4094	0,6328	0,3119
27	19,8861	28,5239	24,3604	40,5271	19,4499	0,3268	0,4601	0,3800	0,6426	0,3133
28	20,2589	28,8134	27,8824	39,9019	19,9393	0,3332	0,4687	0,4365	0,6136	0,3233
29	20,3626	28,3983	24,2393	37,6210	20,0628	0,3330	0,4645	0,3678	0,5735	0,3205
30	20,4045	26,9299	27,5689	38,3677	20,1755	0,3282	0,4319	0,4224	0,5810	0,3176
31	20,3019	26,2229	24,5925	38,3179	20,1495	0,3228	0,4190	0,3742	0,5987	0,3130
32	19,9395	25,4639	26,8461	37,1228	19,9631	0,3158	0,4035	0,4010	0,5698	0,3113
33	19,3022	25,7939	23,1582	36,0131	19,5143	0,3108	0,4033	0,3535	0,5493	0,3085
34	18,7177	24,8162	25,2480	34,2656	19,0851	0,3059	0,3832	0,3941	0,5287	0,3015
35	18,2479	24,0871	22,4938	34,3324	18,7974	0,2979	0,3614	0,3571	0,4848	0,2965
36	18,0963	25,3366	24,6596	36,2728	18,8113	0,2932	0,3686	0,3721	0,4992	0,2984
37	18,0931	26,1687	19,8778	36,9595	18,7002	0,2894	0,3688	0,2921	0,4879	0,2928
38	18,1841	27,3049	21,7264	38,3945	18,5642	0,2870	0,3913	0,3233	0,4988	0,2855
39	18,3589	28,6195	18,9383	43,1793	18,4021	0,2811	0,4174	0,2794	0,5689	0,2786
40	18,2660	29,4460	19,8503	42,4502	18,1769	0,2768	0,4251	0,3009	0,5647	0,2795
41	18,3520	30,0772	18,0870	45,6455	18,0286	0,2814	0,4497	0,2851	0,6181	0,2817
42	18,5604	30,4056	19,3814	45,4068	17,9535	0,2860	0,4487	0,2966	0,6504	0,2812
43	18,7587	30,4377	18,2511	44,1662	17,7347	0,2924	0,4626	0,2886	0,6440	0,2786
44	19,2538	30,7385	20,4642	42,3134	17,7167	0,3085	0,4822	0,3167	0,6349	0,2802
45	19,7776	31,2921	18,3025	43,6456	17,5755	0,3252	0,4839	0,2830	0,6606	0,2828
46	20,3035	31,1075	19,7204	41,8032	17,7774	0,3358	0,4745	0,3059	0,6213	0,2890
47	20,7338	30,5720	18,4131	42,7144	17,6852	0,3406	0,4567	0,2925	0,6086	0,2863
48	21,0077	30,4840	20,5102	39,6815	17,9621	0,3434	0,4611	0,3190	0,5540	0,2924
49	21,2411	29,6963	19,3369	35,3560	18,0406	0,3464	0,4481	0,3075	0,5098	0,2957
50	21,4871	28,8163	19,6577	34,6531	17,9070	0,3513	0,4368	0,3176	0,4867	0,2935

Tabela 1.4: Variogramas Experimentais Médios – Modelo Teórico Exponencial

$Lag(h)$	Estimadores de Variogramas- $2\hat{\gamma}(h)$					Teórico $2\gamma(h)$
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	
1	5,4686	5,4130	5,6951	5,3722	5,5194	8,9814
2	13,2453	13,0035	14,2425	12,8311	13,3617	12,4938
3	20,1273	19,9373	20,8453	20,3416	20,2903	15,6550
4	25,9925	25,7408	27,7075	26,5406	26,1806	18,5000
5	31,0887	31,0532	31,7459	32,1016	31,2787	21,0605
6	35,5262	35,6787	37,7369	37,0398	35,6999	23,3650
7	39,3285	40,3345	40,1057	41,2971	39,4698	25,4390
8	42,4940	43,8958	45,6393	46,6295	42,5905	27,3056
9	45,1452	47,1428	46,2554	50,2005	45,1915	28,9856
10	47,6019	50,0619	51,6077	52,2736	47,6012	30,4976
11	49,8151	52,9879	51,4989	56,8800	49,7684	31,8583
12	51,8058	55,0122	56,0667	58,8810	51,7030	33,0830
13	53,3536	57,2125	54,9231	60,6172	53,1793	34,1853
14	54,7017	59,2524	59,8551	63,2622	54,4362	35,1773
15	55,7503	61,0862	57,9977	65,3958	55,3740	36,0701
16	56,5241	62,4335	61,1867	67,7259	56,0338	36,8736
17	57,1453	63,4520	58,5096	69,6635	56,5399	37,5967
18	57,6063	63,4687	61,3536	69,7942	56,8737	38,2476
19	58,0682	63,2884	58,3819	70,2989	57,2086	38,8334
20	58,5030	63,4601	62,4030	69,2748	57,5134	39,3606
21	58,7881	63,7586	58,7969	69,2131	57,6477	39,8350
22	59,0244	63,4655	62,3984	67,9176	57,7344	40,2620
23	59,2731	62,1332	59,4134	67,3284	57,8258	40,6464
24	59,4503	62,4313	63,0755	67,3503	57,8263	40,9923
25	59,4792	63,2682	59,4671	68,6859	57,6530	41,3036
26	59,3492	63,6147	61,9887	69,8592	57,3149	41,5837
27	58,9178	62,7530	57,1319	69,5223	56,6671	41,8359
28	58,4741	62,7509	60,5061	68,2519	56,0224	42,0628
29	58,0592	62,6012	57,1940	67,5756	55,4016	42,2671
30	57,6382	62,4576	60,4742	67,0697	54,7736	42,4509
31	57,1426	62,2649	55,9785	67,6802	54,0534	42,6163
32	56,6422	61,2708	59,6443	67,1508	53,3196	42,7652
33	56,3238	61,1155	54,9120	66,7468	52,7545	42,8992
34	56,0395	60,6523	57,9601	65,9465	52,2148	43,0198
35	55,9342	61,0515	53,6202	67,0445	51,8608	43,1284
36	55,8384	61,2918	56,3307	67,6402	51,4782	43,2261
37	55,8961	61,4559	52,4056	67,5958	51,2194	43,3140
38	56,1676	61,6124	55,7813	66,9506	51,1643	43,3931
39	56,7247	62,5097	51,2174	67,4936	51,3393	43,4643
40	57,3117	62,5789	55,2831	70,1040	51,5598	43,5284
41	57,9308	62,9467	52,9477	68,3977	51,8510	43,5861
42	58,4515	63,5699	56,7151	69,4072	52,0323	43,6380
43	58,9413	64,1047	52,7158	69,4968	52,0875	43,6847
44	59,2510	63,7317	56,4354	69,7625	51,9080	43,7268
45	59,4260	64,6544	52,4119	71,2446	51,5703	43,7646
46	59,7764	64,9837	57,0775	70,3715	51,3759	43,7987
47	59,7882	65,6322	52,0543	70,4767	50,8246	43,8294
48	59,6814	65,0959	56,7906	71,8885	50,1725	43,8569
49	59,7251	65,0107	51,6725	72,0256	49,6754	43,8818
50	59,9617	65,1984	55,9119	71,8247	49,3930	43,9041

Tabela 1.5 : Análise dos estimadores via Erro Médio e Erro Médio Absoluto - Exponencial

<i>Lag</i> (<i>h</i>)	Erro Médio					Erro Médio Absoluto				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença
1	-3,5129	-3,5685	-3,2864	-3,6092	-3,4620	3,5129	3,5685	3,2864	3,6225	3,4620
2	0,7515	0,5097	1,7487	0,3373	0,8678	1,8738	2,0468	2,5029	2,5625	1,9242
3	4,4723	4,2824	5,1903	4,6866	4,6353	4,7933	4,7913	5,4982	5,4893	4,9362
4	7,4925	7,2409	9,2075	8,0406	7,6806	7,6965	7,5206	9,4261	8,5574	7,8807
5	10,0282	9,9927	10,6853	11,0410	10,2182	10,1658	10,3299	11,0333	11,7430	10,3629
6	12,1612	12,3137	14,3719	13,6748	12,3349	12,2599	12,3996	14,4930	14,2356	12,4509
7	13,8895	14,8955	14,6667	15,8581	14,0308	13,9450	14,8955	14,7670	16,3510	14,1014
8	15,1883	16,5902	18,3337	19,3238	15,2848	15,2587	16,6948	18,4444	19,6544	15,3844
9	16,1596	18,1572	17,2698	21,2149	16,2059	16,3162	18,3403	17,4494	21,8063	16,4039
10	17,1043	19,5643	21,1101	21,7760	17,1037	17,2619	19,6244	21,1561	22,2014	17,2938
11	17,9567	21,1295	19,6406	25,0217	17,9101	18,1406	21,3033	19,9691	25,7505	18,1217
12	18,7228	21,9292	22,9837	25,7980	18,6200	18,8343	22,1264	23,1610	26,7174	18,7698
13	19,1683	23,0272	20,7379	26,4319	18,9941	19,2999	23,2018	20,9273	27,0498	19,1967
14	19,5245	24,0751	24,6778	28,0849	19,2590	19,7278	24,3642	24,9697	28,8445	19,5509
15	19,6803	25,0162	21,9276	29,3257	19,3040	19,9361	25,4211	22,5401	30,2627	19,6809
16	19,6505	25,5600	24,3131	30,8523	19,1602	19,9833	25,8304	24,7429	31,9613	19,7149
17	19,5485	25,8552	20,9129	32,0667	18,9432	19,9017	26,1082	21,5067	32,6529	19,5691
18	19,3587	25,2211	23,1060	31,5466	18,6261	19,6795	25,4665	23,4809	32,5254	19,3350
19	19,2348	24,4551	19,5485	31,4655	18,3753	19,5308	24,7426	20,3848	32,8118	19,1648
20	19,1425	24,0995	23,0424	29,9143	18,1528	19,4873	24,6336	23,7001	31,3026	19,0543
21	18,9531	23,9236	18,9619	29,3781	17,8127	19,3046	24,7550	20,2907	30,8529	18,8596
22	18,7624	23,2035	22,1364	27,6555	17,4723	19,2199	24,1857	23,1478	29,8600	18,7171
23	18,6268	21,4868	18,7670	26,6821	17,1795	19,3104	22,6493	20,3948	29,2701	18,7619
24	18,4581	21,4391	22,0832	26,3581	16,8340	19,4970	23,3081	23,9883	29,9165	18,9485
25	18,1757	21,9647	18,1635	27,3823	16,3494	19,3489	24,2930	21,3425	31,1055	18,8569
26	17,7655	22,0310	20,4049	28,2755	15,7312	18,8232	24,3856	23,2704	31,6825	18,4148
27	17,0819	20,9171	15,2960	27,6864	14,8312	18,1544	23,6787	19,6130	31,9453	17,7097
28	16,4112	20,6880	18,4433	26,1891	13,9596	17,5673	23,3799	21,7738	30,5823	17,1058
29	15,7921	20,3342	14,9270	25,3086	13,1346	17,0894	22,9727	18,8369	30,2120	16,4416
30	15,1873	20,0067	18,0234	24,6188	12,3227	16,5568	22,1895	21,3170	28,5595	15,7752
31	14,5263	19,6486	13,3622	25,0639	11,4371	16,1871	21,7597	18,1601	29,5249	15,4745
32	13,8769	18,5056	16,8791	24,3855	10,5544	15,9992	20,8011	20,8582	28,3485	15,3235
33	13,4245	18,2163	12,0127	23,8476	9,8553	15,9810	21,0467	18,0496	28,0642	15,5465
34	13,0197	17,6325	14,9403	22,9267	9,1950	15,9005	20,6759	20,2421	27,2195	15,9207
35	12,8058	17,9231	10,4918	23,9161	8,7324	15,7870	21,0357	17,2494	28,0967	15,8713
36	12,6123	18,0658	13,1046	24,4141	8,2522	15,7471	20,9655	18,5217	28,1038	15,8443
37	12,5821	18,1419	9,0916	24,2818	7,9055	15,8008	21,2837	16,9242	27,7621	15,5885
38	12,7745	18,2193	12,3882	23,5575	7,7712	15,7813	21,6797	18,7356	28,6470	15,1864
39	13,2604	19,0453	7,7531	24,0292	7,8750	15,9445	22,4689	15,0872	28,5204	14,9751
40	13,7833	19,0505	11,7547	26,5756	8,0314	16,5684	22,2739	17,4341	30,5033	15,2350
41	14,3447	19,3606	9,3616	24,8116	8,2649	17,3599	23,0743	16,0942	29,5754	15,8160
42	14,8135	19,9319	13,0770	25,7691	8,3943	17,9313	23,3699	18,8190	29,9068	16,1686
43	15,2566	20,4199	9,0310	25,8120	8,4028	18,4404	23,3417	16,6150	29,2852	16,4728
44	15,5242	20,0049	12,7086	26,0357	8,1812	18,6500	23,1115	19,1584	30,0291	16,4205
45	15,6613	20,8898	8,6472	27,4800	7,8057	18,8089	24,6057	17,2952	32,1788	16,0537
46	15,9777	21,1850	13,2788	26,5728	7,5772	19,0764	24,7284	18,7916	30,7978	15,6893
47	15,9589	21,8028	8,2249	26,6474	6,9953	18,9170	24,9262	15,1856	30,6666	15,4177
48	15,8244	21,2390	12,9336	28,0315	6,3155	18,7269	24,0109	18,2140	32,2598	15,2414
49	15,8434	21,1289	7,7907	28,1438	5,7936	18,7253	24,2680	15,6279	32,5953	14,8022
50	16,0576	21,2943	12,0078	27,9206	5,4889	18,9826	24,5978	18,1300	33,0465	14,2957

Tabela 1.6 : Análise dos estimadores via Raiz do Erro Quadrático Médio e Erro Médio Relativo – Exponencial

<i>Lag (h)</i>	Raiz do Erro Quadrático Médio - REQM					Erro Médio Relativo				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença
1	3,5912	3,6797	3,3997	3,7970	3,5431	0,3911	0,3973	0,3659	0,4033	0,3855
2	2,4040	2,6932	3,2882	3,2881	2,4646	0,1500	0,1638	0,2003	0,2051	0,1540
3	5,9628	6,2213	6,7707	7,2892	6,1130	0,3062	0,3061	0,3512	0,3506	0,3153
4	9,3087	9,5355	11,1677	11,3774	9,4964	0,4160	0,4065	0,5095	0,4626	0,4260
5	12,2132	12,9877	13,5282	15,5512	12,4141	0,4827	0,4905	0,5239	0,5576	0,4921
6	14,6744	15,6468	17,5230	18,6022	14,8782	0,5247	0,5307	0,6203	0,6093	0,5329
7	16,6699	18,4787	18,1125	21,0786	16,8623	0,5482	0,5855	0,5805	0,6428	0,5543
8	18,1765	20,2790	22,1800	24,9931	18,3488	0,5588	0,6114	0,6755	0,7198	0,5634
9	19,3194	22,1441	21,1643	27,1725	19,4660	0,5629	0,6327	0,6020	0,7523	0,5659
10	20,3102	23,5947	24,9880	27,7660	20,4304	0,5660	0,6435	0,6937	0,7280	0,5671
11	21,1298	25,8048	23,5820	31,7005	21,2211	0,5694	0,6687	0,6268	0,8083	0,5688
12	21,9605	27,1101	27,1862	33,3597	22,0158	0,5693	0,6688	0,7001	0,8076	0,5674
13	22,4552	28,0905	25,1275	34,9299	22,4603	0,5646	0,6787	0,6122	0,7913	0,5616
14	22,8480	29,3129	29,0398	35,9188	22,8005	0,5608	0,6926	0,7098	0,8200	0,5558
15	23,2708	30,6718	26,8145	38,8635	23,1868	0,5527	0,7048	0,6249	0,8390	0,5456
16	23,5365	31,2884	29,5232	40,6027	23,4246	0,5419	0,7005	0,6710	0,8668	0,5347
17	23,6311	31,8335	26,2689	41,6587	23,4940	0,5293	0,6944	0,5720	0,8685	0,5205
18	23,6298	31,4770	28,6058	42,3434	23,4747	0,5145	0,6658	0,6139	0,8504	0,5055
19	23,5742	31,0370	25,4827	43,0827	23,3948	0,5029	0,6371	0,5249	0,8449	0,4935
20	23,4342	31,0434	29,1713	41,0946	23,2317	0,4951	0,6258	0,6021	0,7953	0,4841
21	23,1286	30,3975	25,0047	39,9564	22,8864	0,4846	0,6214	0,5094	0,7745	0,4734
22	22,9875	29,8271	28,1421	38,3403	22,7132	0,4774	0,6007	0,5749	0,7416	0,4649
23	23,0085	27,8643	25,2439	37,8693	22,7135	0,4751	0,5572	0,5018	0,7201	0,4616
24	23,0125	28,4470	29,1028	37,9232	22,6853	0,4756	0,5686	0,5852	0,7298	0,4622
25	22,7450	29,3432	26,1592	39,9117	22,3776	0,4685	0,5882	0,5167	0,7531	0,4565
26	22,3168	29,6116	28,2711	40,7924	21,9123	0,4527	0,5864	0,5596	0,7619	0,4428
27	21,6904	28,8073	23,5723	39,9590	21,2077	0,4339	0,5660	0,4688	0,7636	0,4233
28	21,1006	28,7800	26,2699	39,2384	20,5696	0,4176	0,5558	0,5176	0,7271	0,4067
29	20,5403	28,3814	23,0338	38,3248	19,9701	0,4043	0,5435	0,4457	0,7148	0,3890
30	20,0356	27,8493	26,2112	36,7786	19,4572	0,3900	0,5227	0,5022	0,6728	0,3716
31	19,6745	27,6040	22,5048	38,4186	19,1567	0,3798	0,5106	0,4261	0,6928	0,3631
32	19,3917	26,8526	26,4132	36,6635	18,9058	0,3741	0,4864	0,4877	0,6629	0,3583
33	19,4440	27,7234	22,7410	37,1079	19,0266	0,3725	0,4906	0,4207	0,6542	0,3624
34	19,6489	27,6300	25,4761	37,6510	19,3377	0,3696	0,4806	0,4705	0,6327	0,3701
35	19,8202	28,5157	21,8359	38,9113	19,4977	0,3660	0,4877	0,4000	0,6515	0,3680
36	19,8580	29,1094	23,8063	40,0255	19,5064	0,3643	0,4850	0,4285	0,6502	0,3665
37	19,7278	28,8055	20,9412	39,2605	19,2575	0,3648	0,4914	0,3907	0,6410	0,3599
38	19,5994	28,6633	23,7415	38,8141	18,9179	0,3637	0,4996	0,4318	0,6602	0,3500
39	19,6525	28,7800	19,3753	38,9589	18,7198	0,3668	0,5170	0,3471	0,6562	0,3445
40	20,0576	28,9647	22,6286	41,0989	18,8481	0,3806	0,5117	0,4005	0,7008	0,3500
41	20,9408	29,5828	21,0574	39,3678	19,5461	0,3983	0,5294	0,3693	0,6786	0,3629
42	21,8889	30,0951	24,6195	39,9364	20,3005	0,4109	0,5355	0,4313	0,6853	0,3705
43	22,5888	30,1149	22,0701	39,9308	20,7289	0,4221	0,5343	0,3803	0,6704	0,3771
44	22,8648	29,6786	24,8526	40,0262	20,7146	0,4265	0,5285	0,4381	0,6867	0,3755
45	22,8870	30,9712	21,2620	42,1535	20,2826	0,4298	0,5622	0,3952	0,7353	0,3668
46	22,9372	31,2245	24,1934	40,1598	19,7277	0,4355	0,5646	0,4290	0,7032	0,3582
47	22,7781	31,5140	19,1839	39,7174	19,2134	0,4316	0,5687	0,3465	0,6997	0,3518
48	22,4711	30,5839	23,6483	42,7053	18,6822	0,4270	0,5475	0,4153	0,7356	0,3475
49	22,2996	30,7737	20,2711	42,9030	18,2631	0,4267	0,5530	0,3561	0,7428	0,3373
50	22,4214	30,9131	23,2051	43,5768	18,0190	0,4324	0,5603	0,4129	0,7527	0,3256

Tabela 1.7 : Variogramas Experimentais Médios – Modelo Teórico Senóide

$Lag(h)$	Estimadores - $2\hat{\gamma}(h)$					Teórico $2\gamma(h)$
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	
1	27,5422	28,5416	29,8064	29,9476	27,8106	27,7778
2	99,2984	104,4808	112,1327	107,9000	100,2722	100,0000
3	196,4745	207,2742	212,7158	217,2045	198,4142	197,7778
4	297,0532	313,5224	336,9463	328,0483	299,9963	299,0000
5	380,4066	400,4486	412,8738	434,6834	384,1754	383,0778
6	431,8088	455,4951	486,2064	481,9752	436,0676	434,9100
7	444,7999	470,4005	477,3653	493,3474	449,1412	447,3548
8	420,8732	441,8941	471,2258	461,1934	424,9061	421,8619
9	368,9610	384,2145	391,5395	404,5827	372,3998	367,3237
10	302,7824	312,4766	331,8360	324,0052	305,4914	297,5524
11	237,4319	241,4670	245,1586	251,0808	239,4308	228,0255
12	185,9731	191,5285	199,0288	196,4367	187,4012	172,6239
13	157,1343	160,7937	161,0737	168,1483	158,2192	141,0156
14	154,1358	156,4710	166,8802	162,4497	155,1580	137,1427
15	174,3638	182,2453	182,7249	189,3374	175,5973	159,0063
16	210,7956	225,4111	237,1127	241,7018	212,4516	199,6601
17	253,9358	275,5795	274,6749	299,8239	256,1122	249,0943
18	294,2546	322,8097	335,0964	353,1024	296,9069	296,5440
19	324,0907	356,9518	354,3011	395,0429	327,0770	332,7177
20	338,6839	369,9031	387,4074	402,6984	341,8242	351,5082
21	336,8269	365,1411	365,7368	396,7186	339,9202	350,8959
22	320,8081	344,3702	366,4223	378,7807	323,6816	332,9433
23	295,6215	315,9310	317,6388	343,0041	298,1428	302,9752
24	267,3556	282,9044	301,8049	304,1464	269,4576	268,1866
25	241,9744	257,7617	255,7922	269,1585	243,6677	236,0173
26	224,3041	236,8373	249,7131	258,7042	225,6626	212,6393
27	217,5056	231,6378	231,7799	251,1431	218,6535	201,8490
28	221,7565	237,2479	254,4805	254,8458	222,8856	204,5457
29	234,7909	251,9626	256,3039	275,5714	236,1107	218,8413
30	252,5408	270,0381	296,9202	291,3316	254,2082	240,7170
31	270,4651	293,6214	300,7430	308,7954	272,5035	265,0394
32	284,7002	312,3613	335,7785	337,5088	287,0399	286,6995
33	292,7243	327,6739	325,4245	366,1139	295,2128	301,6315
34	293,5005	328,7974	347,8011	366,6803	295,9686	307,5217
35	287,7203	321,1987	316,2736	359,5201	290,0163	304,0964
36	277,4915	304,3324	320,9334	332,2489	279,5261	292,9721
37	265,9197	288,6408	285,7528	312,3415	267,7028	277,1436
38	255,5811	273,2695	295,4680	295,6278	257,1751	260,2470
39	248,4584	263,2417	269,8366	280,6890	249,9095	245,7684
40	245,9925	261,6721	285,5385	287,7354	247,3237	236,3618
41	248,4488	266,4804	273,3842	296,9339	249,6690	233,4013
42	254,6738	277,4414	301,6205	308,5787	255,8247	236,8343
43	263,0802	293,1311	292,4433	330,4507	264,2676	245,3350
44	271,6471	305,3976	322,6912	340,4616	272,9977	256,6964
45	278,6075	313,9136	307,7692	355,8284	280,1886	268,3601
46	282,7645	319,2601	336,4905	362,1065	284,4354	277,9632
47	283,5536	321,3253	314,3760	356,5019	285,0038	283,7912
48	280,9564	315,4869	339,3379	352,6692	281,8473	285,0559
49	275,7495	305,0188	304,0299	338,2425	275,9724	281,9607
50	269,0672	294,3414	319,8670	325,6466	268,8372	275,5607

Tabela 1.8: Análise dos estimadores via Erro Médio e Erro Médio Absoluto – Modelo Senóide

<i>Lag</i> (<i>h</i>)	Erro Médio					Erro Médio Absoluto				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença
1	-0,2356	0,7639	2,0286	2,1698	0,0329	2,2051	3,3414	3,4919	5,8220	2,2127
2	-0,7016	4,4808	12,1327	7,9000	0,2722	8,0035	12,9583	16,3964	21,9427	8,0183
3	-1,3032	9,4964	14,9380	19,4268	0,6364	15,3439	27,0754	28,1168	44,4786	15,4020
4	-1,9468	14,5224	37,9463	29,0483	0,9963	21,6239	41,1209	50,3147	73,7418	21,6862
5	-2,6712	17,3709	29,7960	51,6057	1,0976	24,8482	53,5953	53,1508	101,1130	25,0546
6	-3,1012	20,5851	51,2964	47,0652	1,1576	24,3212	63,4317	69,9341	119,7166	24,3351
7	-2,5548	23,0457	30,0106	45,9926	1,7864	21,9874	65,5037	56,1907	119,0837	22,1997
8	-0,9887	20,0322	49,3639	39,3315	3,0442	23,3181	64,3568	67,8034	116,5942	24,0725
9	1,6373	16,8908	24,2157	37,2589	5,0761	31,4166	55,0442	52,7434	100,0558	31,8375
10	5,2300	14,9242	34,2837	26,4528	7,9391	37,5877	51,9918	57,3270	79,6433	38,3718
11	9,4064	13,4415	17,1332	23,0554	11,4053	40,5984	49,6767	49,2753	69,9454	41,4716
12	13,3492	18,9046	26,4049	23,8128	14,7773	39,3780	45,4702	46,4922	55,8451	39,9607
13	16,1187	19,7782	20,0581	27,1327	17,2036	34,7976	36,2318	37,0469	46,8788	35,1474
14	16,9931	19,3284	29,7375	25,3071	18,0153	31,4471	34,7642	40,7179	44,5096	31,8415
15	15,3574	23,2389	23,7186	30,3311	16,5910	36,7722	43,1529	45,9467	53,8679	37,4228
16	11,1355	25,7510	37,4526	42,0417	12,7915	42,5728	52,6976	61,9018	71,3798	43,2782
17	4,8415	26,4853	25,5806	50,7296	7,0179	49,4631	60,5293	60,8628	87,5646	49,9631
18	-2,2894	26,2658	38,5524	56,5584	0,3630	50,8908	66,4144	68,3770	101,1288	51,2877
19	-8,6270	24,2341	21,5835	62,3253	-5,6407	48,0068	69,0442	60,5651	115,5841	48,1237
20	-12,8243	18,3949	35,8992	51,1901	-9,6840	49,6523	69,4348	70,4817	113,9973	49,9272
21	-14,0689	14,2452	14,8410	45,8227	-10,9757	54,9185	72,9316	67,8777	116,0807	55,1219
22	-12,1352	11,4269	33,4790	45,8373	-9,2618	57,7856	75,6893	80,6797	113,0822	58,3273
23	-7,3537	12,9558	14,6636	40,0289	-4,8324	60,8140	79,7851	78,3534	108,1868	61,7171
24	-0,8310	14,7178	33,6183	35,9598	1,2710	59,9467	80,3360	83,6159	108,1940	60,9178
25	5,9571	21,7444	19,7749	33,1412	7,6503	55,9254	71,4913	68,9906	96,8304	56,7186
26	11,6649	24,1980	37,0738	46,0649	13,0233	54,1916	68,4036	76,3948	95,0241	54,8943
27	15,6567	29,7888	29,9310	49,2941	16,8045	57,6143	75,3856	74,7250	99,3235	58,5523
28	17,2109	32,7023	49,9349	50,3001	18,3399	60,2732	76,2291	84,3604	96,4816	61,0825
29	15,9495	33,1213	37,4625	56,7301	17,2694	63,6433	79,9522	80,5177	103,6317	64,7104
30	11,8238	29,3211	56,2032	50,6146	13,4913	67,5362	81,4980	92,2416	98,6544	68,4921
31	5,4257	28,5820	35,7036	43,7560	7,4641	67,4315	82,9558	81,9486	100,8592	68,1030
32	-1,9993	25,6618	49,0790	50,8093	0,3404	64,0106	81,2912	84,0070	107,6794	64,5509
33	-8,9072	26,0424	23,7930	64,4825	-6,4187	62,6834	84,3898	81,2458	121,7712	63,2901
34	-14,0212	21,2757	40,2794	59,1586	-11,5531	63,7639	89,1320	91,8239	119,1206	64,5401
35	-16,3761	17,1023	12,1772	55,4238	-14,0801	69,3452	90,3647	86,5252	123,8046	69,8717
36	-15,4805	11,3604	27,9614	39,2769	-13,4459	70,5537	88,0100	91,0789	123,8217	71,1619
37	-11,2239	11,4972	8,6093	35,1980	-9,4407	69,8878	86,9947	82,5398	116,7024	70,7154
38	-4,6659	13,0225	35,2210	35,3808	-3,0719	69,4123	83,3227	91,0723	108,4188	70,5982
39	2,6900	17,4732	24,0681	34,9205	4,1411	68,1188	78,9499	82,5451	100,8087	68,8371
40	9,6307	25,3103	49,1767	51,3735	10,9618	68,1515	81,0021	91,8762	108,4143	68,5610
41	15,0475	33,0791	39,9829	63,5326	16,2677	69,9433	85,2559	87,9750	114,1877	70,5689
42	17,8395	40,6070	64,7862	71,7443	18,9904	70,8514	90,1986	102,9835	122,2388	71,9685
43	17,7452	47,7961	47,1083	85,1158	18,9326	72,6954	96,0549	95,8296	134,4092	74,3787
44	14,9508	48,7012	65,9948	83,7652	16,3013	71,5620	99,8114	106,4429	138,0852	73,2792
45	10,2474	45,5536	39,4091	87,4683	11,8285	69,6955	101,4758	90,1826	144,5160	71,2144
46	4,8013	41,2969	58,5273	84,1433	6,4722	66,8868	96,6914	98,9301	143,7673	68,0491
47	-0,2376	37,5342	30,5848	72,7107	1,2127	66,6328	95,4305	90,4603	135,5473	68,0130
48	-4,0995	30,4311	54,2821	67,6133	-3,2085	70,1452	96,5896	103,4615	131,3267	71,5285
49	-6,2111	23,0581	22,0692	56,2818	-5,9883	74,3324	91,7675	90,9936	122,8123	76,1927
50	-6,4935	18,7808	44,3063	50,0859	-6,7235	75,1533	92,4932	100,2663	120,7160	77,0679

Tabela 1.9: Análise dos estimadores via Raiz do Erro Quadrático Médio e Erro Médio Relativo – Senóide

<i>Lag</i> (<i>h</i>)	Raiz do erro Médio Quadrático					Erro Médio Relativo				
	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferença
1	2,6658	4,1787	4,3520	7,2689	2,6830	0,0794	0,1203	0,1257	0,2096	0,0797
2	9,7376	16,4102	19,8830	26,6239	9,8185	0,0800	0,1296	0,1640	0,2194	0,0802
3	18,8116	33,1809	34,3898	55,5262	18,9798	0,0776	0,1369	0,1422	0,2249	0,0779
4	26,5146	51,1283	60,4818	88,7817	26,7636	0,0723	0,1375	0,1683	0,2466	0,0725
5	30,2514	65,5192	64,3865	128,9401	30,5355	0,0649	0,1399	0,1387	0,2639	0,0654
6	29,4836	76,7824	82,0137	147,8757	29,7960	0,0559	0,1459	0,1608	0,2753	0,0560
7	27,1008	77,2592	68,7794	144,0124	27,5719	0,0491	0,1464	0,1256	0,2662	0,0496
8	29,9118	75,5485	78,7974	138,0286	30,6645	0,0553	0,1526	0,1607	0,2764	0,0571
9	38,5513	68,1954	64,6466	122,2716	39,5130	0,0855	0,1499	0,1436	0,2724	0,0867
10	46,9181	65,6917	72,9856	99,6025	47,9818	0,1263	0,1747	0,1927	0,2677	0,1290
11	50,8044	63,1428	62,8200	89,0257	51,8702	0,1780	0,2179	0,2161	0,3067	0,1819
12	49,3598	58,4712	61,0094	76,4334	50,3307	0,2281	0,2634	0,2693	0,3235	0,2315
13	45,3627	49,8861	51,8262	65,6011	46,2031	0,2468	0,2569	0,2627	0,3324	0,2492
14	44,1269	48,0711	55,0500	62,5970	44,9459	0,2293	0,2535	0,2969	0,3245	0,2322
15	48,6478	56,8238	57,9008	71,9536	49,5960	0,2313	0,2714	0,2890	0,3388	0,2354
16	55,6464	69,7552	76,7616	93,2727	56,7118	0,2132	0,2639	0,3100	0,3575	0,2168
17	60,4843	79,2149	75,8126	115,2490	61,5106	0,1986	0,2430	0,2443	0,3515	0,2006
18	61,2998	86,5214	86,5120	136,3765	62,1009	0,1716	0,2240	0,2306	0,3410	0,1730
19	59,9731	91,8147	77,3228	154,0747	60,4378	0,1443	0,2075	0,1820	0,3474	0,1446
20	60,9376	90,2199	86,7284	154,6919	61,1771	0,1413	0,1975	0,2005	0,3243	0,1420
21	66,0654	93,8444	84,9963	153,0867	66,3849	0,1565	0,2078	0,1934	0,3308	0,1571
22	72,1687	97,3533	103,2833	150,2000	72,7989	0,1736	0,2273	0,2423	0,3396	0,1752
23	75,3556	99,0150	97,4773	143,5811	76,3287	0,2007	0,2633	0,2586	0,3571	0,2037
24	74,0361	97,9334	105,1836	132,0413	75,1953	0,2235	0,2996	0,3118	0,4034	0,2271
25	69,8152	90,4704	88,2891	120,0761	70,8925	0,2370	0,3029	0,2923	0,4103	0,2403
26	67,3476	85,4335	95,8912	119,3815	68,2271	0,2549	0,3217	0,3593	0,4469	0,2582
27	69,4405	89,1275	89,3755	123,7362	70,2932	0,2854	0,3735	0,3702	0,4921	0,2901
28	74,5965	92,6375	103,9068	118,5264	75,6659	0,2947	0,3727	0,4124	0,4717	0,2986
29	79,4405	96,5501	100,2413	132,9218	80,7450	0,2908	0,3653	0,3679	0,4735	0,2957
30	81,6733	100,3655	115,9700	125,7378	83,0457	0,2806	0,3386	0,3832	0,4098	0,2845
31	81,1399	103,1561	106,6359	129,2561	82,4062	0,2544	0,3130	0,3092	0,3805	0,2570
32	79,5206	104,7869	114,9536	142,4123	80,6503	0,2233	0,2835	0,2930	0,3756	0,2252
33	79,1537	107,9139	102,2900	163,5438	80,1937	0,2078	0,2798	0,2694	0,4037	0,2098
34	80,8813	110,6174	113,6558	156,0444	81,8864	0,2073	0,2898	0,2986	0,3874	0,2099
35	83,1713	111,5828	105,1133	162,2123	84,2342	0,2280	0,2972	0,2845	0,4071	0,2298
36	84,7809	111,0874	114,4123	160,4732	86,0134	0,2408	0,3004	0,3109	0,4226	0,2429
37	85,4189	113,6837	105,0109	157,0301	86,8330	0,2522	0,3139	0,2978	0,4211	0,2552
38	85,0808	107,7850	115,4760	144,3978	86,4662	0,2667	0,3202	0,3499	0,4166	0,2713
39	84,5028	102,8558	101,8251	133,4296	85,6139	0,2772	0,3212	0,3359	0,4102	0,2801
40	84,5546	101,4055	114,5061	140,1752	85,4159	0,2883	0,3427	0,3887	0,4587	0,2901
41	85,2284	103,0584	109,9052	147,5917	86,1648	0,2997	0,3653	0,3769	0,4892	0,3023
42	86,3036	109,3482	128,0635	154,1147	87,6159	0,2992	0,3809	0,4348	0,5161	0,3039
43	87,3256	119,1683	119,7553	172,2795	89,0728	0,2963	0,3915	0,3906	0,5479	0,3032
44	86,6399	126,6523	132,6955	183,9363	88,6330	0,2788	0,3888	0,4147	0,5379	0,2855
45	84,0921	124,4503	112,2313	187,9555	86,0747	0,2597	0,3781	0,3361	0,5385	0,2654
46	81,7535	121,0861	123,9595	181,8455	83,5719	0,2406	0,3479	0,3559	0,5172	0,2448
47	82,3078	116,8248	108,7681	171,7516	84,1352	0,2348	0,3363	0,3188	0,4776	0,2397
48	85,5884	116,4638	127,1377	170,2049	87,6857	0,2461	0,3388	0,3630	0,4607	0,2509
49	89,1238	114,2592	112,8340	159,5755	91,5124	0,2636	0,3255	0,3227	0,4356	0,2702
50	90,5238	115,6635	127,8573	157,1750	92,8889	0,2727	0,3357	0,3639	0,4381	0,2797

Resultados para os estimadores de Variogramas com dados contaminados 5%, 10% e 15% de “Outliers”.

Tabela 1.10: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers – Modelo Esférico

Lag	5% de Outliers –REQM-Esférico					10% de Outliers-REQM-Esférico					15% de Outliers-REQM-Esférico				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	65,4445	9,2983	3,3770	2,0120	66,1554	108,5309	23,9243	8,3459	4,3988	114,0997	156,3961	45,6329	14,9521	6,8490	158,0291
2	65,3371	13,7552	7,8191	4,8475	66,0820	107,8840	31,8031	17,6450	9,1820	114,9541	154,8231	56,7293	29,5837	13,9458	156,4785
3	65,4517	17,8439	10,9140	7,4404	66,2282	104,8934	37,2010	23,6223	13,4933	110,6994	151,6532	65,3019	39,2787	20,0122	153,2945
4	67,1959	21,5220	15,6547	10,1247	68,0150	107,6420	43,3446	33,1939	18,1427	114,3266	152,0011	70,5257	50,9807	24,7440	153,6659
5	66,6863	24,5573	17,9007	12,7064	67,5131	106,1272	47,2181	37,9281	23,0587	113,4181	152,4139	79,1729	60,3288	32,3487	154,0793
6	66,9339	27,5780	23,3214	15,8048	67,7695	105,1531	50,2350	45,1649	27,1755	112,3463	150,0120	81,9811	70,4482	37,8160	151,6210
7	67,4982	29,5697	24,3812	18,9713	68,3277	108,3260	57,9559	50,9275	32,6317	114,3538	149,5508	87,0014	74,2229	43,7800	151,1471
8	68,2123	32,3404	29,6304	21,1667	69,0412	106,3606	59,0831	57,6709	36,2287	112,6516	147,5868	91,3845	86,6643	48,8008	149,1476
9	69,2985	35,6103	30,3643	24,6193	70,1222	109,0191	64,2001	58,9144	40,0590	114,7136	146,1399	93,7161	86,7604	56,0662	147,6418
10	69,8704	38,6426	36,3879	28,6037	70,6800	107,9656	65,0239	66,2227	43,9547	114,3949	153,0198	100,9968	101,6433	61,5222	154,5917
11	70,9847	42,1007	37,0249	32,7458	71,7473	110,1113	69,3340	64,7234	47,2089	116,7708	149,4916	102,8654	98,8932	67,4969	150,9812
12	71,4511	43,7695	42,5013	35,4822	72,1848	108,3566	69,7956	70,7995	50,1000	113,8630	151,2277	105,6585	109,2801	69,2876	152,6905
13	72,0104	46,2669	41,6369	35,9672	72,7001	110,0289	72,3732	69,8650	53,3987	115,8159	152,3904	109,5707	107,1813	77,0033	153,7780
14	73,8583	48,6497	46,5516	40,1341	74,4937	110,1141	73,9465	76,0527	57,3102	115,7634	149,9229	109,3725	115,5763	76,7467	151,2224
15	74,0968	50,1917	42,9742	40,9634	74,6662	110,6434	77,0680	72,9522	58,8204	116,3140	151,9222	111,8092	111,3208	80,9239	153,1602
16	74,7055	50,9946	48,5667	42,2194	75,1557	108,6615	75,5863	79,7753	57,6753	114,0573	149,1526	112,7200	124,1956	87,0224	150,2717
17	74,7914	51,8759	45,2749	46,9000	75,1945	110,3304	79,6269	78,6980	65,3121	116,3313	151,7687	114,8600	116,4157	88,4316	152,7389
18	74,2488	53,0112	49,0955	48,2610	74,5533	110,8857	79,2314	83,3510	63,7848	116,0781	152,5487	120,5703	133,4475	95,0635	153,4533
19	74,1007	54,8155	45,7246	51,4487	74,2933	110,7366	80,2278	79,0685	66,4040	115,9368	153,9197	122,2744	124,7398	97,9886	154,6151
20	75,0820	57,0333	51,7546	53,3690	75,1987	110,3640	81,6448	88,3585	70,6660	116,2845	152,5391	123,6102	138,2722	103,5321	153,0560
21	74,8911	57,4072	47,6135	54,4164	74,8736	113,8452	85,1677	82,3118	73,4749	119,2965	151,4504	120,2177	122,9368	97,2599	151,8203
22	74,5849	58,8027	53,1738	55,5707	74,4305	110,7167	84,7966	87,8191	72,1358	115,0687	149,4465	120,9281	134,1152	96,1224	149,7191
23	76,6178	59,9917	50,7595	59,4052	76,3064	112,6570	87,2545	84,4842	77,3029	116,3716	149,9807	125,4287	127,8304	102,4816	149,9936
24	76,4698	60,7590	56,6953	57,6623	75,9469	110,5675	85,3042	91,7720	75,9426	116,0131	153,7742	127,3956	136,8784	102,7900	153,6383
25	74,7143	59,8660	49,5108	57,8569	74,0789	111,4460	87,1161	83,7441	79,2567	116,1386	152,3097	127,1947	125,0582	104,9036	151,9736
26	77,5232	61,7352	57,0734	60,1063	76,6303	108,5962	82,5384	87,0811	73,3914	112,1003	150,7287	129,6736	138,9015	110,9912	150,1663
27	76,7181	61,0151	51,7630	60,3751	75,6070	108,3047	83,4772	81,2374	77,6833	112,7765	154,6541	130,1958	130,6253	113,2531	154,0750
28	74,6734	60,0537	55,9094	57,3005	73,2727	109,6231	84,6366	89,9323	77,0890	113,1645	153,3215	131,3320	138,4935	112,3025	152,4264
29	77,3081	62,9477	51,9120	60,4340	75,7707	110,8676	85,1524	82,0025	77,5262	113,7241	148,5662	128,0713	124,3334	112,2016	147,1932
30	75,9505	61,1985	56,4029	59,0733	74,1213	110,8242	86,0721	90,5497	79,7730	113,6686	157,4290	139,8349	147,9231	121,3100	155,6286

Tabela 1.10: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers,

(Conclusão)

Lag	5% de Outliers -REQM					10% de Outliers-REQM					15% de Outliers-REQM				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
31	75,5683	61,4366	50,4871	58,9625	73,3948	110,9122	83,8494	79,8697	78,6107	112,8665	154,0185	136,0677	127,5828	117,8896	151,6398
32	74,8767	61,6081	57,1327	56,6213	72,4601	112,0782	86,1738	88,5023	82,4070	113,1890	154,2148	136,1731	138,8187	122,3245	151,5070
33	74,4873	60,8442	50,9646	56,0783	71,6533	111,4323	86,3303	76,8494	80,5660	112,2300	156,9636	140,1041	131,9778	122,5159	153,8108
34	73,6409	59,8107	57,6482	56,1548	70,4811	109,3099	85,9498	87,1435	77,2994	111,3233	153,0535	134,6786	140,4141	118,4891	149,3657
35	74,7262	60,1660	51,6066	59,0676	71,0940	109,2358	85,9543	76,0902	74,7253	109,6792	154,1533	138,6473	130,2923	122,9700	149,8418
36	71,9767	59,3696	56,8259	60,2990	68,0787	111,9170	87,3275	86,9505	80,6949	112,6955	155,5350	138,5144	141,4128	120,7843	150,7818
37	72,7336	60,2874	48,4760	61,0887	68,2072	110,7425	87,5421	77,7107	81,1505	110,4953	156,5453	138,3841	131,8490	122,0223	151,3095
38	74,8215	63,6179	56,6050	63,7722	69,7681	108,6469	87,4771	83,0235	81,8959	107,7284	151,9115	131,5809	136,7860	117,5093	145,8048
39	75,6416	63,8243	50,1718	64,6179	70,4607	111,2637	89,3519	75,0307	81,1542	110,1038	153,4311	133,4986	124,5020	112,2880	147,2272
40	76,2002	64,2927	56,2240	62,8086	70,3971	109,0746	88,4042	81,1098	84,5900	107,0884	152,8415	135,0653	140,4172	124,0531	146,3653
41	73,3972	62,3170	48,5305	59,9646	67,2406	110,7911	90,8998	71,6943	79,7745	107,9096	150,8554	131,7760	114,8997	114,8045	143,0875
42	72,7081	63,4430	53,4363	60,4109	66,0216	113,5862	92,4065	82,2724	85,1810	110,1355	152,7827	136,4602	133,2326	117,0114	145,1260
43	74,3006	64,0203	45,1312	64,3863	67,1381	110,7581	92,1906	74,1768	82,6194	107,2700	151,1085	131,8417	116,2694	121,5688	142,2120
44	73,8803	64,7013	48,8718	64,1021	66,2359	109,6836	89,5282	78,5510	78,8471	103,9947	154,2543	137,8303	129,5247	120,5182	145,0465
45	74,1561	64,6274	42,1960	63,2699	66,0723	108,2605	87,9140	67,9040	82,6911	101,3977	156,2149	137,8101	116,3553	123,7912	146,3550
46	73,2399	63,3532	45,6750	61,7474	64,6506	107,4414	87,8673	76,8702	79,6277	100,8640	150,2409	131,2332	119,7080	119,9104	139,5584
47	73,5296	62,5028	40,0429	61,3034	64,8999	110,6629	89,7965	65,2143	81,0390	102,6711	153,1138	134,4838	113,1133	121,7186	141,6893
48	73,7558	62,7897	45,3984	60,4370	64,3843	110,6302	90,6317	74,2477	78,4167	102,2715	152,1453	131,8068	117,5349	116,5943	139,6803
49	73,0926	60,6420	37,1361	60,6607	62,9332	106,9562	87,7962	62,1970	79,5816	98,4946	152,9556	132,6941	103,0842	121,9521	139,5849
50	72,3305	60,7655	43,7839	61,7247	61,5628	112,5365	91,6576	75,2403	83,9985	103,5914	152,0747	134,0398	114,7912	121,6142	137,8006

Tabela 1.11: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers – Modelo teórico Exponencial

Lag	5% de Outliers-REQM - Exponencial					10% de outliers-REQM- Exponencial					15% de Outliers-REQM- Exponencial				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	65,6070	6,5617	1,4249	2,3514	66,3533	115,2196	21,7412	5,1002	2,1652	116,7444	144,7039	38,3122	11,0299	3,5470	146,2512
2	71,3765	17,4251	10,9808	6,7798	72,2099	114,3526	35,1862	20,6261	10,3604	115,9428	151,5220	61,5008	37,3650	17,7080	153,1612
3	73,4944	26,2287	18,6249	13,9898	74,3573	116,6803	45,8268	31,5021	19,4810	118,1755	150,5296	72,2597	51,2435	28,3309	152,1783
4	74,7219	31,5131	26,8705	19,6350	75,5985	117,6336	54,1807	44,7674	27,1093	119,2505	152,3626	82,8245	71,0080	39,3094	154,0404
5	76,3309	37,3813	30,9752	24,7816	77,2110	122,1278	62,4857	51,5997	33,6631	123,8353	154,6893	90,8211	78,3349	48,9835	156,3975
6	78,6966	41,9944	38,3232	30,2040	79,5735	123,1235	67,6198	63,0231	39,8066	124,7009	152,2826	96,2757	92,4811	57,5066	153,9649
7	78,4617	44,6243	39,7362	34,8122	79,3096	125,2072	73,0600	64,3664	46,4056	127,0515	154,0468	102,9346	96,6519	63,5748	155,7474
8	81,4988	48,5476	47,5214	35,5297	82,3452	123,9937	74,5486	72,7726	49,0064	125,6852	158,7476	110,5928	113,3804	71,3607	160,4780
9	82,5086	51,7995	48,1657	40,3486	83,3476	124,9273	78,5623	72,4624	53,2999	126,4627	158,9066	114,5310	112,9962	78,9812	160,6463
10	83,1531	54,9701	54,6907	43,7134	83,9314	125,6814	81,8222	81,8739	58,8125	127,2619	156,0760	113,1769	119,7168	81,5786	157,7481
11	83,3205	57,6005	53,2900	48,4088	84,0487	126,9833	85,3375	81,9422	61,6183	128,4654	157,0606	117,8059	116,1078	85,3006	158,7159
12	83,2687	59,5540	58,4952	49,2186	83,9240	125,1828	87,7176	89,0652	65,9157	126,5543	158,6794	119,3083	126,6422	88,4881	160,3011
13	84,4201	61,0348	55,2771	52,3079	85,0108	125,0176	88,9918	84,9191	66,6456	126,4290	154,9762	119,1682	119,1669	88,7843	156,5087
14	83,5770	60,1674	60,4812	52,5350	84,0922	125,5664	90,3260	91,7796	68,9975	126,6663	155,9763	121,3903	131,1276	92,4084	157,5220
15	82,8795	60,1740	57,0175	55,0117	83,3117	125,6432	90,3622	86,2898	70,5598	126,6986	156,0257	122,5778	124,0904	94,7763	157,5223
16	80,2081	60,0359	60,5442	54,8640	80,4741	122,9130	87,7783	90,6595	67,1470	123,8525	156,7535	122,1102	132,5195	95,8239	158,2129
17	82,8755	63,0787	58,3324	57,1824	83,1358	126,0589	94,0350	90,0040	72,1472	126,9956	157,1682	124,8417	128,4813	104,6527	158,5113
18	82,4259	62,0215	62,8986	57,4822	82,5480	124,3333	91,2666	92,6616	69,3261	125,0656	157,6903	128,9756	139,0637	105,0244	159,1198
19	80,7277	61,5437	58,1906	56,3009	80,6984	125,1781	94,1150	87,5144	75,0486	126,0543	156,3420	127,7233	131,4596	108,1556	157,6814
20	81,2635	61,4098	61,4003	55,9338	81,2214	125,6685	94,5223	94,2957	75,9509	126,4466	160,9205	133,3579	147,3931	109,6425	162,2179
21	80,3471	59,1659	55,2982	55,1810	80,0669	124,4909	96,4481	88,1444	79,5227	125,3534	155,2245	124,4416	131,8191	106,7867	156,4065
22	80,3556	58,7092	58,7441	52,3099	79,8732	124,2033	96,8192	95,3266	81,1596	124,8544	159,0491	129,8743	144,5507	107,6339	160,2287
23	78,8536	56,6881	53,1897	52,8946	78,2098	123,7902	95,3608	85,8129	81,5008	124,1856	156,4032	130,2387	133,5744	102,6200	157,4570
24	78,9417	56,9626	58,1643	53,5556	78,0762	122,0986	93,2871	91,9275	79,3176	122,4866	153,6788	126,4940	140,3654	100,1188	154,5343
25	78,1623	56,4044	50,8596	51,2226	77,2272	120,7649	92,1967	85,4759	77,7589	121,0546	157,2593	130,9198	130,2308	105,1721	158,1429
26	79,2168	55,8152	56,5340	50,7881	78,1141	120,6884	90,5647	91,2384	76,6231	120,6901	155,2532	128,5404	140,9037	105,3764	156,0514
27	79,5301	55,4143	51,8845	53,1265	78,3122	118,3631	87,3048	81,0919	74,0341	118,4687	156,5795	131,1030	132,3869	110,0554	157,3454
28	79,0211	55,8359	56,4745	53,0082	77,7246	121,6087	90,6530	92,3273	76,6814	121,3865	156,4696	130,7646	142,1863	108,1986	157,1935
29	79,6126	56,0906	49,5241	52,3594	78,0448	120,5893	89,8353	84,1747	77,2806	119,6077	157,7883	133,9566	132,9464	108,8774	158,3321
30	79,8424	57,8287	55,4475	52,8626	78,1876	123,7967	91,8523	93,6847	81,7800	123,1158	154,7231	131,1926	141,7930	108,1613	155,0310
31	81,5776	58,3652	49,8762	52,4812	79,6642	119,9641	87,6249	80,5278	75,0488	118,8636	154,8991	129,9743	129,6720	108,5532	155,2033
32	80,1075	56,9909	55,2140	54,3029	77,9970	124,0352	89,6937	89,8061	76,3657	122,4633	151,8452	128,3007	140,0487	108,3609	151,9525

Tabela 1.11: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers – Modelo teórico Exponencial

(Conclusão)

Lag	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
33	78,4340	56,6828	50,0776	50,1816	76,1884	123,9531	89,2186	84,7826	77,1245	122,6522	157,4406	135,8938	136,5220	116,9856	157,4369
34	78,6942	56,6255	55,4704	48,9524	76,1293	124,7333	89,0101	90,4216	75,1362	123,2957	156,4990	135,1394	146,5755	113,8409	156,2423
35	79,2001	56,1835	49,1572	48,2600	76,2421	122,9965	88,6006	81,3402	78,1507	121,0495	156,3159	134,8902	133,2259	114,2455	155,9098
36	80,9411	55,8774	55,0116	47,9432	77,6390	126,4024	91,6396	92,0462	78,7198	124,3524	150,2171	128,0271	139,0826	114,6642	149,2803
37	78,4109	54,5050	44,0076	47,6192	74,9972	125,2842	90,7181	80,0341	79,3074	122,6371	156,5135	137,1017	134,3083	123,9360	155,7144
38	77,6897	55,1588	50,7860	49,0627	74,0580	124,4417	93,1336	90,5843	80,3589	121,3084	155,5953	135,8754	145,5450	117,8795	154,5019
39	76,7038	55,9061	44,5471	52,2655	72,6259	124,6988	92,0051	80,1795	81,2658	121,3390	154,7014	132,5625	129,0006	111,4504	153,4271
40	77,7101	56,6902	48,6422	48,5487	73,0314	124,1617	93,4964	89,8905	82,3634	120,0696	155,6847	132,6529	140,8238	112,3341	154,3869
41	78,4170	55,8947	43,0681	49,3665	73,4711	124,4970	95,5456	80,9516	80,1276	119,6715	153,5642	130,5278	123,7983	110,2630	152,1192
42	78,8583	54,8425	47,3770	49,1204	73,6187	123,4568	94,2161	86,8644	78,5644	118,1476	155,5811	131,1550	139,5552	111,6015	153,5748
43	79,3831	55,6081	41,0081	48,1160	73,4379	123,5912	94,2218	76,0605	79,9986	117,5855	154,6442	128,4992	123,8381	109,2462	152,3296
44	78,4047	56,9650	46,5709	49,2931	71,7530	122,8502	95,3058	84,0584	80,7961	116,3677	152,8728	126,2299	131,6332	105,7701	149,9976
45	76,2898	56,2383	39,5594	48,7409	69,4364	128,9204	99,7254	80,3770	84,1632	121,7312	152,9456	124,0972	117,5136	103,5436	149,6266
46	77,9207	58,3568	45,8474	51,9226	70,4517	125,1291	96,6208	85,5848	82,3416	116,6684	147,0118	118,3447	123,5663	97,2886	143,3912
47	79,7868	58,0796	39,4089	55,7417	71,6010	125,7207	94,5784	76,9569	83,9359	116,6056	155,9851	128,0362	119,9345	106,9915	152,0279
48	81,2484	58,3851	47,0263	52,9985	72,3103	127,6841	98,1146	90,7484	87,6710	117,9662	150,7839	123,5712	128,9945	104,8842	146,5944
49	81,9463	58,6400	39,1054	51,7391	72,5499	122,9100	95,8113	73,7014	87,6802	111,9550	150,8800	124,1959	117,8298	114,0525	146,1782
50	80,6494	57,8117	44,1263	55,6430	70,9638	122,2029	95,8921	81,3167	87,6145	110,2401	148,7678	125,9872	130,9307	112,7799	143,6467

Tabela 1.12: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers – Modelo teórico Senóide.

Lag	5% de Outliers na Amostra					10% de Outliers na Amostra					15% de Outliers na Amostra				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	155,4921	35,2822	19,1793	13,9841	157,3291	246,9558	75,5574	41,4729	22,8535	249,7187	317,3478	125,4706	77,2100	40,1619	320,8233
2	146,5806	73,5577	73,2720	53,4613	149,0297	238,1877	133,2707	135,1223	78,7117	241,5639	294,9795	195,6174	212,2154	135,0985	298,9318
3	137,2436	106,9226	114,4364	109,6379	140,5224	216,0840	174,9147	187,4147	149,9643	220,1810	279,6696	253,8375	284,4294	248,1067	284,4066
4	128,7531	134,7030	166,3621	167,8248	132,8201	204,7295	212,8884	255,0874	237,4310	209,6445	252,3909	285,2847	330,9492	338,5333	257,8106
5	118,4052	149,3508	165,6816	205,3404	123,0793	190,5227	232,7007	240,7231	297,6227	196,0003	242,0432	319,5028	324,3512	416,0981	248,1154
6	115,9297	165,2579	200,1446	236,5611	120,9343	179,0090	245,2618	273,3452	339,4272	184,7820	225,2361	324,8633	347,0930	447,2609	231,6096
7	113,6310	167,1267	175,6489	248,0835	118,7522	178,6035	251,4804	246,8621	347,2881	184,4659	224,5206	334,0491	318,8587	465,9583	230,9813
8	119,7837	169,6034	199,5022	237,0605	124,7146	180,8804	247,7294	278,7965	328,5985	186,5019	231,0532	327,1526	354,1728	443,6255	237,3884
9	126,4750	165,9973	166,6141	227,6853	130,9661	192,8382	242,7849	250,1445	307,2421	198,1309	237,8714	311,1555	312,6019	396,9560	243,7174
10	139,0181	155,2953	180,0981	194,7706	142,9549	204,7097	225,5627	261,2871	262,2614	209,4846	253,8923	285,8854	335,7812	350,0977	259,2066
11	146,4547	140,5329	143,8777	163,6385	149,9211	221,8833	215,7141	230,0945	239,8608	226,1382	274,4871	269,2998	294,3630	282,0601	279,3290
12	160,9831	131,2887	148,1445	133,8984	164,0101	234,9703	196,0801	220,8744	193,0925	238,8359	286,2088	241,3120	281,5700	213,4891	290,5446
13	167,9622	121,5059	121,3531	108,9280	170,7857	237,0311	177,3171	174,0214	147,5029	240,5535	296,0140	223,6805	234,1116	170,2762	300,0980
14	164,5014	115,2931	127,8521	102,2481	167,1716	243,0655	177,6594	197,1247	143,2126	246,6400	298,3156	219,6971	250,8785	170,0085	302,3578
15	158,6382	119,3185	119,2941	108,9686	161,4111	233,5005	183,7321	193,7744	173,0424	237,1858	303,1775	241,9022	262,1745	221,7787	307,5124
16	149,6892	127,9315	150,1884	140,8119	152,7520	233,0690	212,1741	249,1618	232,0856	237,1956	291,2535	271,9874	317,5740	287,6302	295,8831
17	142,3924	142,4819	149,9861	168,5801	145,8515	225,7101	230,3527	247,7649	274,3890	230,3186	287,1014	301,2033	321,5342	335,1965	292,2268
18	132,0452	150,3575	175,6691	200,0562	135,8204	209,8647	235,4085	278,0682	284,4707	214,8294	275,4382	330,6228	371,7075	400,6871	280,9177
19	127,1549	165,3623	167,1432	230,6899	131,1158	202,2417	245,5176	254,5819	315,3004	207,4693	262,8640	335,2541	337,8095	432,0580	268,6113
20	126,8468	176,8324	193,8103	240,7437	130,8659	194,3183	250,7254	280,2351	325,4393	199,6393	251,8194	327,7457	366,1817	433,9889	257,4674
21	125,7048	171,8019	168,7644	236,7062	129,5791	192,3979	254,0575	250,2467	347,9424	197,6935	253,4152	331,9343	329,5272	448,2816	259,1235
22	132,7759	174,4313	195,7235	236,2919	136,6212	204,1951	262,2997	290,8887	346,0981	209,2971	251,4683	333,6507	353,5032	443,3506	256,9464
23	144,0177	174,1991	174,7177	217,7675	147,7977	210,2847	260,8346	255,4413	327,3920	215,1506	261,7519	329,8376	315,0144	416,5551	266,9739
24	157,8191	179,1350	202,0488	222,8398	161,3375	221,6623	249,4853	277,1736	289,4572	226,1581	266,8092	312,0485	343,8075	368,4075	271,6321
25	163,3006	170,0452	175,5569	193,4480	166,5551	226,2713	231,9188	237,7185	248,6351	230,3772	279,0715	293,2046	305,0336	328,8616	283,5983
26	164,4502	160,0881	188,6993	180,1133	167,4772	227,6833	216,0882	251,3197	221,7527	231,3944	289,9944	293,4901	333,2306	309,0609	294,3774
27	161,8027	151,0492	160,3101	168,9880	164,6640	228,1246	212,1458	231,1274	218,0976	231,6680	294,0527	279,0997	296,8825	283,2017	298,0993
28	159,3294	144,1165	170,0629	166,1932	162,2603	226,8386	222,9613	259,0333	223,5298	230,4004	294,1126	294,2001	336,3233	317,4263	298,0340
29	150,5148	133,0936	142,3357	168,5211	153,2884	231,6492	239,7512	248,9722	257,1530	235,5494	284,7585	293,6151	309,0333	328,5186	288,6892

Tabela 1.12: Raiz do Erro Médio Quadrático das Estimativas dos Variogramas – Amostras com 5, 10 e 15% de Outliers – Modelo teórico Senóide.

(Conclusão)

Lag	5% de Outliers na Amostra					10% de Outliers na Amostra					15% de Outliers na Amostra				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
31	133,2823	146,6619	143,2806	186,6631	135,8208	213,7836	243,1174	240,8294	305,8353	217,8188	281,2356	333,6228	331,8910	415,8204	285,5334
32	127,6157	156,6301	170,4602	208,0270	130,2028	205,5548	253,0704	268,4505	316,8353	209,9076	264,5837	318,3517	360,8423	393,0150	269,0061
33	126,4658	165,1606	153,0007	226,6001	129,1562	197,0771	248,9106	238,7104	310,3989	201,5000	263,1944	324,6766	327,8857	398,8042	267,4149
34	134,9665	180,5428	197,1715	235,9259	137,9944	198,9421	254,2518	279,0682	322,3741	203,2354	254,9868	316,0347	356,4508	379,1045	258,8989
35	137,1002	182,5529	174,7317	232,9360	140,2405	199,7032	259,0696	249,3600	327,5085	203,6162	255,5342	308,3770	312,2613	387,2560	259,0528
36	142,3981	189,4682	199,4384	229,3517	145,5104	210,4424	272,1578	297,5183	337,9296	214,1478	261,3361	320,6403	354,0713	397,7322	264,5043
37	148,1362	188,3345	170,9712	234,6664	151,3642	218,1539	262,2117	256,9461	337,9987	221,9162	271,1530	319,7347	317,3786	387,7611	273,5904
38	151,3347	180,3552	195,8120	226,5141	154,4902	225,1615	261,6378	285,3859	309,1656	228,7151	279,8661	313,7042	363,6321	387,0530	282,4642
39	162,8969	182,5140	179,8932	217,7737	166,1752	226,7321	252,5342	250,5474	303,8058	230,0430	279,4326	304,4977	313,1737	360,9745	281,3744
40	168,9300	179,5956	213,2235	206,1302	172,0624	237,9316	252,2428	289,5501	285,1123	240,6366	293,8715	311,9828	363,5303	350,8621	295,9151
41	168,4429	176,0447	188,2472	193,6936	171,2249	230,8003	246,8595	247,4347	290,9571	232,8665	295,6166	315,7573	333,5623	365,5688	297,5435
42	167,3129	173,4408	206,8240	182,9548	169,5714	234,3201	259,9461	292,7781	299,0250	236,4531	293,0916	323,0073	381,5711	384,5072	294,4994
43	161,0192	168,8341	171,7719	202,5500	162,9637	223,7351	243,4240	245,0760	310,2157	225,7815	287,8103	324,0531	341,1785	384,3310	289,1046
44	154,6377	172,7054	204,4780	213,9448	156,5709	219,1351	250,3770	285,8451	312,6110	221,0472	281,7710	336,1981	373,4464	410,4641	282,7652
45	145,4457	167,9654	171,3309	216,9795	147,1853	203,6720	241,0109	240,1917	295,0793	205,7490	272,9413	330,2572	323,2663	392,8682	274,2335
46	144,1689	169,1622	202,8855	215,2157	145,8178	202,8518	249,6669	279,9693	304,5512	205,7073	268,9937	318,6906	366,1538	385,6540	270,0446
47	141,7849	165,5411	171,0371	201,6157	143,3996	195,4526	235,4243	239,9336	302,4772	197,9820	254,8866	293,1044	313,5159	367,0763	254,6858
48	144,5355	171,1652	214,8461	218,0679	144,8285	206,7117	248,4363	301,4555	303,4302	208,5573	258,0298	302,1951	357,5373	372,3746	257,4141
49	144,7959	171,6529	187,4888	220,0511	144,4035	208,0470	247,6599	256,2872	303,3944	209,1861	256,7972	301,3510	302,9142	384,9303	255,8264
50	145,1273	169,3028	215,6333	218,1988	144,5014	215,2977	243,6863	292,9082	296,3500	216,3956	257,2912	304,0110	347,7980	383,0220	254,5812

Avaliação dos Variogramas Ajustados pelos parâmetros obtidos por mínimos quadrados ponderados dos variogramas experimentais.

Tabela 1.13: Raiz do Erro Médio Quadrático – REQM - dos Modelos Ajustados em relação ao Modelo Teórico – Parâmetros obtidos por Mínimos Quadrados Ponderados.

<i>Lag (h)</i>	Modelo Esférico					Modelo Exponencial					Modelo Senóide				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9184	2,4584	2,4638	3,6384	2,5586	8,0358	7,3161	8,0227	5,0351	10,0202	2,9271	30,7123	22,9080	63,6851	3,0332
2	2,7010	2,5609	2,8264	3,6635	2,5943	8,2823	8,1391	8,8409	7,6059	9,8601	14,1365	31,1919	35,3296	56,4593	13,7269
3	3,2326	3,4422	3,8738	4,6202	3,2924	9,4334	9,8759	10,5895	10,6652	10,5792	30,6523	37,3373	41,4061	63,3674	29,8881
4	4,1625	4,6813	5,2181	6,1136	4,3061	10,7879	11,7061	12,3991	13,4115	11,5943	47,1982	46,6874	43,5693	72,7778	45,8891
5	5,2686	6,0896	6,6912	7,8769	5,4549	12,0668	13,3842	14,0142	15,7907	12,6190	62,8280	56,3214	47,2331	77,5500	60,8517
6	6,4562	7,5925	8,2117	9,7832	6,6554	13,1905	14,8645	15,3918	17,8546	13,5462	76,8777	65,3584	51,9151	81,7364	74,3898
7	7,6741	9,1443	9,7220	11,7616	7,8528	14,1514	16,1596	16,5502	19,6635	14,3482	85,5988	71,6063	58,3653	85,7580	82,9790
8	8,8826	10,7055	11,1725	13,7610	9,0006	14,9655	17,2963	17,5217	21,2699	15,0287	82,2193	69,9106	59,8339	86,3011	79,8574
9	10,0441	12,2378	12,5190	15,7388	10,0571	15,6550	18,3023	18,3393	22,7157	15,6023	61,3999	58,2880	51,1521	87,3726	59,7161
10	11,1229	13,7047	13,7259	17,6574	10,9875	16,2413	19,2020	19,0317	24,0335	16,0859	29,9251	54,8605	53,3375	103,5610	30,7736
11	12,0858	15,0723	14,7773	19,4838	11,7756	16,7438	20,0157	19,6228	25,2487	16,4956	51,8585	87,8470	93,9903	140,7426	55,1131
12	12,9097	16,3110	15,7056	21,1914	12,4550	17,1785	20,7599	20,1322	26,3807	16,8456	106,1898	137,6063	148,8358	186,3766	109,2500
13	13,6017	17,4017	16,5183	22,7738	13,0113	17,5589	21,4474	20,5752	27,4445	17,1474	151,0721	179,7672	194,1726	224,2657	154,1064
14	14,1548	18,3724	17,1833	24,2602	13,4340	17,8955	22,0885	20,9645	28,4515	17,4108	172,1672	200,1288	215,2566	242,1724	175,1972
15	14,5819	19,2378	17,7185	25,6279	13,7261	18,1971	22,6912	21,3096	29,4108	17,6434	163,6038	192,8159	205,7176	234,4294	166,5443
16	14,9227	19,9937	18,1365	26,8577	13,9278	18,4706	23,2617	21,6185	30,3292	17,8514	128,2829	160,4094	168,8678	203,2699	131,0144
17	15,1975	20,6615	18,4641	27,9427	14,0890	18,7213	23,8048	21,8974	31,2121	18,0394	77,2855	113,0913	116,7649	158,1709	79,6801
18	15,4002	21,2543	18,7112	28,8775	14,2120	18,9536	24,3243	22,1511	32,0638	18,2114	32,4939	67,6094	67,2221	113,5346	33,7828
19	15,5681	21,7682	18,8998	29,6956	14,3188	19,1709	24,8232	22,3835	32,8876	18,3703	41,0885	46,9813	41,7776	84,0302	39,6714
20	15,7041	22,2114	19,0480	30,4363	14,4145	19,3756	25,3037	22,5979	33,6862	18,5182	60,7921	50,7705	41,4927	73,2632	58,9066
21	15,8132	22,6020	19,1645	31,1267	14,5095	19,5700	25,7675	22,7966	34,4616	18,6571	59,9807	49,8919	39,0283	71,7474	57,8841
22	15,9126	22,9704	19,2684	31,7802	14,5949	19,7555	26,2162	22,9817	35,2156	18,7882	40,0712	41,8442	37,1496	78,1618	38,0661
23	16,0035	23,3278	19,3736	32,3997	14,6729	19,9335	26,6509	23,1549	35,9496	18,9127	22,1346	50,6992	57,6721	98,6244	23,1973
24	16,0836	23,6733	19,4787	33,0143	14,7396	20,1048	27,0723	23,3176	36,6649	19,0313	48,2210	81,4161	91,1214	129,2765	51,3069
25	16,1531	23,9984	19,5716	33,6276	14,7959	20,2702	27,4814	23,4708	37,3623	19,1447	80,7694	114,0973	122,0302	159,5902	83,8911
26	16,2247	24,3059	19,6408	34,2359	14,8488	20,4303	27,8787	23,6155	38,0427	19,2534	102,7967	137,0286	142,6049	181,1088	105,6212
27	16,2924	24,6065	19,6776	34,8368	14,8906	20,5855	28,2647	23,7525	38,7068	19,3578	110,3589	145,3798	149,7382	189,5887	112,7569
28	16,3544	24,9010	19,6834	35,4265	14,9168	20,7361	28,6399	23,8825	39,3553	19,4581	104,1009	139,1497	143,9120	184,7046	106,1314
29	16,4184	25,1818	19,6710	36,0017	14,9359	20,8825	29,0046	24,0059	39,9888	19,5547	87,6006	121,9392	128,4159	169,2769	89,5022
30	16,4926	25,4484	19,6470	36,5612	14,9565	21,0247	29,3593	24,1234	40,6077	19,6477	65,9151	99,4341	107,9099	148,2615	68,0089
31	16,5763	25,7008	19,6185	37,1060	14,9768	21,1631	29,7041	24,2353	41,2125	19,7372	44,4392	77,7335	86,9368	127,2577	46,9219

Tabela 1.13: Raiz do Erro Médio Quadrático – REQM - dos Modelos Ajustados em relação ao Modelo Teórico.

(conclusão)

<i>Lag (h)</i>	Modelo Esférico					Modelo Exponencial					Modelo Senóide				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
32	16,6675	25,9467	19,5847	37,6386	14,9972	21,2976	30,0396	24,3420	41,8037	19,8235	28,4482	61,7209	69,3412	110,8200	31,0239
33	16,7635	26,1913	19,5486	38,1624	15,0168	21,4284	30,3658	24,4438	42,3816	19,9067	21,8801	53,4899	58,1743	101,3299	23,6164
34	16,8613	26,4322	19,5123	38,6744	15,0324	21,5557	30,6831	24,5411	42,9467	19,9868	21,9055	52,0409	54,6862	98,9196	22,9222
35	16,9573	26,6691	19,4760	39,1708	15,0423	21,6794	30,9917	24,6342	43,4993	20,0640	23,3781	55,6249	57,7936	102,3746	24,8443
36	17,0475	26,9002	19,4399	39,6518	15,0472	21,7997	31,2919	24,7232	44,0398	20,1383	27,5476	63,3601	65,9398	110,1879	29,8347
37	17,1287	27,1251	19,4020	40,1219	15,0477	21,9165	31,5839	24,8084	44,5685	20,2098	37,1391	74,2405	78,0439	120,9455	39,5976
38	17,2014	27,3467	19,3619	40,5797	15,0452	22,0301	31,8679	24,8900	45,0858	20,2787	50,4140	86,3496	92,2552	133,0042	52,5973
39	17,2704	27,5629	19,3215	41,0253	15,0431	22,1404	32,1443	24,9683	45,5919	20,3449	63,4212	97,2867	105,4668	144,2252	65,3759
40	17,3363	27,7710	19,2826	41,4561	15,0415	22,2475	32,4131	25,0433	46,0871	20,4087	72,7262	104,9025	114,5007	152,4226	74,6947
41	17,3998	27,9688	19,2446	41,8694	15,0419	22,3515	32,6747	25,1152	46,5719	20,4700	76,2399	107,8394	117,5406	156,0432	78,4683
42	17,4608	28,1579	19,2067	42,2651	15,0442	22,4524	32,9292	25,1843	47,0463	20,5289	73,5087	105,7988	114,5568	154,5115	76,1531
43	17,5203	28,3412	19,1700	42,6447	15,0473	22,5503	33,1769	25,2506	47,5109	20,5854	65,6686	99,5383	106,8600	148,3845	68,7469
44	17,5796	28,5198	19,1368	43,0094	15,0505	22,6453	33,4179	25,3143	47,9657	20,6398	55,0299	90,6506	96,5569	139,2586	58,4010
45	17,6399	28,6929	19,1066	43,3585	15,0531	22,7374	33,6525	25,3755	48,4111	20,6920	44,3624	81,1800	86,1162	129,2275	47,7486
46	17,7009	28,8596	19,0792	43,6906	15,0544	22,8267	33,8809	25,4343	48,8473	20,7421	36,0189	73,0846	77,7137	120,3053	39,1104
47	17,7614	29,0196	19,0541	44,0061	15,0538	22,9132	34,1032	25,4909	49,2747	20,7902	31,1823	67,6831	72,5745	114,1797	33,8196
48	17,8207	29,1737	19,0311	44,3111	15,0508	22,9971	34,3197	25,5453	49,6934	20,8363	29,9291	65,5263	71,0239	111,9659	32,1697
49	17,8779	29,3224	19,0097	44,6054	15,0449	23,0784	34,5304	25,5977	50,1037	20,8806	32,1154	66,7840	73,0296	113,8684	34,0863
50	17,9325	29,4645	18,9898	44,8877	15,0358	23,1571	34,7357	25,6481	50,5058	20,9230	37,4375	71,3522	78,2153	119,1855	39,2862

Tabela 1.14: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 30 e 40 – Modelo Esférico.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	1,4402	1,6365	1,9649	2,2011	1,3308	1,5094	2,3459	2,4787	4,3460	2,6241
2	2,0212	2,2798	2,6498	3,2629	1,9874	1,9712	2,5933	2,8212	4,8989	2,6493
3	2,9976	3,3823	3,8425	4,8363	3,0299	2,9444	3,4837	3,8407	6,0003	3,2918
4	4,0864	4,6736	5,2308	6,6631	4,1665	4,0517	4,6877	5,1555	7,4271	4,2438
5	5,2411	6,0848	6,7139	8,6470	5,3511	5,2254	6,0610	6,6009	9,0398	5,3413
6	6,4425	7,5793	8,2384	10,7292	6,5613	6,4443	7,5376	8,0999	10,7576	6,5069
7	7,6659	9,1222	9,7605	12,8611	7,7694	7,6857	9,0709	9,5997	12,5584	7,6902
8	8,8807	10,6778	11,2410	15,0005	8,9432	8,9200	10,6195	11,0566	14,4533	8,8491
9	10,0543	12,2125	12,6475	17,1124	10,0505	10,1137	12,1441	12,4340	16,3774	9,9465
10	11,1572	13,7010	13,9757	19,1883	11,0655	11,2333	13,6090	13,7099	18,2780	10,9541
11	12,1784	15,1375	15,2423	21,2171	11,9930	12,2484	14,9833	14,8803	20,1188	11,8556
12	13,1379	16,5206	16,4322	23,1859	12,8558	13,1446	16,2575	15,9549	21,8940	12,6775
13	14,0203	17,8260	17,5241	25,0729	13,6376	13,9515	17,4288	16,9403	23,5958	13,4259
14	14,8154	19,0448	18,5027	26,8533	14,3300	14,6561	18,5102	17,8009	25,2194	14,0670
15	15,5012	20,1700	19,3691	28,5526	14,9144	15,2405	19,5010	18,5158	26,7768	14,5861
16	16,0966	21,2136	20,1468	30,1724	15,4067	15,7143	20,3989	19,1101	28,2482	14,9857
17	16,6245	22,1698	20,8410	31,6907	15,8462	16,1053	21,2006	19,5962	29,6092	15,2823
18	17,0833	23,0522	21,4542	33,0985	16,2562	16,4235	21,9202	20,0090	30,8426	15,5217
19	17,4745	23,8833	21,9984	34,3862	16,6452	16,6603	22,5616	20,3475	31,9406	15,7191
20	17,8195	24,6618	22,4946	35,5405	17,0130	16,8280	23,1191	20,6154	32,9299	15,8828
21	18,1190	25,3794	22,9443	36,5762	17,3519	16,9516	23,5966	20,8263	33,8185	16,0228
22	18,3747	26,0312	23,3458	37,5064	17,6547	17,0482	24,0035	21,0079	34,6217	16,1521
23	18,5884	26,6152	23,7083	38,3346	17,9228	17,1400	24,3727	21,2013	35,3661	16,2785
24	18,7757	27,1474	24,0404	39,0751	18,1785	17,2350	24,7174	21,4108	36,0617	16,4062
25	18,9556	27,6408	24,3461	39,7504	18,4365	17,3378	25,0328	21,6273	36,7226	16,5436
26	19,1359	28,1244	24,6375	40,3708	18,7058	17,4481	25,3201	21,8392	37,3681	16,6895
27	19,3121	28,6163	24,9348	40,9400	18,9815	17,5611	25,5989	22,0380	37,9895	16,8344
28	19,4887	29,1203	25,2398	41,4660	19,2664	17,6687	25,8745	22,2157	38,5794	16,9703
29	19,6708	29,6325	25,5485	41,9620	19,5626	17,7636	26,1470	22,3645	39,1294	17,0926
30	19,8597	30,1482	25,8549	42,4479	19,8680	17,8424	26,4194	22,4779	39,6346	17,1975
31	20,0500	30,6634	26,1570	42,9303	20,1780	17,9040	26,6888	22,5626	40,0945	17,2832
32	20,2379	31,1742	26,4531	43,4121	20,4881	17,9522	26,9532	22,6319	40,5113	17,3557
33	20,4195	31,6757	26,7395	43,8907	20,7941	17,9971	27,2147	22,6912	40,8946	17,4267
34	20,5906	32,1645	27,0163	44,3630	21,0931	18,0409	27,4734	22,7462	41,2490	17,4989
35	20,7484	32,6418	27,2838	44,8259	21,3833	18,0822	27,7288	22,7997	41,5867	17,5713
36	20,8925	33,1092	27,5388	45,2815	21,6637	18,1238	27,9777	22,8513	41,9178	17,6434
37	21,0231	33,5666	27,7797	45,7278	21,9362	18,1642	28,2203	22,9026	42,2465	17,7157
38	21,1409	34,0111	28,0122	46,1666	22,2007	18,2021	28,4565	22,9517	42,5738	17,7872
39	21,2458	34,4401	28,2386	46,5974	22,4553	18,2402	28,6866	22,9991	42,9000	17,8607
40	21,3409	34,8541	28,4587	47,0184	22,7007	18,2775	28,9093	23,0477	43,2228	17,9373
41	21,4287	35,2554	28,6707	47,4345	22,9408	18,3125	29,1225	23,0962	43,5399	18,0180
42	21,5118	35,6423	28,8767	47,8466	23,1792	18,3440	29,3241	23,1434	43,8492	18,1021
43	21,5906	36,0131	29,0795	48,2534	23,4175	18,3750	29,5130	23,1882	44,1507	18,1887
44	21,6668	36,3672	29,2779	48,6566	23,6570	18,4072	29,6908	23,2299	44,4437	18,2770
45	21,7394	36,7074	29,4710	49,0554	23,8992	18,4400	29,8584	23,2703	44,7269	18,3661
46	21,8075	37,0365	29,6579	49,4484	24,1441	18,4726	30,0145	23,3096	44,9991	18,4569
47	21,8702	37,3534	29,8378	49,8343	24,3910	18,5041	30,1578	23,3471	45,2597	18,5500
48	21,9267	37,6569	30,0099	50,2128	24,6390	18,5340	30,2881	23,3820	45,5093	18,6448
49	21,9763	37,9459	30,1741	50,5856	24,8878	18,5617	30,4076	23,4137	45,7471	18,7408
50	22,0182	38,2193	30,3336	50,9517	25,1366	18,5884	30,5160	23,4417	45,9720	18,8375

Tabela 1.15: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 50 e 60- Modelo Esférico.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9184	2,4584	2,4638	3,6384	2,5586	3,2953	2,6020	2,4605	4,5415	2,4824
2	2,7010	2,5609	2,8264	3,6635	2,5943	2,8297	2,7248	2,8334	4,4425	2,5550
3	3,2326	3,4422	3,8738	4,6202	3,2924	3,2130	3,6655	3,8876	5,2683	3,2821
4	4,1625	4,6813	5,2181	6,1136	4,3061	4,1162	4,9648	5,2353	6,6858	4,3056
5	5,2686	6,0896	6,6912	7,8769	5,4549	5,2454	6,4169	6,7068	8,4054	5,4485
6	6,4562	7,5925	8,2117	9,7832	6,6554	6,4666	7,9406	8,2182	10,2684	6,6291
7	7,6741	9,1443	9,7220	11,7616	7,8528	7,7142	9,4874	9,7096	12,1847	7,7925
8	8,8826	10,7055	11,1725	13,7610	9,0006	8,9435	11,0166	11,1291	14,0938	8,8918
9	10,0441	12,2378	12,5190	15,7388	10,0571	10,1158	12,4907	12,4311	15,9496	9,8848
10	11,1229	13,7047	13,7259	17,6574	10,9875	11,1947	13,8745	13,5785	17,7156	10,7374
11	12,0858	15,0723	14,7773	19,4838	11,7756	12,1468	15,1371	14,5629	19,3756	11,4468
12	12,9097	16,3110	15,7056	21,1914	12,4550	12,9430	16,2609	15,4160	20,9284	12,0442
13	13,6017	17,4017	16,5183	22,7738	13,0113	13,5867	17,2763	16,1435	22,4023	12,5144
14	14,1548	18,3724	17,1833	24,2602	13,4340	14,0870	18,2051	16,7427	23,8153	12,8534
15	14,5819	19,2378	17,7185	25,6279	13,7261	14,4622	19,0402	17,2228	25,1304	13,0877
16	14,9227	19,9937	18,1365	26,8577	13,9278	14,7545	19,7709	17,5962	26,3201	13,2675
17	15,1975	20,6615	18,4641	27,9427	14,0890	14,9799	20,4160	17,8837	27,3761	13,4062
18	15,4002	21,2543	18,7112	28,8775	14,2120	15,1554	20,9895	18,1003	28,2987	13,5154
19	15,5681	21,7682	18,8998	29,6956	14,3188	15,2855	21,4857	18,2628	29,1227	13,6029
20	15,7041	22,2114	19,0480	30,4363	14,4145	15,3736	21,9079	18,3695	29,8582	13,6855
21	15,8132	22,6020	19,1645	31,1267	14,5095	15,4324	22,2728	18,4523	30,5224	13,7601
22	15,9126	22,9704	19,2684	31,7802	14,5949	15,4853	22,6028	18,5186	31,1332	13,8272
23	16,0035	23,3278	19,3736	32,3997	14,6729	15,5337	22,9204	18,5527	31,7160	13,8787
24	16,0836	23,6733	19,4787	33,0143	14,7396	15,5737	23,2174	18,5596	32,2931	13,9076
25	16,1531	23,9984	19,5716	33,6276	14,7959	15,5993	23,4993	18,5423	32,8665	13,9064
26	16,2247	24,3059	19,6408	34,2359	14,8488	15,6136	23,7709	18,5010	33,4288	13,8782
27	16,2924	24,6065	19,6776	34,8368	14,8906	15,6340	24,0291	18,4436	33,9753	13,8421
28	16,3544	24,9010	19,6834	35,4265	14,9168	15,6687	24,2707	18,3791	34,5031	13,8102
29	16,4184	25,1818	19,6710	36,0017	14,9359	15,7189	24,4956	18,3131	35,0137	13,7801
30	16,4926	25,4484	19,6470	36,5612	14,9565	15,7874	24,7058	18,2452	35,5078	13,7538
31	16,5763	25,7008	19,6185	37,1060	14,9768	15,8719	24,9147	18,1728	35,9884	13,7289
32	16,6675	25,9467	19,5847	37,6386	14,9972	15,9670	25,1237	18,0988	36,4548	13,7014
33	16,7635	26,1913	19,5486	38,1624	15,0168	16,0681	25,3304	18,0261	36,9041	13,6700
34	16,8613	26,4322	19,5123	38,6744	15,0324	16,1738	25,5310	17,9548	37,3376	13,6343
35	16,9573	26,6691	19,4760	39,1708	15,0423	16,2859	25,7275	17,8843	37,7563	13,5986
36	17,0475	26,9002	19,4399	39,6518	15,0472	16,4056	25,9185	17,8164	38,1599	13,5653
37	17,1287	27,1251	19,4020	40,1219	15,0477	16,5318	26,1011	17,7523	38,5458	13,5351
38	17,2014	27,3467	19,3619	40,5797	15,0452	16,6628	26,2734	17,6924	38,9114	13,5085
39	17,2704	27,5629	19,3215	41,0253	15,0431	16,7957	26,4382	17,6392	39,2598	13,4844
40	17,3363	27,7710	19,2826	41,4561	15,0415	16,9279	26,5995	17,5926	39,5935	13,4615
41	17,3998	27,9688	19,2446	41,8694	15,0419	17,0579	26,7557	17,5516	39,9100	13,4388
42	17,4608	28,1579	19,2067	42,2651	15,0442	17,1854	26,9064	17,5154	40,2077	13,4156
43	17,5203	28,3412	19,1700	42,6447	15,0473	17,3084	27,0509	17,4836	40,4860	13,3911
44	17,5796	28,5198	19,1368	43,0094	15,0505	17,4257	27,1895	17,4552	40,7523	13,3655
45	17,6399	28,6929	19,1066	43,3585	15,0531	17,5379	27,3217	17,4300	41,0070	13,3409
46	17,7009	28,8596	19,0792	43,6906	15,0544	17,6446	27,4476	17,4072	41,2526	13,3175
47	17,7614	29,0196	19,0541	44,0061	15,0538	17,7459	27,5660	17,3866	41,4916	13,2963
48	17,8207	29,1737	19,0311	44,3111	15,0508	17,8425	27,6757	17,3676	41,7235	13,2773
49	17,8779	29,3224	19,0097	44,6054	15,0449	17,9338	27,7756	17,3499	41,9472	13,2603
50	17,9325	29,4645	18,9898	44,8877	15,0358	18,0208	27,8647	17,3332	42,1615	13,2451

Tabela 1.16: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 30 e 40 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,4357	2,6283	2,5462	3,1561	2,4090	7,8410	2,6587	5,3387	3,1376	8,6350
2	4,3644	4,8477	5,2956	6,1125	4,4943	8,0832	5,2809	6,9254	6,4639	8,7527
3	6,8760	7,5799	8,2529	9,2793	7,0581	9,2638	8,1648	9,3178	9,8580	9,7778
4	9,0442	9,9848	10,7451	12,0558	9,2335	10,6605	10,6199	11,5250	12,7879	11,0392
5	10,8624	12,0592	12,8213	14,4766	11,0357	11,9857	12,6777	13,4034	15,3069	12,2530
6	12,3937	13,8652	14,5680	16,6187	12,5384	13,1572	14,4148	14,9755	17,4998	13,3317
7	13,6990	15,4621	16,0601	18,5495	13,8088	14,1669	15,8997	16,2922	19,4389	14,2630
8	14,8280	16,8984	17,3567	20,3213	14,9004	15,0306	17,1871	17,4029	21,1808	15,0596
9	15,8195	18,2113	18,5028	21,9736	15,8546	15,7700	18,3200	18,3495	22,7681	15,7415
10	16,7032	19,4291	19,5328	23,5354	16,7025	16,4067	19,3312	19,1658	24,2329	16,3287
11	17,5019	20,5731	20,4722	25,0275	17,4674	16,9598	20,2463	19,8787	25,5993	16,8391
12	18,2324	21,6586	21,3401	26,4649	18,1667	17,4452	21,0844	20,5088	26,8848	17,2873
13	18,9076	22,6969	22,1506	27,8583	18,8132	17,8761	21,8604	21,0725	28,1026	17,6856
14	19,5370	23,6963	22,9143	29,2148	19,4162	18,2631	22,5856	21,5823	29,2626	18,0436
15	20,1279	24,6625	23,6390	30,5395	19,9828	18,6146	23,2686	22,0480	30,3721	18,3689
16	20,6857	25,5995	24,3303	31,8356	20,5181	18,9373	23,9160	22,4772	31,4365	18,6676
17	21,2144	26,5102	24,9924	33,1054	21,0260	19,2366	24,5329	22,8757	32,4600	18,9442
18	21,7172	27,3964	25,6286	34,3500	21,5092	19,5165	25,1231	23,2480	33,4458	19,2024
19	22,1964	28,2595	26,2413	35,5704	21,9700	19,7803	25,6897	23,5978	34,3964	19,4450
20	22,6539	29,1003	26,8321	36,7668	22,4100	20,0306	26,2350	23,9279	35,3138	19,6742
21	23,0911	29,9195	27,4027	37,9395	22,8306	20,2692	26,7608	24,2406	36,1995	19,8917
22	23,5094	30,7174	27,9539	39,0886	23,2329	20,4978	27,2688	24,5376	37,0551	20,0989
23	23,9097	31,4944	28,4869	40,2140	23,6179	20,7176	27,7601	24,8203	37,8816	20,2967
24	24,2929	32,2507	29,0023	41,3157	23,9862	20,9293	28,2357	25,0900	38,6801	20,4859
25	24,6598	32,9866	29,5008	42,3936	24,3388	21,1339	28,6964	25,3477	39,4516	20,6673
26	25,0111	33,7022	29,9829	43,4479	24,6761	21,3318	29,1430	25,5943	40,1969	20,8413
27	25,3474	34,3977	30,4494	44,4786	24,9988	21,5235	29,5761	25,8303	40,9169	21,0085
28	25,6693	35,0736	30,9005	45,4857	25,3075	21,7093	29,9962	26,0565	41,6123	21,1690
29	25,9775	35,7299	31,3370	46,4694	25,6028	21,8897	30,4040	26,2734	42,2841	21,3234
30	26,2724	36,3671	31,7591	47,4299	25,8852	22,0647	30,7998	26,4816	42,9328	21,4718
31	26,5547	36,9854	32,1673	48,3674	26,1553	22,2346	31,1841	26,6814	43,5593	21,6145
32	26,8247	37,5853	32,5622	49,2822	26,4134	22,3996	31,5573	26,8733	44,1642	21,7517
33	27,0830	38,1670	32,9441	50,1745	26,6602	22,5598	31,9199	27,0577	44,7484	21,8836
34	27,3302	38,7310	33,3134	51,0448	26,8961	22,7154	32,2720	27,2348	45,3123	22,0103
35	27,5665	39,2776	33,6706	51,8933	27,1215	22,8665	32,6143	27,4052	45,8569	22,1322
36	27,7926	39,8074	34,0161	52,7205	27,3370	23,0132	32,9469	27,5690	46,3826	22,2493
37	28,0088	40,3207	34,3502	53,5267	27,5429	23,1557	33,2702	27,7266	46,8902	22,3618
38	28,2156	40,8179	34,6734	54,3124	27,7396	23,2940	33,5845	27,8783	47,3802	22,4698
39	28,4133	41,2996	34,9859	55,0779	27,9277	23,4282	33,8901	28,0243	47,8534	22,5736
40	28,6024	41,7661	35,2883	55,8238	28,1074	23,5585	34,1873	28,1648	48,3102	22,6732
41	28,7832	42,2178	35,5809	56,5504	28,2791	23,6849	34,4765	28,3003	48,7514	22,7688
42	28,9561	42,6553	35,8639	57,2583	28,4432	23,8077	34,7578	28,4308	49,1774	22,8606
43	29,1215	43,0790	36,1378	57,9478	28,6001	23,9267	35,0315	28,5566	49,5888	22,9487
44	29,2796	43,4892	36,4029	58,6194	28,7500	24,0423	35,2979	28,6779	49,9862	23,0332
45	29,4309	43,8864	36,6594	59,2736	28,8933	24,1544	35,5573	28,7950	50,3700	23,1143
46	29,5756	44,2710	36,9077	59,9108	29,0304	24,2632	35,8098	28,9080	50,7408	23,1920
47	29,7141	44,6435	37,1481	60,5314	29,1614	24,3687	36,0557	29,0170	51,0991	23,2666
48	29,8465	45,0041	37,3809	61,1358	29,2867	24,4711	36,2953	29,1224	51,4453	23,3381
49	29,9732	45,3534	37,6063	61,7246	29,4065	24,5705	36,5287	29,2243	51,7798	23,4066
50	30,0945	45,6917	37,8246	62,2981	29,5211	24,6669	36,7561	29,3227	52,1032	23,4723

Tabela 1.17: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 50 e 60 – Modelo Exponencial.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	8,0358	7,3161	8,0227	5,0351	10,0202	9,1682	6,1840	9,7349	6,4903	11,1303
2	8,2823	8,1391	8,8409	7,6059	9,8601	9,1805	7,3832	10,1777	8,4908	10,8642
3	9,4334	9,8759	10,5895	10,6652	10,5792	10,0800	9,4484	11,5439	11,2579	11,4235
4	10,7879	11,7061	12,3991	13,4115	11,5943	11,2586	11,4854	13,0886	13,8923	12,2862
5	12,0668	13,3842	14,0142	15,7907	12,6190	12,4272	13,2948	14,5269	16,2407	13,1807
6	13,1905	14,8645	15,3918	17,8546	13,5462	13,4819	14,8626	15,7801	18,3104	13,9960
7	14,1514	16,1596	16,5502	19,6635	14,3482	14,3976	16,2174	16,8437	20,1403	14,6984
8	14,9655	17,2963	17,5217	21,2699	15,0287	15,1792	17,3950	17,7370	21,7710	15,2870
9	15,6550	18,3023	18,3393	22,7157	15,6023	15,8422	18,4280	18,4854	23,2379	15,7733
10	16,2413	19,2020	19,0317	24,0335	16,0859	16,4045	19,3436	19,1131	24,5699	16,1723
11	16,7438	20,0157	19,6228	25,2487	16,4956	16,8829	20,1641	19,6418	25,7903	16,4991
12	17,1785	20,7599	20,1322	26,3807	16,8456	17,2925	20,9072	20,0894	26,9176	16,7672
13	17,5589	21,4474	20,5752	27,4445	17,1474	17,6459	21,5866	20,4708	27,9665	16,9881
14	17,8955	22,0885	20,9645	28,4515	17,4108	17,9537	22,2133	20,7983	28,9486	17,1714
15	18,1971	22,6912	21,3096	29,4108	17,6434	18,2247	22,7960	21,0816	29,8732	17,3248
16	18,4706	23,2617	21,6185	30,3292	17,8514	18,4659	23,3413	21,3287	30,7477	17,4545
17	18,7213	23,8048	21,8974	31,2121	18,0394	18,6830	23,8544	21,5458	31,5781	17,5656
18	18,9536	24,3243	22,1511	32,0638	18,2114	18,8806	24,3397	21,7382	32,3692	17,6618
19	19,1709	24,8232	22,3835	32,8876	18,3703	19,0625	24,8004	21,9100	33,1248	17,7464
20	19,3756	25,3037	22,5979	33,6862	18,5182	19,2314	25,2390	22,0644	33,8483	17,8217
21	19,5700	25,7675	22,7966	34,4616	18,6571	19,3899	25,6578	22,2042	34,5423	17,8897
22	19,7555	26,2162	22,9817	35,2156	18,7882	19,5397	26,0585	22,3316	35,2090	17,9517
23	19,9335	26,6509	23,1549	35,9496	18,9127	19,6823	26,4423	22,4482	35,8502	18,0089
24	20,1048	27,0723	23,3176	36,6649	19,0313	19,8188	26,8106	22,5556	36,4677	18,0622
25	20,2702	27,4814	23,4708	37,3623	19,1447	19,9502	27,1643	22,6550	37,0628	18,1122
26	20,4303	27,8787	23,6155	38,0427	19,2534	20,0771	27,5043	22,7473	37,6366	18,1596
27	20,5855	28,2647	23,7525	38,7068	19,3578	20,2002	27,8312	22,8334	38,1904	18,2045
28	20,7361	28,6399	23,8825	39,3553	19,4581	20,3197	28,1457	22,9138	38,7249	18,2474
29	20,8825	29,0046	24,0059	39,9888	19,5547	20,4362	28,4483	22,9893	39,2412	18,2885
30	21,0247	29,3593	24,1234	40,6077	19,6477	20,5498	28,7397	23,0602	39,7400	18,3280
31	21,1631	29,7041	24,2353	41,2125	19,7372	20,6608	29,0202	23,1270	40,2220	18,3659
32	21,2976	30,0396	24,3420	41,8037	19,8235	20,7692	29,2903	23,1901	40,6879	18,4024
33	21,4284	30,3658	24,4438	42,3816	19,9067	20,8753	29,5505	23,2497	41,1384	18,4376
34	21,5557	30,6831	24,5411	42,9467	19,9868	20,9790	29,8010	23,3061	41,5741	18,4716
35	21,6794	30,9917	24,6342	43,4993	20,0640	21,0806	30,0423	23,3596	41,9954	18,5043
36	21,7997	31,2919	24,7232	44,0398	20,1383	21,1799	30,2748	23,4103	42,4031	18,5358
37	21,9165	31,5839	24,8084	44,5685	20,2098	21,2772	30,4987	23,4584	42,7975	18,5661
38	22,0301	31,8679	24,8900	45,0858	20,2787	21,3724	30,7144	23,5042	43,1792	18,5954
39	22,1404	32,1443	24,9683	45,5919	20,3449	21,4656	30,9223	23,5477	43,5486	18,6235
40	22,2475	32,4131	25,0433	46,0871	20,4087	21,5568	31,1225	23,5890	43,9063	18,6506
41	22,3515	32,6747	25,1152	46,5719	20,4700	21,6461	31,3155	23,6283	44,2526	18,6767
42	22,4524	32,9292	25,1843	47,0463	20,5289	21,7334	31,5014	23,6658	44,5880	18,7017
43	22,5503	33,1769	25,2506	47,5109	20,5854	21,8188	31,6806	23,7014	44,9128	18,7257
44	22,6453	33,4179	25,3143	47,9657	20,6398	21,9023	31,8533	23,7354	45,2276	18,7488
45	22,7374	33,6525	25,3755	48,4111	20,6920	21,9841	32,0199	23,7678	45,5325	18,7709
46	22,8267	33,8809	25,4343	48,8473	20,7421	22,0640	32,1804	23,7986	45,8281	18,7920
47	22,9132	34,1032	25,4909	49,2747	20,7902	22,1421	32,3352	23,8280	46,1147	18,8123
48	22,9971	34,3197	25,5453	49,6934	20,8363	22,2186	32,4845	23,8560	46,3925	18,8317
49	23,0784	34,5304	25,5977	50,1037	20,8806	22,2933	32,6285	23,8827	46,6620	18,8503
50	23,1571	34,7357	25,6481	50,5058	20,9230	22,3664	32,7674	23,9081	46,9234	18,8680

Tabela 1.18: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 30 e 40 – Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-30					Raiz do Erro Médio Quadrático-40				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9616	5,9445	5,5805	9,7289	3,1050	2,8134	27,0401	22,1576	11,1680	2,8961
2	15,0450	20,4506	16,9979	30,3026	14,3369	14,2435	42,8206	26,2362	34,7356	13,6879
3	32,3600	38,8776	32,8962	54,4947	30,7703	31,0209	37,8223	31,2155	60,1968	29,7413
4	48,5035	52,6079	44,5156	71,4026	45,9732	47,7827	50,7532	42,3185	75,1287	45,7054
5	62,1034	60,9838	49,7910	79,9827	58,8409	63,1911	60,7759	50,0692	80,1383	60,4348
6	73,3017	67,8520	53,3259	86,1104	69,8542	76,3773	68,5088	55,0014	84,0949	73,3081
7	79,7982	73,1672	58,5764	91,8408	76,7264	84,0463	72,4290	61,2400	89,2299	81,0904
8	75,7454	71,0398	59,5281	93,0439	73,2446	80,2294	69,6498	61,0990	91,3467	77,6352
9	56,4628	59,5279	51,0687	90,9299	54,3315	60,3115	58,9627	52,7625	94,3827	58,1301
10	32,9846	57,3278	53,1148	100,5073	31,4912	32,7796	58,2264	55,3611	111,1091	31,7393
11	60,0839	90,0781	93,0615	133,8560	61,0141	55,3229	89,7913	94,0981	145,5720	56,9258
12	111,9679	138,4074	147,8264	179,4482	114,0136	108,0696	138,3838	147,6634	187,4977	110,4069
13	154,7681	178,7516	193,0212	218,1278	157,6399	152,5504	179,7209	192,7849	222,7462	155,4096
14	174,3434	197,1099	213,6190	235,9036	177,8184	173,8904	199,7181	214,0277	239,7057	177,1674
15	165,0076	187,9454	203,6988	227,1961	168,7794	165,6717	192,4816	205,2736	232,6452	169,1827
16	129,7770	154,5212	167,0734	195,3824	133,5220	130,3141	159,1884	169,1677	203,2610	133,8215
17	79,5520	107,8340	115,7415	151,1852	82,9860	78,6852	111,0105	117,2747	160,2552	81,9086
18	34,3695	65,3333	67,1856	109,5716	36,6541	32,7233	65,5122	67,1687	117,4644	34,5319
19	37,3446	48,6953	42,2939	83,9650	35,9165	41,2239	47,2305	42,1110	88,9340	39,4039
20	55,6084	52,6051	41,7003	75,1614	53,3974	61,3298	53,4586	43,5831	77,5977	59,1096
21	55,2268	51,1100	39,5435	73,7002	52,7553	60,3894	53,0359	42,3007	74,6617	58,1466
22	37,3685	43,6109	38,4194	79,0359	34,9030	40,4603	45,5993	40,1447	79,4188	38,4753
23	24,1345	51,0193	57,7615	96,6446	24,6869	25,2919	54,8471	59,7187	98,2171	26,3415
24	49,9844	78,0623	89,4990	123,4674	52,9275	51,9876	84,0536	92,8411	127,5549	55,0458
25	81,7983	107,8210	119,2672	150,6003	85,1457	83,9276	115,0028	123,3512	157,1384	87,2942
26	104,3615	129,7677	139,6260	170,6825	107,7168	104,8952	135,9062	143,0281	178,6167	108,2385
27	113,4416	139,4537	147,6621	179,7821	116,6272	111,2256	142,5376	149,0502	187,6986	114,3419
28	109,0265	136,3453	143,6085	177,1966	111,9678	104,0455	135,9594	142,4656	183,9034	106,8235
29	93,9780	122,7007	129,8804	164,7874	96,6603	87,3677	119,3197	126,8164	169,7356	89,8074
30	72,8726	102,5976	110,2808	146,2619	75,2855	66,4468	98,3936	106,7223	149,7594	68,6410
31	50,9357	81,0760	89,2935	126,3596	53,0090	46,5199	78,7898	86,9835	129,4681	48,5749
32	33,2245	63,1648	71,2364	109,5803	34,7758	32,1420	64,4426	71,2805	113,6020	34,0206
33	23,3452	52,2261	59,0765	98,6946	24,2316	25,7954	57,4399	61,5215	104,4902	27,2962
34	20,2236	48,3851	53,5803	94,2716	20,9910	24,9697	55,6614	57,7388	101,8681	26,2909
35	20,7322	50,2501	54,4659	95,7884	22,3465	25,9507	57,4666	59,1569	104,3641	27,6945
36	26,9287	57,6292	61,9348	102,7063	29,4699	29,5118	63,0678	65,5440	110,8884	31,9430
37	39,7303	70,0154	75,2524	114,0854	42,5900	38,0808	72,0883	76,4926	120,6497	40,8242
38	55,3446	84,7422	91,4309	127,7609	58,2229	50,6713	83,8260	90,3442	132,3621	53,3402
39	69,4342	98,0499	106,4026	140,5864	72,2654	63,7488	95,6423	104,1093	143,9020	66,2608
40	78,7159	106,7727	116,6002	149,5241	81,5029	73,7947	104,6507	114,5157	152,7367	76,2303
41	81,4206	109,2524	119,9219	152,6513	84,1753	78,3766	109,1833	118,9939	156,7116	80,8564
42	77,5182	105,5349	116,1415	149,6954	80,2389	76,5915	107,8783	116,7270	154,8887	79,2153
43	68,5895	97,1235	106,8096	142,0113	71,2569	69,1907	101,4157	108,6321	148,0141	72,0003
44	57,2950	86,4823	94,7140	131,9772	59,8849	58,3472	91,6612	97,1909	138,1991	61,2975
45	46,5417	76,3325	83,0373	122,0957	49,0433	47,0448	80,8002	85,4477	128,0046	49,9877
46	38,5689	68,8159	74,4024	114,3058	40,9927	38,0735	71,7546	76,1395	119,5843	40,8046
47	34,3647	64,8800	70,1482	109,7268	36,7436	32,8783	65,9858	70,9705	114,3222	35,3019
48	33,8893	64,4031	70,3032	108,7132	36,2852	31,4619	64,2002	70,4498	112,8984	33,7115
49	36,6878	66,9005	74,1053	111,0384	39,1838	33,7201	66,8027	74,0564	115,4007	35,9821
50	41,9782	71,8360	80,3293	116,0258	44,6384	39,4629	72,7059	80,5120	121,2297	41,8131

Tabela 1.19: Raiz do Erro Quadrático Médio – Defasagem 50 e 60- Modelo Senóide.

Lag	Raiz do Erro Médio Quadrático-50					Raiz do Erro Médio Quadrático-60				
	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças	Clássico	Robusto	Genton	Medianas	Diferenças
1	2,9271	30,7123	22,9080	63,6851	3,0332	2,8546	6,0597	6,9827	11,5799	2,9625
2	14,1365	31,1919	35,3296	56,4593	13,7269	13,3201	19,3424	21,9198	36,4049	12,8958
3	30,6523	37,3373	41,4061	63,3674	29,8881	28,5661	34,6367	36,6639	61,4919	27,6140
4	47,1982	46,6874	43,5693	72,7778	45,8891	44,3168	44,7002	41,8951	73,4988	42,6535
5	62,8280	56,3214	47,2331	77,5500	60,8517	60,2940	51,5775	41,5744	73,9517	57,9033
6	76,8777	65,3584	51,9151	81,7364	74,3898	75,9348	61,1088	48,9461	75,0183	73,1143
7	85,5988	71,6063	58,3653	85,7580	82,9790	86,7240	70,2241	60,0431	79,2667	83,8902
8	82,2193	69,9106	59,8339	86,3011	79,8574	84,8054	69,4591	60,2107	79,9480	82,2465
9	61,3999	58,2880	51,1521	87,3726	59,7161	63,8266	55,7892	46,2182	82,3550	61,6918
10	29,9251	54,8605	53,3375	103,5610	30,7736	27,9432	50,2921	47,3185	102,2908	27,1334
11	51,8585	87,8470	93,9903	140,7426	55,1131	47,8373	85,5385	92,4505	141,2432	50,1262
12	106,1898	137,6063	148,8358	186,3766	109,2500	105,0757	137,3229	149,6809	186,6789	107,5575
13	151,0721	179,7672	194,1726	224,2657	154,1064	151,7002	180,6308	196,0750	224,6150	154,3567
14	172,1672	200,1288	215,2566	242,1724	175,1972	173,2077	201,2781	217,3267	243,2994	176,0186
15	163,6038	192,8159	205,7176	234,4294	166,5443	163,7212	193,2802	207,3280	236,4612	166,6100
16	128,2829	160,4094	168,8678	203,2699	131,0144	126,5482	159,4224	169,4781	205,5441	129,4237
17	77,2855	113,0913	116,7649	158,1709	79,6801	73,3960	110,4124	115,4591	159,4194	76,1557
18	32,4939	67,6094	67,2221	113,5346	33,7828	27,4807	63,7898	62,8036	112,4185	29,0884
19	41,0885	46,9813	41,7776	84,0302	39,6714	41,8240	44,3343	35,3610	80,0811	39,9596
20	60,7921	50,7705	41,4927	73,2632	58,9066	62,1411	49,4826	37,2551	67,6727	59,8517
21	59,9807	49,8919	39,0283	71,7474	57,8841	60,3616	47,6397	35,0243	66,2169	58,0201
22	40,0712	41,8442	37,1496	78,1618	38,0661	39,3445	37,9297	33,7749	74,7488	37,3010
23	22,1346	50,6992	57,6721	98,6244	23,1973	20,9064	47,8199	57,2516	98,0258	21,9363
24	48,2210	81,4161	91,1214	129,2765	51,3069	47,3827	79,7653	91,7899	129,8954	50,1008
25	80,7694	114,0973	122,0302	159,5902	83,8911	79,0157	112,2485	122,2327	159,9970	81,7917
26	102,7967	137,0286	142,6049	181,1088	105,6212	99,8688	134,5746	141,6861	180,9266	102,5966
27	110,3589	145,3798	149,7382	189,5887	112,7569	106,5813	142,6851	147,9563	189,1869	109,2521
28	104,1009	139,1497	143,9120	184,7046	106,1314	100,0881	136,8504	142,0748	184,7067	102,7197
29	87,6006	121,9392	128,4159	169,2769	89,5022	83,9771	120,3763	127,0422	169,9832	86,5952
30	65,9151	99,4341	107,9099	148,2615	68,0089	63,0896	98,2897	106,8716	149,2880	65,7064
31	44,4392	77,7335	86,9368	127,2577	46,9219	42,4596	76,1568	85,9774	127,8573	45,0255
32	28,4482	61,7209	69,3412	110,8200	31,0239	26,9256	58,9190	68,4527	110,4437	29,1735
33	21,8801	53,4899	58,1743	101,3299	23,6164	20,1488	49,3905	57,0870	99,7337	21,5136
34	21,9055	52,0409	54,6862	98,9196	22,9222	19,5050	47,3684	52,7581	96,2161	20,1898
35	23,3781	55,6249	57,7936	102,3746	24,8443	19,8277	51,2895	54,9494	99,2155	20,8127
36	27,5476	63,3601	65,9398	110,1879	29,8347	22,9144	59,8895	62,8426	107,4836	24,8000
37	37,1391	74,2405	78,0439	120,9455	39,5976	32,6453	71,6876	75,3217	119,3435	35,0884
38	50,4140	86,3496	92,2552	133,0042	52,5973	46,8722	84,5527	90,1817	132,6997	49,4861
39	63,4212	97,2867	105,4668	144,2252	65,3759	60,9477	96,0197	104,2077	145,0842	63,6165
40	72,7262	104,9025	114,5007	152,4226	74,6947	71,0231	103,8615	114,1747	154,0260	73,7161
41	76,2399	107,8394	117,5406	156,0432	78,4683	74,7609	106,6385	117,8911	157,6411	77,4582
42	73,5087	105,7988	114,5568	154,5115	76,1531	71,6725	104,0470	114,8523	155,2571	74,3555
43	65,6686	99,5383	106,8600	148,3845	68,7469	63,0879	97,0142	106,3574	147,8003	65,7445
44	55,0299	90,6506	96,5569	139,2586	58,4010	51,6442	87,4767	94,9885	137,5148	54,2661
45	44,3624	81,1800	86,1162	129,2275	47,7486	40,4007	77,7864	83,6512	127,0644	42,9663
46	36,0189	73,0846	77,7137	120,3053	39,1104	31,8351	69,9487	74,7067	118,6504	34,3054
47	31,1823	67,6831	72,5745	114,1797	33,8196	27,1482	65,1053	69,5691	113,5615	29,5276
48	29,9291	65,5263	71,0239	111,9659	32,1697	26,4605	63,5424	68,7002	112,1514	28,8460
49	32,1154	66,7840	73,0296	113,8684	34,0863	29,4451	65,1332	71,7576	114,1806	31,9182
50	37,4375	71,3522	78,2153	119,1855	39,2862	35,2238	69,6005	77,7381	119,1409	37,7743

Avaliação das Medidas de Erros dos Ajustes dos Parâmetros para os Modelos Esférico, Exponencial e Senóide.

Tabela 1.20: Modelo Teórico Esférico. Análise das estimativas dos parâmetros via Mínimos Quadrados Ponderados. $C_o=2,42$, $a_s=19,77$ e $C_s=47,36$

Nugget - C_o - Erro Médio						Amplitude - a_s - Erro Médio						Silo - C_s - Erro Médio					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	-1,0264	-1,1433	-0,8232	-1,2008	-1,1111	30	2,6963	6,7032	2,8748	6,8072	4,9879	30	18,2676	30,7760	22,8037	41,6281	21,0787
40	-0,9380	-0,9312	-0,5879	-0,2991	-0,6958	40	3,9388	5,8938	2,2455	7,4440	5,3146	40	18,0924	26,6720	18,4195	38,4096	16,7308
50	-0,2204	-0,6062	-0,6376	-0,0831	-0,6858	50	6,1556	8,1651	1,2508	10,6822	1,6075	50	18,0022	28,4288	15,8909	39,4884	11,4579
60	0,1627	-0,5071	-0,7024	0,2395	-0,7379	60	8,0679	8,3546	0,7912	12,4155	0,8969	60	18,6321	27,6405	14,6684	40,1384	10,0001
Nugget - C_o - Erro Médio Absoluto						Amplitude - a_s - Erro Médio Absoluto						Silo - C_s - Erro Médio Absoluto					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	1,5298	1,6942	1,6516	2,0062	1,5557	30	6,3200	10,0643	7,1375	10,2281	9,6363	30	18,2676	31,3721	24,3288	42,4778	23,3890
40	1,5859	1,9399	1,8912	2,5416	1,9069	40	6,8126	8,3863	6,1405	10,1567	9,6295	40	18,0924	27,0019	19,7411	39,4883	18,9190
50	2,0926	2,1200	1,8990	2,7073	1,9760	50	8,8469	10,4480	5,6153	12,5109	6,5747	50	18,0022	28,5342	17,2394	39,8511	13,8863
60	2,4311	2,2414	1,9623	2,9408	1,9937	60	10,7775	10,7371	5,4795	14,3371	6,2088	60	18,6321	27,6405	16,1065	40,1417	12,7177
Nugget - C_o - Raiz do Erro Quadrático Médio						Amplitude - a_s - Raiz do Erro Quadrático Médio						Silo - C_s - Raiz do Erro Quadrático Médio					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	1,7324	1,9540	1,9103	2,2100	1,7483	30	9,4028	18,2311	15,2483	18,8249	27,0657	30	24,3072	45,4441	44,8968	60,5817	53,7831
40	1,9174	2,7680	2,6129	4,0467	3,0224	40	12,0654	13,4761	9,1124	15,2254	26,5396	40	22,0295	34,2500	25,7716	51,1512	31,1955
50	3,3179	2,8708	2,6303	3,9572	2,9808	50	14,0822	17,2274	7,7505	18,6236	9,2497	50	20,3556	35,9025	21,2721	47,0632	16,5727
60	3,7634	3,0041	2,6704	4,8948	2,9182	60	17,7562	16,6161	7,7065	21,2848	8,1553	60	20,7280	31,4726	19,6356	46,7002	14,8783
Nugget - C_o - EMR						Amplitude - a_s - EMR						Silo - C_s - EMR					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	0,6326	0,7006	0,6830	0,8296	0,6433	30	0,3197	0,5091	0,3610	0,5174	0,4874	30	0,3857	0,6623	0,5136	0,8968	0,4938
40	0,6558	0,8022	0,7820	1,0510	0,7885	40	0,3446	0,4242	0,3106	0,5138	0,4871	40	0,3820	0,5700	0,4168	0,8336	0,3994
50	0,8653	0,8766	0,7852	1,1195	0,8171	50	0,4475	0,5285	0,2840	0,6329	0,3326	50	0,3800	0,6024	0,3639	0,8413	0,2932
60	1,0053	0,9269	0,8114	1,2161	0,8244	60	0,5452	0,5431	0,2772	0,7252	0,3141	60	0,3933	0,5835	0,3400	0,8474	0,2685

Tabela 1.21: Modelo Exponencial. Análise das estimativas dos parâmetros via Mínimos Quadrados Ponderados. $C_0=5,078$, $a_e=9,49$ e $C_e=39,02$

Nugget - C_0 - Erro Médio						Amplitude - a_e - Erro Médio						Silo - C_e - Erro Médio					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	-4,8485	-4,8596	-4,8928	-4,9145	-4,9051	30	0,0969	2,8848	0,7445	7,7092	-0,4283	30	31,1840	46,9134	37,9434	64,0291	29,3198
40	-4,4501	-4,7382	-4,5911	-4,7731	-4,7139	40	0,1182	1,7294	-0,3142	2,9336	-1,3864	40	27,7842	39,7354	30,7169	53,8291	24,2521
50	-3,9188	-4,2059	-4,2876	-4,2612	-4,1308	50	0,2456	2,7652	-1,3303	6,5089	-1,9017	50	26,5874	39,5597	26,7380	60,8069	21,4250
60	-3,6290	-4,1182	-4,1932	-4,3824	-4,2147	60	1,0205	1,8929	-1,9104	4,0002	-2,5369	60	27,0550	36,8312	25,0206	53,6266	19,6292
Nugget - C_0 - Erro Médio Absoluto						Amplitude - a_e - Erro Médio Absoluto						Silo - C_e - Erro Médio Absoluto					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	4,8592	4,8704	4,9080	4,9145	4,9051	30	3,5262	5,9682	4,6458	10,6435	3,5838	30	31,1840	46,9682	38,0563	64,1396	29,5667
40	4,8310	4,8339	5,0997	4,9331	4,8491	40	4,3023	5,0104	4,2729	5,9579	3,7120	40	27,7842	39,7354	30,9092	53,8366	24,7015
50	4,7607	4,8609	5,0943	4,7970	4,6677	50	4,2733	6,1854	3,7091	9,4586	3,7738	50	26,5874	39,5597	27,0714	60,8815	22,2725
60	4,8932	5,0335	5,1559	4,8355	4,8107	60	5,0546	5,1317	3,4056	6,9203	3,5349	60	27,0550	36,8312	25,2777	53,6266	20,4396
Nugget - C_0 - Raiz do Erro Médio Quadrático						Amplitude - a_e - Raiz do Erro Quadrático Médio						Silo - C_e - Raiz do Erro Quadrático Médio					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	4,9194	4,9275	4,9570	4,9487	4,9434	30	4,7996	9,8037	7,4902	32,7368	4,7310	30	37,0028	61,1893	48,9647	90,1387	36,1089
40	4,9266	4,9019	5,3177	4,9628	4,9110	40	7,8466	9,3427	7,9198	9,5010	4,8879	40	31,6634	50,7606	37,2647	66,8794	28,6200
50	4,9282	4,9113	5,3020	4,9526	4,8589	50	7,1828	14,3107	5,4992	22,1569	4,8834	50	28,8505	48,9604	30,8092	84,7706	25,3926
60	4,9892	5,3184	5,3635	4,9651	4,9405	60	11,5508	10,7814	4,4418	17,0761	4,2991	60	30,4147	41,5823	28,1976	68,4593	22,9807
Nugget - C_0 - Erro Médio Relativo						Amplitude - a_e - Erro Médio Relativo						Silo - C_e - Erro Médio Relativo					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	0,9568	0,9590	0,9664	0,9676	0,9658	30	0,3715	0,6288	0,4895	1,1214	0,3776	30	0,7990	1,2035	0,9751	1,6435	0,7576
40	0,9512	0,9517	1,0041	0,9713	0,9547	40	0,4533	0,5279	0,4502	0,6277	0,3911	40	0,7119	1,0182	0,7920	1,3795	0,6329
50	0,9374	0,9571	1,0030	0,9445	0,9191	50	0,4502	0,6517	0,3908	0,9966	0,3976	50	0,6813	1,0137	0,6937	1,5600	0,5707
60	0,9634	0,9911	1,0152	0,9521	0,9472	60	0,5326	0,5407	0,3588	0,7291	0,3724	60	0,6932	0,9438	0,6477	1,3741	0,5237

Tabela 1.22: Modelo Senóide. Análise das estimativas dos parâmetros via Mínimos Quadrados Ponderados. $C_o = 7,1168$, $a_w = 1,4574$ e $C_w = 286,3414$

Nugget - C_o - Erro Médio - Senóide						Amplitude - a_w - Erro Médio - Senóide						Silo - C_w - Erro Médio - Senóide					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	-0,8067	-1,0342	-1,4133	-2,1256	-0,8994	30	0,0414	0,0491	0,0245	0,0438	0,0361	30	21,6772	40,6981	53,0325	75,1394	21,3989
40	-1,0166	-1,1001	-1,5797	-1,5951	-1,0629	40	0,0289	0,0428	0,0146	0,0787	0,0260	40	22,2426	41,7044	53,1414	79,8460	18,4062
50	-1,1020	-1,5535	-2,0335	-2,3725	-0,9712	50	0,0222	0,0285	0,0096	0,0248	0,0231	50	20,4308	43,2096	52,7108	82,1545	16,7056
60	-1,7531	-2,3108	-2,8168	-2,6278	-1,6860	60	0,0047	0,0172	-0,0156	0,0428	0,0042	60	18,1449	43,5794	55,7518	87,4637	15,6947
Nugget - C_o - Erro Médio Absoluto						Amplitude - a_w - Erro Médio Absoluto						Silo - C_w - Erro Médio Absoluto					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	3,2086	3,9182	3,9613	5,2452	3,2609	30	0,1118	0,1340	0,1224	0,1657	0,1075	30	21,6772	48,3740	56,7773	84,8029	23,7854
40	2,8227	3,6269	3,7552	4,9083	2,7984	40	0,0879	0,1211	0,1199	0,1783	0,0853	40	22,2426	50,2711	56,6867	88,4039	23,8579
50	2,9490	3,8589	3,9492	5,0834	3,0556	50	0,0910	0,1223	0,1218	0,1841	0,0923	50	20,4308	49,9640	56,0282	88,1246	22,0031
60	3,0398	4,0658	4,2852	4,9130	3,0445	60	0,0876	0,1108	0,1207	0,1632	0,0877	60	18,1449	47,3317	56,8899	89,9548	19,7131
Nugget - C_o - Raiz do Erro Quadrático Médio						Amplitude - a_w - Raiz do Erro Quadrático Médio						Silo - C_w - Raiz do Erro Quadrático Médio					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	3,8558	4,7358	4,7105	5,9453	3,9262	30	0,1414	0,1751	0,1547	0,2109	0,1347	30	27,1894	58,3725	64,2909	104,1194	29,5527
40	3,4128	4,3468	4,3941	5,8000	3,3573	40	0,1246	0,1927	0,1894	0,2715	0,1209	40	28,1825	61,0328	65,6823	109,0049	30,3624
50	3,5823	4,5785	4,5783	5,7729	3,6909	50	0,1167	0,2016	0,1750	0,2904	0,1235	50	25,9060	60,3995	64,0847	106,9040	27,7509
60	3,6024	4,7411	4,8913	5,5206	3,6166	60	0,1073	0,1544	0,1707	0,2258	0,1074	60	22,3677	57,6925	63,6597	107,2692	24,3969
Nugget - C_o - Erro Médio Relativo						Amplitude - a_w - Erro Médio Relativo						Silo - C_w - Erro Médio Relativo					
Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças	Lag	Clássico	Robusto	Genton	Mediana	Diferenças
30	0,4508	0,5506	0,5566	0,7370	0,4582	30	0,0767	0,0920	0,0840	0,1137	0,0737	30	0,0757	0,1689	0,1983	0,2962	0,0831
40	0,3966	0,5096	0,5276	0,6897	0,3932	40	0,0603	0,0831	0,0823	0,1224	0,0585	40	0,0777	0,1756	0,1980	0,3087	0,0833
50	0,4144	0,5422	0,5549	0,7143	0,4294	50	0,0625	0,0839	0,0836	0,1263	0,0633	50	0,0714	0,1745	0,1957	0,3078	0,0768
60	0,4271	0,5713	0,6021	0,6903	0,4278	60	0,0601	0,0760	0,0828	0,1120	0,0602	60	0,0634	0,1653	0,1987	0,3142	0,0688

Anexo 2

Algumas Demonstrações das Propriedades das Funções de Variograma e Covariância Espacial

Anexo 2: Algumas Demonstrações das Propriedades das Funções de Variograma Covariância Espacial.

2.1 Covariância espacial.

A função $C(\mathbf{h})$ chamada de Covariância ou Covariograma, também conhecida como função de auto-covariância pelos usuários de séries temporais, é a ferramenta básica para geração de correlograma ou função de autocorrelação. O estudo da estrutura espacial dada pela análise da função de covariância espacial não deve constituir – e não constitui normalmente – o objetivo final da análise espacial. Na realidade, é necessário estimar os valores das variáveis respostas em locais não amostrados. Desta forma, a análise da estrutura espacial deve ser vista como um passo fundamental, mas não final, que precede as técnicas de estimação (krigagem).

Apresentaremos, neste anexo, as propriedades básicas da função de covariância e veremos que, se a variável regionalizada é estacionária, existe uma equivalência entre o variogramas $2\gamma(\mathbf{h})$ e função de covariância $C(\mathbf{h})$, bem as demonstrações destas propriedades:

$$\text{I) } C(0) = \sigma^2$$

$$\text{II) } C(\mathbf{h}) = C(-\mathbf{h})$$

(2.1)

$$\text{III) } C(\mathbf{h}) \leq C(0)$$

IV) $C(\mathbf{h})$ é positiva definida isto é:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n \lambda_i \lambda_j C(h_{ij}) > 0, \quad \forall i < j$$

Dado $E(Z(x)) = \mu$, $x \in D$ e que a função de auto-covariância dos pontos x e $x+h$ depende unicamente da distância h , então:

$$E[Z(x+h)Z(x)] - \mu^2 = C(\mathbf{h}),$$

$$\text{I) } C(0) = \sigma^2$$

$$\text{Cov}[Z(x)Z(x+h)] = E[(Z(x+h) - \mu)(Z(x) - \mu)]$$

fazendo-se $h=0$, tem-se:

$$\text{Cov}[Z(x)Z(x)] = E[(Z(x) - \mu)(Z(x) - \mu)] = \text{Var}(Z(x)) = \sigma^2$$

$$\text{II) } C(\mathbf{h}) = C(-\mathbf{h})$$

$$C(-h) = \text{Cov}(Z(x-h)Z(x)) = E[(Z(x-h) - \mu)(Z(x) - \mu)]$$

fazendo-se $t=x-h$, temos:

$$= \text{Cov}[Z(x)Z(x+h)] = E[(Z(x+h) - \mu)(Z(x) - \mu)]$$

$$= E[(Z(x+h) - \mu)(Z(x) - \mu)] - \mu^2 = C(h)$$

Observe que a covariância depende unicamente da distância h .

$$\text{III) } C(\mathbf{h}) \leq C(\mathbf{0})$$

$$\text{Var}[Z(x+h)Z(x)] = E[Z(x+h) - Z(x)]^2, \text{ (pela estacionariedade de 1ª ordem),}$$

como:

$$E[Z(x+h) - Z(x)]^2 \geq 0$$

$$0 \leq E\left\{ (Z(x+h))^2 - 2Z(x+h)\mu + \mu^2 + (Z(x))^2 - 2Z(x)\mu + \mu^2 - 2[Z(x+h)Z(x) - Z(x+h)\mu - Z(x)\mu + \mu^2] \right\}$$

$$0 \leq E\left\{ (Z(x+h))^2 - 2Z(x+h)\mu + \mu^2 + (Z(x))^2 - 2Z(x)\mu + \mu^2 - 2(Z(x+h)Z(x)) + 2Z(x+h)\mu + 2Z(x)\mu - 2\mu^2 \right\}$$

$$0 \leq E\left\{ (Z(x+h))^2 - \mu^2 + (Z(x))^2 - \mu^2 - 2(Z(x+h)Z(x) - \mu^2) \right\}$$

$$0 \leq E(Z(x+h))^2 - \mu^2 + E(Z(x))^2 - \mu^2 - 2(E(Z(x+h)Z(x)) - \mu^2)$$

$$0 \leq C(0) + C(0) - 2C(h)$$

$$0 \leq C(0) - 2C(h)$$

$$\therefore C(h) \leq C(0)$$

Uma função é positiva definida se a expressão seguinte for verdadeira:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n \lambda_i \lambda_j C(h_{ij}) > 0, \quad \forall i < j$$

A condição mínima necessária e suficiente para que a covariância seja uma função *positiva definida*.

Esta propriedade faz com que combinações lineares das variáveis $Z(\bullet)$ tenham variância maior que zero.

Dado uma combinação linear Z^* , então:

$$Z^* = \sum_{i=1}^n a_i Z(x_i) = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_{31} & \dots & a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z(x_1) \\ Z(x_2) \\ Z(x_3) \\ \wedge \\ Z(x_n) \end{bmatrix}$$

onde λ_i são os pesos e x_i são as localizações amostrais, por definição a variância é dado por:

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z^*) = & a_1^2 \text{Var}(Z(x_1)) + a_2^2 \text{Var}(Z(x_2)) + 2 a_1 a_2 \text{Cov}(Z(x_1), Z(x_2)) \\ & + \dots + a_{n-1}^2 \text{Var}(Z(x_{n-1})) + a_n^2 \text{Var}(Z(x_n)) + 2 a_{n-1} a_n \text{Cov}(Z(x_{n-1}), Z(x_n)) \end{aligned}$$

ou equivalentemente,

$$\text{Var}(Z^*) = A \text{Var}(Z) A^t$$

Conseqüentemente,

$$\text{Var}(Z^*) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n a_i a_j C(h_{ij}), \quad \forall i < j$$

É necessário impor a condição de $\sum a_i = 1$, isto garante que exista um processo estocástico intrinsecamente estacionário gerador dos dados amostrais.

O Correlograma ou função de autocorrelação espacial ou é derivada da função de covariância espacial ou covariograma, sendo definida da seguinte forma:

$$\rho(\mathbf{h}) = \frac{C(\mathbf{h})}{C(\mathbf{0})}$$

Como $\gamma(\mathbf{h}) = C(\mathbf{0}) - C(\mathbf{h})$, então:

$$\rho(\mathbf{h}) = 1 - \frac{\gamma(\mathbf{h})}{C(\mathbf{0})},$$

reescrevendo em função de $\gamma(\mathbf{h})$, tem se:

$$\gamma(\mathbf{h}) = C(\mathbf{0})[1 - \rho(\mathbf{h})]$$

Isto indica que o variograma e a função de covariância são duas ferramentas equivalentes para caracterização de autocorrelações entre duas variáveis $Z(x + \mathbf{h})$ e $Z(x)$, no caso de processos estacionários. Esta relação matemática fornece diretamente por recursividade, semivariogramas teóricos, onde $C(\mathbf{0})$ é a variância do processo estocástico e $\rho(\mathbf{h})$ são as autocorrelações para cada lag h .

Na prática a correlação entre duas variáveis $Z(x + \mathbf{h})$ e $Z(x)$, tende a medida que a distância h aumenta, ou seja:

$$C(\mathbf{h}) \rightarrow \mathbf{0}, \text{ quando } |\mathbf{h}| \rightarrow \infty \quad (2.2)$$

Geralmente assume-se que $C(\mathbf{h}) = \mathbf{0}$, quando $|\mathbf{h}| \geq a$, figura (abaixo). O valor numérico a para o qual isto acontece é denominada de “range” ou *amplitude* e representa o ponto máximo no qual atuam no processo estocástico $Z(x)$, $x \in D$, a correlação espacial. A variância processo e partir do valor $|\mathbf{h}| = \mathbf{0}$ somente variabilidade passa a atuar no processo estocástico .

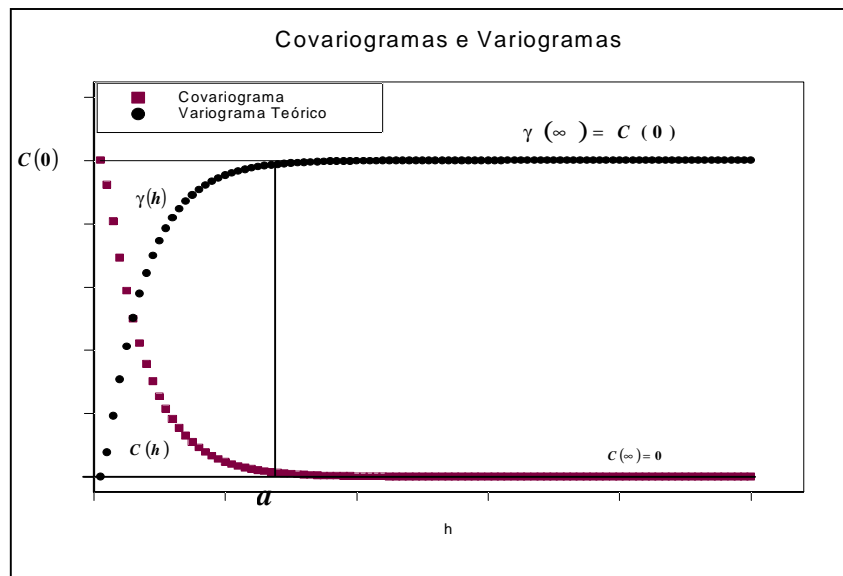


Figura 2.1 : - Covariogramas e Variogramas Teóricos (Journel & Huijbregts, 1978, pág 37).

Um estimador para a covariância proposto por Matheron, é dado a seguir:

$$\hat{C}(h) = \frac{\sum_{x=1}^{n-h} ((Z(x+h) - \bar{Z})(Z(x) - \bar{Z}))}{n-h}$$

Onde \bar{Z} é um estimador de μ para processos estocásticos estacionários.

Propriedades dos Variogramas – Demonstração.

I) $\gamma(0) = 0$;

II) $\lim_{h \rightarrow \infty} \gamma(h) = \sigma^2$

$$C(h) = Cov(Z(x+h), Z(x))$$

$$2\gamma(h) = Var[Z(x+h) - Z(x)]$$

Assumindo estacionariedade de segunda ordem temos:

$$2\gamma(h) = Var[Z(x+h)] + Var[Z(x)] - 2Cov(Z(x+h), Z(x))$$

$$2\gamma(h) = \sigma^2 + \sigma^2 - 2C(h)$$

Desta forma tomando-se o $\lim_{h \rightarrow 0} C(h)$ (Anexo 2, 2.1), tem-se:

$$2\gamma(0) = \sigma^2 + \sigma^2 - 2C(0)$$

$$2\gamma(0) = \sigma^2 + \sigma^2 - 2\sigma^2$$

$$\gamma(0) = 0$$

Por outro lado quando $\lim_{h \rightarrow \infty} C(h) = 0$, (Anexo 2, 2.2), tem-se:

$$2\gamma(\infty) = \sigma^2 + \sigma^2 - 2C(\infty)$$

$$2\gamma(\infty) = \sigma^2 + \sigma^2 - 2(0)$$

$$\gamma(\infty) = \sigma^2$$

Anexo 3

Um exemplo numérico de Cálculo de Variogramas Experimentais

Anexo 3: Exemplo numérico de Cálculos de Variogramas

3.1 Variograma Experimental Altamente Robusto (Genton)

O estimador altamente robusto proposto por Genton (1998), é definido da seguinte forma:

$$2 \hat{\gamma}(h) = (Q_{N_h})^2,$$

onde $h \in \mathfrak{R}^d$ e,

$$Q_{N_h} = 2,2191 \left\{ \left| V_i(h) - V_j(h) \right| ; i < j \right\}_{(k)}$$

sendo $V(h) = z(s+h) - z(s)$ e $k = \binom{[N_h/2] + 1}{2}$ a k -ésima estatística ordem e $[N_h/2]$ denota a parte inteira de $(N_h/2)$.

O fator de 2,2191 uma correção para o vício do estimador de $2\hat{\gamma}(h)$ quando $Z(\bullet)$ tem distribuição normal.

Este estimador está fundamentado nas idéias apresentadas em Rousseeuw e Croux (1993).

Para fins de perfeita compreensão do estimador tome o seguinte exemplo: dado $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, uma amostra de tamanho de 6, igualmente espaçadas no \mathfrak{R}^1 , então $V(h)$, para $h = 1$ é:

$$V_1(1) = x_2 - x_1$$

$$V_2(1) = x_3 - x_2$$

$$V_3(1) = x_4 - x_3$$

$$V_4(1) = x_5 - x_4$$

$$V_5(1) = x_6 - x_5$$

Obtida todas as diferenças de ordem 1, tem-se o seguinte vetor :

$(V_1(1), V_2(1), V_3(1), V_4(1), V_5(1))$, logo fazendo-se todas diferenças em que $i < j$, tem-se que:

$$j = 2, \text{ temos } \left\{ \left| V_2(1) - V_1(1) \right| \right\}$$

$$j = 3, \text{ temos } \{ |V_3(1) - V_2(1)|, |V_3(1) - V_1(1)| \}$$

$$j = 4, \text{ temos } \{ |V_4(1) - V_3(1)|, |V_4(1) - V_2(1)|, |V_4(1) - V_1(1)| \}$$

$$j = 5, \text{ temos } \{ |V_5(1) - V_4(1)|, |V_5(1) - V_3(1)|, |V_5(1) - V_2(1)|, |V_5(1) - V_1(1)| \}$$

Formando o seguinte vetor:

$$\left(|V_2(1) - V_1(1)|, |V_3(1) - V_2(1)|, |V_3(1) - V_1(1)|, |V_4(1) - V_3(1)|, |V_4(1) - V_2(1)|, |V_4(1) - V_1(1)|, \right. \\ \left. |V_5(1) - V_4(1)|, |V_5(1) - V_3(1)|, |V_5(1) - V_2(1)|, |V_5(1) - V_1(1)| \right)$$

e k é uma combinação de $(\lfloor N_h/2 \rfloor + 1)$ e 2, onde $\lfloor N_h/2 \rfloor$ denota a parte inteira de $(N_h/2)$ e N_h é número de pares no lag h , neste caso $N_h = 4$. Desta forma, a k -ésima ordem estatística deste exemplo é: $k = \binom{\lfloor 4/2 \rfloor + 1}{2} = 3$. Ordenando este vetor, e tomando-se a k -ésima ordem estatística, multiplicada 2,2191, temos o estimador denominado de Q_n , (Rousseeuw e Croux, 1993).

Tomando-se hipoteticamente o conjunto de dados (1,3; 2,4; 4,1; 0,5; 3,1), igualmente espaçados no \mathfrak{R}^1 , temos:

$$V_1(1) = 2,4 - 1,3$$

$$V_2(1) = 4,1 - 2,4$$

$$V_3(1) = 0,5 - 4,1$$

$$V_4(1) = 3 - 0,5$$

$$V_5(1) = 1 - 3$$

Obtidas todas as diferenças de ordem 1, tem-se o seguinte vetor :

(1,1; 1,7; -3,6; 2,5; -2), logo fazendo-se todas diferenças em que $i < j$, tem-se:

$$j = 2, \text{ temos } \{ |1,7 - 1,1| \}$$

$$j = 3, \text{ temos } \{ |-3,6 - 1,7|, |-3,6 - 1,1| \}$$

$$j = 4, \text{ temos } \{ |2,5 - (-3,6)|, |2,5 - 1,7|, |2,5 - 1,1| \}$$

$$j = 5, \text{ temos } \{ |-2 - 2,5|, |-2 - (-3,6)|, |-2 - 1,7|, |-2 - 1,1| \}$$

Formando o seguinte vetor: $\tilde{g} = (0,60; 5,30; 4,70; 6,10; 0,80; 1,4; 4,50; 5,60; 3,70; 3,1)$

Calculando-se k , é uma combinação de $(\lfloor N_h/2 \rfloor + 1)$ e 2, onde $\lfloor N_h/2 \rfloor$ denota a parte inteira de $(N_h/2)$ e N_h é número de pares no lag h , neste caso $N_h=5$. Desta forma a k -ésima ordem estatística deste exemplo é: $k = \binom{\lfloor 5/2 \rfloor + 1}{2} = 3$. Ordenando vetor \tilde{g} , e tomando-se a k -ésima ordem estatística, multiplicada 2,2191, temos o estimador denominado de Q_n , (Rousseeuw e Croux, 1993).

$$Q_n = 2,2191x(1,40)$$

$$Q_n = 3,106740$$

O estimador altamente robusto proposto por Genton (1998), é definido como :

$$2\hat{\gamma}(h) = (Q_{N_h})^2$$

$$2\hat{\gamma}(h) = (3,106740)^2 = 9.651833 ,$$

neste caso o semivariograma $\hat{\gamma}(h)$ correspondentes 4,8259165 .

Lag h	$2\hat{\gamma}(h)$
$h=1$	9,651833
$h=2$	26,050101
$h=3$	9,651833
$h=4$	47,323530

Obs. O valor dos variogramas para $h=1$ e $h=3$, neste exemplo, produzem os mesmos resultados (9,651833) , sendo apenas uma coincidência numérica.

3.2 Variograma Experimental das Medianas (Cressie, 1993).

$$2\tilde{\gamma}(h) = \frac{\left[\text{med} \left\{ |Z(s_i) - Z(s_k)|^{\frac{1}{2}} : \|s_i - s_k\| = h \right\} \right]^4}{B(h)}, \forall s_i \neq s_k$$

Onde $med\{\bullet\}$, denota a mediana da seqüência $\{\bullet\}$, e $B(h)$ a correção para o vício, assumindo normalidade para os dados. Assintoticamente, $B(h)=0,457$.

Dado $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, uma amostra de tamanho de 6, igualmente espaçadas no \mathfrak{R}^1 , então $|Z(x_i) - Z(x_j)|, \forall i \neq j$, no lag $h = 1$ é:

$$|Z(x_2) - Z(x_1)| = |x_2 - x_1|$$

$$|Z(x_3) - Z(x_2)| = |x_3 - x_2|$$

$$|Z(x_4) - Z(x_3)| = |x_4 - x_3|$$

$$|Z(x_5) - Z(x_4)| = |x_5 - x_4|$$

$$|Z(x_6) - Z(x_5)| = |x_6 - x_5|$$

Tomando-se hipoteticamente o conjunto de dados (1,3; 2,4; 4,1; 0,5; 3;1), igualmente espaçados no \mathfrak{R}^1 , temos:

$$|x_2 - x_1| = |2,4 - 1,3| = 1,1$$

$$|x_3 - x_2| = |4,1 - 2,4| = 1,7$$

$$|x_4 - x_3| = |0,5 - 4,1| = 3,6$$

$$|x_5 - x_4| = |3 - 0,5| = 2,5$$

$$|x_6 - x_5| = |1 - 3| = 2$$

Obtida todas as diferenças de ordem 1 (lag=1), tem-se o seguinte vetor: $\tilde{g} = (1,1; 1,7; 3,6; 2,5; 2)$, logo, tomando-se a mediana da raiz quadrada deste vetor, tem-se o valor de 1,41421, logo o $2\hat{\gamma}(1)$, é:

$$2\hat{\gamma}(1) = \frac{(1,41421)^4}{0,457} = 8,75273 \text{ e o semivariograma } \hat{\gamma}(1) \text{ correspondente é: } 4,376365$$

Lag h	$2\hat{\gamma}(h)$
$h=1$	8,75273
$h=2$	4,746745
$h=3$	1,400437
$h=4$	5.232466

3.3 Variograma Experimental Robusto (Cressie & Hawkins, 1980).

$$2\bar{\gamma}(h) = \frac{\left(\frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} |Z(s_i) - Z(s_k)|^{\frac{1}{2}} \right)^4}{C_h}, \quad h \in \mathfrak{R}^d$$

onde $N(h) = \{ (x_i, x_k) : \|x_i - x_k\| = h \}, \forall x_i \neq x_k, d = \{1, 2, 3, \dots\}$ } $C_h = \left(0,457 + \frac{0,494}{N_h} \right)$

e N_h é a cardinalidade de $N(h)$, sendo o denominador C_h um fator de correção para o vício do estimador de $\bar{\gamma}(h)$ quando $Z(\bullet)$ tem distribuição normal.

Dado $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, uma amostra de tamanho de 6, igualmente espaçadas no \mathfrak{R}^1 , então $|Z(x_i) - Z(x_j)|, \forall i \neq j$, no lag $h = 1$ é:

$$\begin{aligned} |Z(x_2) - Z(x_1)| &= |x_2 - x_1| \\ |Z(x_3) - Z(x_2)| &= |x_3 - x_2| \\ |Z(x_4) - Z(x_3)| &= |x_4 - x_3| \\ |Z(x_5) - Z(x_4)| &= |x_5 - x_4| \\ |Z(x_6) - Z(x_5)| &= |x_6 - x_5| \end{aligned}$$

Tomando-se hipoteticamente o conjunto de dados (1,3; 2,4; 4,1; 0,5; 3;1), igualmente espaçados no \mathfrak{R}^1 , temos:

$$\begin{aligned} |x_2 - x_1| &= |2,4 - 1,3| = 1,1 \\ |x_3 - x_2| &= |4,1 - 2,4| = 1,7 \\ |x_4 - x_3| &= |0,5 - 4,1| = 3,6 \\ |x_5 - x_4| &= |3 - 0,5| = 2,5 \\ |x_6 - x_5| &= |1 - 3| = 2 \end{aligned}$$

Obtida todas as diferenças de ordem 1 (lag=1), tem-se o seguinte vetor: $\tilde{\gamma} = (1,1; 1,7; 3,6; 2,5; 2)$, logo, tomando-se a soma da raiz quadrada deste vetor, tem-se o valor de 4,40922208, logo o $2\hat{\gamma}(1)$, é:

$$2\hat{\gamma}(1) = \frac{(4,40922208)^4}{0,457 + \frac{0,494}{5}} = 7,933106 \text{ e o semivariograma } \hat{\gamma}(1) \text{ correspondente é: } 3,966555$$

Lag h	$2\hat{\gamma}(h)$
$h=1$	7,9331
$h=2$	3,5948
$h=3$	2,7477
$h=4$	3,3966

3.4 Variograma Experimental Clássico de Matheron (Matheron, 1963).

O estimador clássico de semivariograma proposto por Matheron (1963), fundamentado no método dos momentos (Cressie, 1993), é dado por:

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{N_h} \sum_{N(h)} (Z(x_i) - Z(x_k))^2, \quad h \in R^d$$

onde $N(h) = \{ (x_i, x_k) : \|x_i - x_k\| = h \quad \forall x_i \neq x_k \}$, $d = \{1, 2, 3, \dots\}$ e N_h é a cardinalidade de $N(h)$.

Este estimador é não viciado (Cressie, 1963), mas é influenciado pela presença de “outliers” no conjunto de dados. No caso em que o domínio de estudo é $D = \mathfrak{R}$, a fórmula (3.2.1) transforma-se em :

$$2\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{n-h} \sum_{x=1}^{n-h} (Z(x_i) - Z(x_k))^2, \quad x \in \mathfrak{R}$$

Dado $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6\}$, uma amostra de tamanho de 6, igualmente espaçadas no \mathfrak{R}^1 , então $|Z(x_i) - Z(x_j)|$, $\forall i \neq j$, no lag $h = 1$ é:

$$\begin{aligned} |Z(x_2) - Z(x_1)| &= |x_2 - x_1| \\ |Z(x_3) - Z(x_2)| &= |x_3 - x_2| \\ |Z(x_4) - Z(x_3)| &= |x_4 - x_3| \\ |Z(x_5) - Z(x_4)| &= |x_5 - x_4| \\ |Z(x_6) - Z(x_5)| &= |x_6 - x_5| \end{aligned}$$

Tomando-se hipoteticamente o conjunto de dados (1,3; 2,4; 4,1; 0,5; 3;1), igualmente espaçados no \mathfrak{R}^1 , temos:

$$\begin{aligned} |x_2 - x_1| &= |2,4 - 1,3| = 1,1 \\ |x_3 - x_2| &= |4,1 - 2,4| = 1,7 \\ |x_4 - x_3| &= |0,5 - 4,1| = 3,6 \end{aligned}$$

$$|x_5 - x_4| = |3 - 0,5| = 2,5$$

$$|x_6 - x_5| = |1 - 3| = 2$$

Obtida todas as diferenças de ordem 1 (lag=1), tem-se o seguinte vetor: $\tilde{g} = (1,1;1,7;3,6;2,5;2)$. Logo, tomando-se a soma deste vetor ao quadrado, tem-se o valor de 27,31, sendo o variograma correspondente, $2\hat{\gamma}(\mathbf{1})$:

$2\hat{\gamma}(\mathbf{1}) = \frac{1}{5} \times 27,31 = 5,4620$ e o semivariograma $\hat{\gamma}(\mathbf{1})$ correspondente é: 2,731

Lag h	$2\hat{\gamma}(h)$
$h=1$	5,4620
$h=2$	3,2275
$h=3$	3,5366
$h=4$	2,4250

Anexo 4

Programas Computacionais em S-Plus utilizados na Simulação de Amostras de Modelos de Variogramas e Ajuste de Parâmetros.

Anexo 4: Programas Computacionais em S-Plus utilizados na Simulação de Amostras de Modelos de Variogramas e Ajuste de Parâmetros.

4.1 SAS (Statistical Analysis System) – Procedimento NLIN.

O procedimento NLIN (regressão não linear) é utilizado para calcular os parâmetros dos modelos de regressão não linear usando mínimos quadrados ponderados. Este método pode ser implementado usando-se um dos cinco métodos iterativos de convergência (por exemplo GAUSS-NEWTON, MARQUARDT, DUD, etc.). Em cada interação, o procedimento estima a soma de quadrados residual ponderada, desta forma quando a diferença entre duas sucessivas interações for pequena (está diferença poderá ser controlada pelo usuário), a convergência é encontrada e a estimativa final dos parâmetros correspondente é fornecida.

4.1.1 Programa para calcular os parâmetros do semivariograma (variograma) Esférico.

Os Parâmetros de entrada CO e B, são obtidos por regressão linear simples, dos primeiros semivariogramas (variogramas) experimentais, sendo respectivamente o intercepto e o coeficiente linear do Modelo de regressão.

Programa desenvolvido por Sueli A. Mingoti\UFMG.

```
DATA ESFERICO;
INFILE "a:\dad.dat";
INPUT H NH VARE;
CO=5.7;
B=9.46;
C=(B*H);
PROC NLIN DATA=ESFERICO BEST=5 METHOD=MARQUARDT MAXITER=100;
PARMS AS=100 TO 200 BY 1;
IF AS-H < 0 THEN I=0;
IF AS-H >=0 THEN I=1;
MODEL VARE=((CO+C)-B*((H**3)/(3*(AS**2))))*I+(CO+((B*2*AS)/3))*(1-I);
DER.AS=((2*(H**3)*B)/(3*(AS**3)))*I+(((B*2)/3))*(1-I);
FH(((CO+C)-B*((H**3)/(3*(AS**2))))*I+(CO+((B*2*AS)/3))*(1-I);
WH=NH/(FH**2);
WEIGHT=WH;
OUTPUT OUT=B PARMS=AS P=SVPREDC R=RES STUDENT=RESTUD;
DATA B;
SET B;
CS=(2/3)*B*AS;
PROC PRINT DATA=B;
VAR CO CS AS VARE;
RUN;
```

4.1.2 Programa para calcular os parâmetros do variograma (semivariograma) Exponencial.

Os Parâmetros de entrada CO e B, são obtidos por regressão linear simples, dos primeiros semivariogramas (variogramas) experimentais, sendo respectivamente o intercepto e o coeficiente linear do Modelo de regressão. Programa desenvolvido por Sueli A. Mingoti\UFMG.

```
DATA EXPONEN;
INFILE "Nome do Arquivo de Entrada de Dados"; /* Com extensão DAT*/
INPUT H NH SVAR;
CO=100;
B=30;
PROC NLIN DATA=EXPONEN BEST=10 METHOD=MARQUARDT MAXITER=100;
PARMS AE=1 TO 10 BY 0.10;
IF H <> 0 THEN I=1;
IF H = 0 THEN I=0;
MODEL SVAR=((CO+B*AE*(1-EXP(-H/AE))*I));
DER.AE=(B-(B*EXP(-H/AE)-B*AE*(H/AE**2)*EXP(-H/AE)));
FH=((CO+B*AE*(1-EXP(-H/AE))*I));
WH=NH/(FH**2);
WEIGHT=WH;
OUTPUT OUT=B PARMS=AE P=SVPREDC R=RES STUDENT=RESTUD;
DATA B;
SET B;
CE=B*AE;
PROC PRINT DATA=B;
VAR SVPREDC CO CE AE SVAR;
RUN;
```

4.1.3 Programa para calcular os parâmetros do variograma (semivariograma) Senóide (Wave).

Programa desenvolvido por "Carol A. Goteway ",1991.

```
DATA SENOIDE;
INFILE "Nome do arquivo de entrada"; /* Com extensão DAT*/
INPUT H NH VARE; /* Colunas contendo as variáveis de entrada*/
PROC NLIN BEST=10 MAXITER=500 METHOD=DUD;
PARMS AS=10 CS=10 CO=10;
IF H < AS THEN DO;
GAMASTAR = VARE;
MODEL GAMASTAR=(CO+CS*(1-AS*((SIN(H/AS)/H))));
_WEIGHT_=NH/((CO+CS*(1-AS*((SIN(H/AS)/H)))))**2;
END;
ELSE DO;
MODEL GAMASTAR=CO+CS;
_WEIGHT_=NH/(CO+CS) **2;
END;
IF (_OBS_=1 AND _MODEL_=1) THEN DO;
SILL=CO+CS;
PUT AS=SILL;
END;
RUN;
```

4.2 Programas em SPLUS.

4.2.1 Programa para geração de dados e cálculo dos Variogramas.

Nota: É necessário ter o módulo S+ Statistical Spatial instalado no SPLUS.

Desenvolvido por Gilmar Rosa\UFMG-2002.

```
function(n, fil, fi2, tetal, teta2, corrt, media, vara, nh, nint, inc, cte, pca)
{
    ifun <- match(deparse(substitute(fun)), c("spher.vgram", "exp.vgram", "gauss.vgram", "power.vgram",
      "linear.vgram"), nomatch = 0) #
    ## zmat vetor com dados numericos Gerados
    #Programa variograma Robusto
    # nh numero de h ( definido pelo usuário) Ex. 1 h, 2 h, nh...
    # nint numero de pares. (Sugerido nh > 30 )
    paresaux <- numeric(0)
    zmat <- numeric(0)
    cat("Amostra 1", "\n")
    repeat {
        zaux <- c(1:n)
        at <- rnorm(n + 2, 0, (sqrt(vara)))
        zaux[1] <- media
        zaux[2] <- media
        for(i in 1:n + 2) {
            zaux[i] <- (media * (1 - fil - fi2) + fil * zaux[i - 1] + fi2 * zaux[i - 2] +
tetal *
                at[i - 1] + teta2 * at[i - 2] + at[i])
        }
        z <- zaux[3:(n + 2)]
        zmat <- z
        ##-----Calculando as Autocorrelações experimentais-----
        sigmaamostral <- stdev(z, na.rm = F)
        mediaamostral <- mean(z, na.rm = F)
        varp <- ((1 - fi2)/(1 + fi2)) * (vara/((1 - fi2)^2 - fil^2))
        ro <- c(1:n)
        a <- acf(z, n - 1, plot = F)
        ro <- c(a$acf)
        if(((corrt - 0.05) <= ro[2] <= (corrt + 0.05))) {
            next
        }
        if(sigmaamostral^2 >= (varp - (0.01 * varp)) & sigmaamostral^2 <= (varp + (0.01 * varp))) {
            break
        }
        else {
            next
        }
    }
    cat("Var Proc=", sigmaamostral^2, "\n")
    cat("Amostra 2", "\n")
    repeat {
        zaux1 <- c(1:n)
        at1 <- rnorm(n + 2, 0, (sqrt(vara)))
        zaux1[1] <- media
        zaux1[2] <- media
        for(i in 1:n + 2) {
            zaux1[i] <- (media * (1 - fil - fi2) + fil * zaux1[i - 1] + fi2 * zaux1[i - 2] +
tetal *
                at1[i - 1] + teta2 * at1[i - 2] + at1[i])
        }
        z1 <- zaux1[3:(n + 2)]
        z1 <- z1 + cte
        zmat1 <- z1
        ##-----Calculando as Autocorrelacoes experimentais-----
        sigmaamostrall <- stdev(z1, na.rm = F)
        mediaamostrall <- mean(z1, na.rm = F)
        ro1 <- c(1:n)
        a1 <- acf(z, n - 1, plot = F)
        ro1 <- c(a1$acf)
        if(((corrt - 0.05) <= ro1[2] <= (corrt + 0.05))) {
            next
        }
        if(sigmaamostrall^2 >= (varp - (0.01 * varp)) & sigmaamostrall^2 <= (varp + (0.01 * varp)))
    {
        break
    }
    else {
        next
    }
}
    cat("Var Proc =", sigmaamostrall^2, "\n")
    cat("Var Teor =", varp, "\n")
    cat("Correlac 1=", ro[2], "\n")
    cat("Correlac 2=", ro1[2], "\n") #
##
```

```

#####Criando dados perturbados#####
#dpert : dados perturbados (conforme decil desejado)- aleatorizados
#tdpert : tamanho da amostra
#aret : amostra aleatoria a ser substituida pelo "dpert" - aleatorizada - sem repeticao.
#pca : Porcentagem de Outliers a ser incluida na Amostra em "decimais".
#lsup : Limite Maximo do box plot - acima deste limite é outlier
#z1 : Amostra de outliers
#z : Amostra do processo a ser inserida outliers.
dpert <- sample(z1[z1 >= quantile(z1, (1 - pca))], replace = F)
tdpert <- length(dpert)[1]
aret <- sample(z, size = tdpert, replace = F)
lsup <- quantile(z)[4] + 1.5 * (quantile(z)[4] - quantile(z)[2])
if(any(lsup - dpert > 0))
  cat(" *CUIDADO* Existem valores que nao sao Outliers...", "\n", "Outlier maior que:", lsup,
      "\n", "Valores que nao sao outliers:", dpert[dpert < lsup], "\n", "\n")
else cat(" Todos os Valores sao considerados Outliers", "\n", "Outlier maior que:", lsup, "\n",
        "Outliers:", dpert[dpert >= lsup], "\n", "\n")
for(i in 1:n) {
  for(j in 1:(tdpert)) {
    if(z[i] == aret[j])
      z[i] <- dpert[j]
  }
}
options(warn = -1)
outlier <- dpert
rot <- numeric(0) #
#####Calculando as Autocorrelações Teóricas#####
#####Modelo AR()#####
varh <- numeric(0)
if(tetal == 0 && teta2 == 0) {
  varp <- ((1 - fi2)/(1 + fi2)) * (vara/((1 - fi2)^2 - fi1^2))
  rot[1] <- fi1/(1 - fi2)
  rot[2] <- (fi1^2 + fi2 - fi2^2)/(1 - fi2)
  for(i in 3:n) {
    rot[i] <- fi1 * rot[i - 1] + fi2 * rot[i - 2]
  }
  cat("Modelo Ar", "\n")
}
#####Modelo MA()#####
if(fi1 == 0 && fi2 == 0) {
  varp <- vara * (1 + tetal^2 + teta2^2)
  rot[1] <- ((-1) * tetal * (1 - teta2))/(1 + tetal^2 + teta2^2)
  rot[2] <- ((-1) * teta2)/(1 + tetal^2 + teta2^2)
  for(i in 3:n) {
    rot[i] <- 0
  }
  cat("Modelo MA", "\n")
}
#####Modelo ARMA (11)#####
if(fi1 != 0 && tetal != 0) {
  varp <- (vara * (1 - 2 * fi1 * tetal^2))/(1 - fi1^2)
  rot[1] <- ((fi1 - tetal) * (1 - fi1 * tetal))/(1 + tetal^2 - 2 * fi1 * tetal)
  for(i in 2:n) {
    rot[i] <- fi1 * rot[i - 1]
  }
  cat("Modelo ARMA (11)", "\n")
}
for(i in 1:n) {
  varh[i] <- varp * (1 - rot[i])
}
#####Variograma Altamente Robusto *Genton*#####
#
cat(" ***** Variograma Altamente Robusto *Genton* ***** ", "\n")
r <- 1
k <- 1
h <- nh
auxgent <- numeric(0)
ord <- numeric(0)
smgenton <- numeric(0)
while(h <= ((n) + inc) & (n - h) > 1) {
  difer <- diff(z, lag = h) * (-1)
  for(i in 2:(n - h)) {
    for(j in 1:(i - 1)) {
      auxgent[k] <- (abs(difer[j] - difer[i]))
      k <- k + 1
    }
  }
  ord <- sort(auxgent)
  difer <- numeric(0)
  auxgent <- numeric(0)
  kordem <- choose(trunc(((n - h))/2) + 1, 2)
  smgenton[r] <- ((2.2191 * (ord[kordem]))^2)
  r <- r + 1
  h <- h + nh
}
#####Variograma das Medianas#####
cat(" ***** Variograma das Medianas ***** ", "\n")
x2 <- cbind(1:n)
h <- nh

```

```

auxiliar <- numeric(0)
auxmed <- data.frame(Variog = (abs(dist(z))^0.5), distancia = dist(x2))
auxmed1 <- auxmed[order(auxmed[, 2]), ]
dm <- dim(auxmed1)[1]
smvmed <- numeric(0)
k <- 1
q <- 1
for(i in 1:(dm)) {
  if((auxmed1[i, 2] == h) & (h <= (n/2 + inc))) {
    auxiliar[q] <- auxmed1[i, 1]
    q <- q + 1
  }
  if((auxmed1[i, 2] > h) & (h <= (n + inc))) {
    smvmed[k] <- ((median(auxiliar, na.rm = F))^4)/0.457
    auxiliar <- numeric(0)
    q <- 1
    auxiliar[q] <- auxmed1[i, 1]
    q <- q + 1
    h <- h + nh
    k <- k + 1
  }
}
}
options(warn = -1)
teorico <- numeric(0)
for(i in 1:(n/2 + inc)) {
  teorico[i] <- (2 * varh[i])
}
h <- c(1:(n/2 + inc))
paresaux <- (n - h)
options(warn = -1)
return(smgenton, smvmed)
options(warn = -1)
##-----Semivariograma Classico e Classicon-----#
cat(" ***** Variograma Classico1 ***** ", "\n")
cat(" ***** Variograma Classico2 ***** ", "\n")
auyclassico <- rep(0, n)
auxclassico <- c(1:n)
amostral <- data.frame(amostra, auyclassico, auxclassico)
semivariograma <- menuVariogram(data = amostral, z = "z", na.omit.p = T, x = "auxclassico", y =
  "auyclassico", geo.aniso.p = F, azimuth = 0, tol.azimuth = 90, type = "variogram", plot.p =
F,
  nlag = 62, maxdist = 62, minpairs = 10, method = "classical", save.p = F)
semiv1 <- semivariograma$gamma * 2
semivn1 <- (semivariograma$gamma * 2 * (semivariograma$np))/(semivariograma$np + 1)
semiv <- numeric(0)
for(i in 1:(n/2 + inc)) {
  semiv[i] <- semiv1[i]
}
semivn <- numeric(0)
for(i in 1:(n/2 + inc)) {
  semivn[i] <- semivn1[i]
}
##-----Calculo do Variograma Robusto-----#
options(warn = -1)
cat(" ***** Variograma Robusto ***** ", "\n")
semivrobusto <- menuVariogram(data = amostral, z = "z", na.omit.p = T, x = "auxclassico", y =
  "auyclassico", geo.aniso.p = F, azimuth = 0, tol.azimuth = 90, type = "variogram", plot.p =
F,
  nlag = 62, maxdist = 62, minpairs = 10, method = "robust", save.p = F)
semirob1 <- semivrobusto$gamma * 2
options(warn = -1)
semirob <- numeric(0)
for(i in 1:(n/2 + inc)) {
  semirob[i] <- semirob1[i]
}
##-----Calculo Variograma das Diferenças -----#
cat(" ***** Variograma das Diferenças ***** ", "\n")
auxil <- numeric(0)
auxdif <- numeric(0)
smvdif <- numeric(0)
k <- 1
haux <- numeric(0)
q <- 1
for(h in 1:(n - 1)) {
  for(i in 1:(n - h)) {
    auxdif[k] <- (z[i + h] - z[i])
    haux[k] <- h
    k <- k + 1
  }
}
k <- 1
h <- 1
ordenado <- data.frame(auxdif, haux)
dimensao <- dim(ordenado)[1]
for(i in 1:(dimensao)) {
  if((ordenado[i, 2] == h) & (ordenado[i, 2] <= (n/2 + inc))) {
    auxil[q] <- ordenado[i, 1]
    q <- q + 1
  }
  if((ordenado[i, 2] > h) & (ordenado[i, 2] <= (n/2 + inc + 1))) {

```

```

        smvdif[k] <- (stdev(auxil))^2
        k <- k + 1
        q <- 1
        auxil <- numeric(0)
        auxil[q] <- ordenado[i, 1]
        q <- q + 1
        h <- h + nh
    }
}
options(warn = -1)

##-----Variograma Classico-----###
salvar1 <- data.frame(h, paresaux, semiv, semivn, semirob, smgenton, smvmed, smvdif, teorico)
salvar2 <- data.frame(z, fil, fi2, tetal, beta2, corrt, media, vara, cte, outlier)
write.table(salvar1, file = "C:/2simulacao/esferico/smvariog.txt", sep = ",", append = F,
            quote.strings = F, dimnames.write = T, na = NA, end.of.row = "\n")
write.table(salvar2, file = "C:/2simulacao/Esferico/amostra.txt", sep = ",", append = F,
            quote.strings = F, dimnames.write = T, na = NA, end.of.row = "\n")
cat(" *Calculando os Parâmetros para o Modelo*", "\n")
s <- salvar1
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$semiv, np = s$paresaux)
azimuth <- rep(0, dim(s)[1])
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
clas <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$semivn, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
clasn <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$semirob, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
rob <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$smgenton, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
gento <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$smvmed, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
med <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$smvdif, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
dif <- prm(variol, fun = exp.vgram)
vario <- data.frame(distance = s$h, gamma = s$teorico, np = s$paresaux)
variol <- data.frame(vario, azimuth)
class(variol) <- "variogram"
teor <- prm(variol, fun = exp.vgram)
parm <- data.frame(clas, clasn, rob, gento, med, dif, teor)
write.table(parm, file = "C:/prm.txt", sep = ",", append = F, quote.strings = F,
            dimnames.write = T, na = NA, end.of.row = "\n")
return(parm, teorico)
}

```

4.2.2 Programa auxiliar para e cálculo dos parâmetros do Semivariogramas.

Este programa é uma função interna do S+ Statistical Spatial, adaptada, para calcular os parâmetros dos Variogramas. É uma função auxiliar do programa em 4.2.1

```
function(vobj, fun = spher.vgram, param, lower = rep(0, n.param), upper = Inf)
{
  if(!inherits(vobj, "variogram"))
    stop("vobj must be a variogram object")
  len.fun <- length(fun)
  fun.parm.list <- as.list(fun)[2:(len.fun - 1)]
  n.param <- length(fun.parm.list)
  if(missing(param) || length(param) == 0) {
    param <- rep(1, n.param)
    names(param) <- names(fun.parm.list)
    ifun <- match(deparse(substitute(fun)), c("spher.vgram", "exp.vgram",
"gauss.vgram",
    "power.vgram", "linear.vgram"), nomatch = 0)
    if(ifun > 0) {
      if(match("nugget", names(param), nomatch = 0))
        param["nugget"] <- 0.05 * max(vobj$gamma)
      if(ifun < 4) {
        if(match("sill", names(param), nomatch = 0))
          param["sill"] <- 0.9 * max(vobj$gamma)
        if(match("range", names(param), nomatch = 0))
          param["range"] <- max(vobj$dist)/2
      }
      else {
        if(match("range", names(param), nomatch = 0))
          param["range"] <- 1
        if(match("slope", names(param), nomatch = 0))
          param["slope"] <- coef(lm.fit(cbind(1, vobj$dist),
vobj$gamma))[2]
      }
    }
    else {
      #
      # param vector supplied
      if(length(fun.parm.list) != length(param)) {
        stop("length of param vector and number of parameters in\nfun not
equal")
      }
      if(length(names(param)) > 0) {
        #
        # named param vector was supplied
        iparam <- match(names(fun.parm.list), names(param))
        if(any(is.na(iparam)))
          stop(paste("Argument(s):",
paste(names(fun.parm.list)[is.na(iparam)], collapse
= ", "), "to fun is/are not present in param"))
        iparam <- match(names(param), names(fun.parm.list))
        if(any(is.na(iparam)))
          stop(paste("Parameter(s):", paste(names(param)[is.na(iparam)],
collapse = ", "
), "is/are not argument(s) to fun"))
        param <- param[iparam]
      }
      else {
        names(param) <- names(fun.parm.list)
      }
    }
  }
  objective <- function(param, fun, vout)
  {
    fun.parm.list <- as.list(param)
    names(fun.parm.list) <- names(param)
    f.call <- c(as.name("fun"), c(list(vout$distance), fun.parm.list))
    mode(f.call) <- "call"
    yf <- eval(f.call)
    sum(vout$np * (vout$gamma/yf - 1)^2)
  }
  nlout <- nlminb(param, objective, lower = lower, upper = upper, vout = vobj, fun = fun)
  parameters <- c(nlout$parameters)
  names(parameters) <- names(nlout$parameters)
}
```

```
      out <- list(parameters = parameters, objective = nlout$objective, funName =
deparse(substitute(fun)),
                distRange = range(vobj$dis))
      resultados <- list(parameters = parameters)
    }
  }
```

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUÇÃO, OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO. -----	I
1. INTRODUÇÃO.-----	1
2. OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO. -----	3
CAPÍTULO 2: A METODOLOGIA DE GEOESTATÍSTICA.-----	6
2.1 VARIÁVEL REGIONALIZADA E VARIOGRAMAS.-----	6
2.2 EXEMPLOS DE SEMIVARIOGRAMAS ISOTRÓPICOS.-----	8
2.2.1 O SEMIVARIOGRAMA ESFÉRICO. -----	8
2.2.2 O SEMIVARIOGRAMA EXPONENCIAL. -----	9
2.2.3 O SEMIVARIOGRAMA SENOIDAL. -----	10
CAPÍTULO 3. ESTIMAÇÃO DO VARIOGRAMA DO PROCESSO E PREDIÇÃO ESPACIAL (KRIGAGEM). -----	13
3.1 INTRODUÇÃO.-----	13
3.2 VARIOGRAMAS EXPERIMENTAIS. -----	13
3.2.1 O VARIOGRAMA CLÁSSICO DE MATHERON -----	13
3.2.2 O VARIOGRAMA EXPERIMENTAL ROBUSTO.-----	14
3.2.3 O VARIOGRAMA EXPERIMENTAL DAS MEDIANAS. -----	15
3.2.4 O VARIOGRAMA EXPERIMENTAL ALTAMENTE ROBUSTO. -----	15
3.2.5 O VARIOGRAMA EXPERIMENTAL DAS DIFERENÇAS.-----	16
3.3 ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS DO VARIOGRAMA OU SEMIVARIOGRAMA TEÓRICO DO PROCESSO: MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS. -----	16
3.4 PREDIÇÃO ESPACIAL: KRIGAGEM.-----	21
3.4.1 KRIGAGEM SIMPLES. -----	22
3.4.2 KRIGAGEM ORDINÁRIA. -----	24
CAPÍTULO 4. UM EXEMPLO DA APLICAÇÃO A METODOLOGIA DE GEOESTATÍSTICA E MÉTODO PARA DETECÇÃO DE "OUTLIERS" EM DADOS ESPACIALMENTE DISTRIBUÍDOS. -----	26
4.1 APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE GEOESTATÍSTICA -----	26
4.2 METODOLOGIA PARA DETECÇÃO DE "OUTLIERS"-----	31
CAPÍTULO 5: SIMULAÇÕES DE MONTE CARLO. -----	35
5.1 MECANISMO DE SIMULAÇÃO DE VARIOGRAMAS. -----	35
5.1.1 PROCESSOS AUTOREGRESSIVOS – AR(p). -----	35
5.1.2 PROCESSOS MÉDIAS MÓVEIS – MA(q) -----	36
5.1.3 PROCESSO AUTOREGRESSIVO MÉDIA MÓVEL – ARMA(p,q).-----	37
5.1.4 VARIOGRAMAS E MODELOS ARMA. -----	38
5.2 MODELOS DE VARIOGRAMAS SIMULADOS E PROCESSO DE GERAÇÃO DE AMOSTRAS.-----	40
5.3 MEDIDAS DE AJUSTE USADAS NA AVALIAÇÃO DOS ESTIMADORES DE VARIOGRAMA. -----	46

CAPÍTULO 6: DISCUSSÃO DOS RESULTADOS OBTIDOS NA SIMULAÇÃO. -----	49
6.1 ANÁLISE DOS RESULTADOS: ESTIMADORES DE VARIOGRAMAS (VARIOGRAMAS EXPERIMENTAIS). --	49
6.2 ANÁLISE DOS RESULTADOS: MÉTODO DE MÍNIMOS QUADRADOS PONDERADOS. -----	63
CAPÍTULO 7: CONSIDERAÇÕES FINAIS. -----	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS. -----	75
ANEXO 1: TABELAS USADAS PARA AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS APRESENTADOS NO	
CAPÍTULO 6. -----	77
ANEXO 2: ALGUMAS DEMONSTRAÇÕES DAS PROPRIEDADES DAS FUNÇÕES DE	
VARIOGRAMA COVARIÂNCIA ESPACIAL. -----	103
ANEXO 3: EXEMPLO NUMÉRICO DE CÁLCULOS DE VARIOGRAMAS -----	108
ANEXO 4: PROGRAMAS COMPUTACIONAIS EM S-PLUS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DE	
AMOSTRAS DE MODELOS DE VARIOGRAMAS E AJUSTE DE PARÂMETROS. --	115