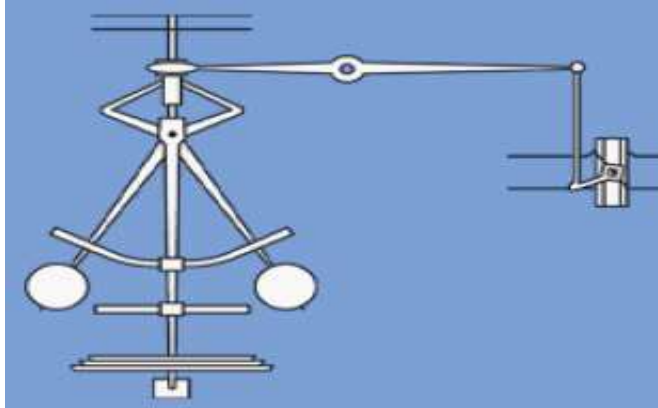
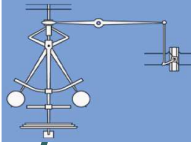


# *Controle Digital*



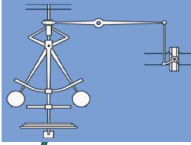
Simulação Analógica de Sistemas Dinâmicos



# Apresentação

---

- Definir simulação analógica
- Indicar os elementos básicos para a simulação analógica
- Apresentar um simulador analógico via ambiente SIMULINK
- Discutir um método para a simulação analógica



# Definição de Simulação Analógica

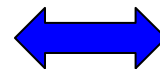
→ Ferramenta utilizada para **representação**, **estudo** e **análise** do **comportamento temporal** de sistemas dinâmicos.

## Observações importantes:

- Possibilidade de observação do comportamento temporal de um sistema dinâmico **através** de outro sistema cujo comportamento é **semelhante** ao primeiro

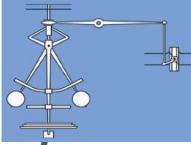
$$m_1\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k_2(x_1 - x_2) = F(t)$$

$$m_2\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k_3x_2 + k_2(x_2 - x_1) = 0$$



$$J_1\ddot{\theta}_1 + b_1\dot{\theta}_1 + K_1(\theta_1 - \theta_2) = T(t)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 + K_2\theta_2 + K_1(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

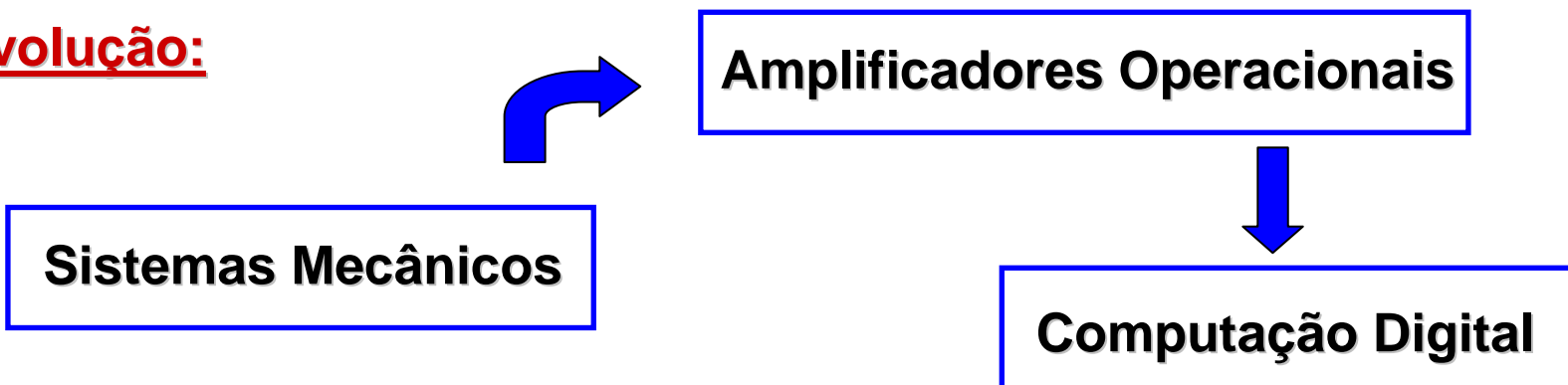


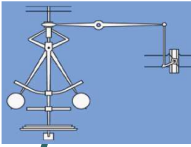
# Definição de Simulação Analógica

→ Ferramenta utilizada para **representação**, **estudo** e **análise** do **comportamento temporal** de sistemas dinâmicos.

## Observações importantes:

Evolução:



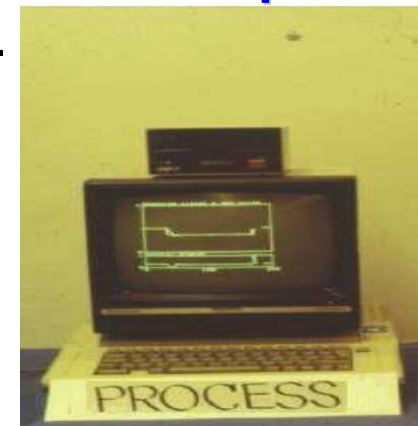
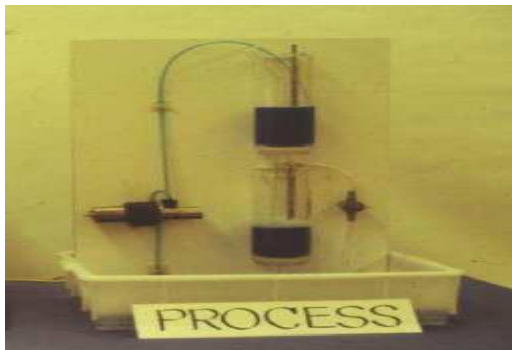


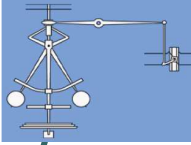
# Definição de Simulação Analógica

→ Ferramenta utilizada para **representação**, **estudo** e **análise** do **comportamento temporal** de sistemas dinâmicos.

## Observações importantes:

- **Simulação** de um sistema é a **representação mais fiel possível** de seu **comportamento** através de outro sistema.





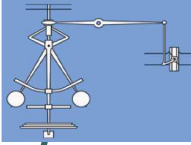
# Definição de Simulação Analógica

→ Ferramenta utilizada para **representação**, **estudo** e **análise** do **comportamento temporal** de sistemas dinâmicos.

## Observações importantes:

- A palavra **sistema** está relacionada à **classe dos sistemas dinâmicos**.

**Sistema Dinâmico:** Um sistema cujo comportamento temporal pode ser representado por **equações diferenciais** (**tempo contínuo**) ou **equações à diferenças** (**tempo discreto**), em função do tempo.



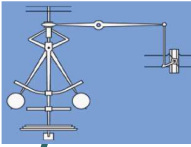
# Definição de Simulação Analógica

---

→ Ferramenta utilizada para **representação**, **estudo** e **análise** do **comportamento temporal** de sistemas dinâmicos.

## Observações importantes:

- Existem muitas ferramentas de simulação, sendo o **SIMULINK** um dos mais usados atualmente. É um apêndice do **MATLAB**, um **ambiente computacional** especialmente concebido para a **computação numérica** em **engenharia e ciências**.

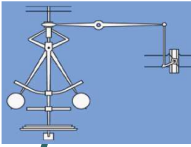


# Elementos Básicos do SIMULINK

## Janela principal:

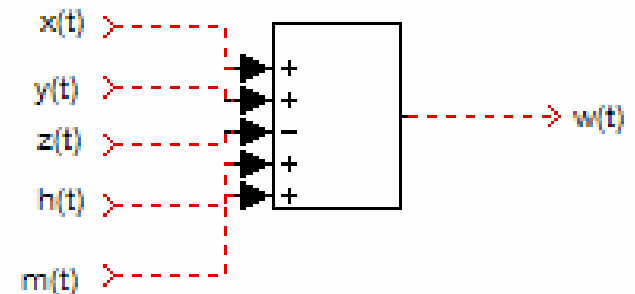
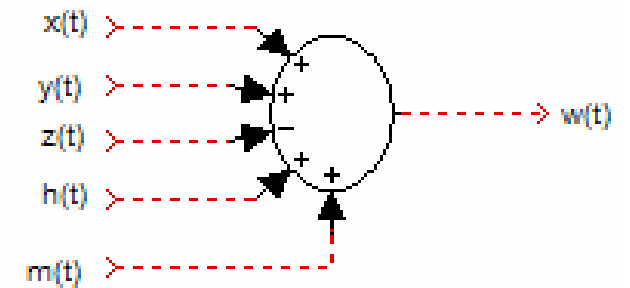
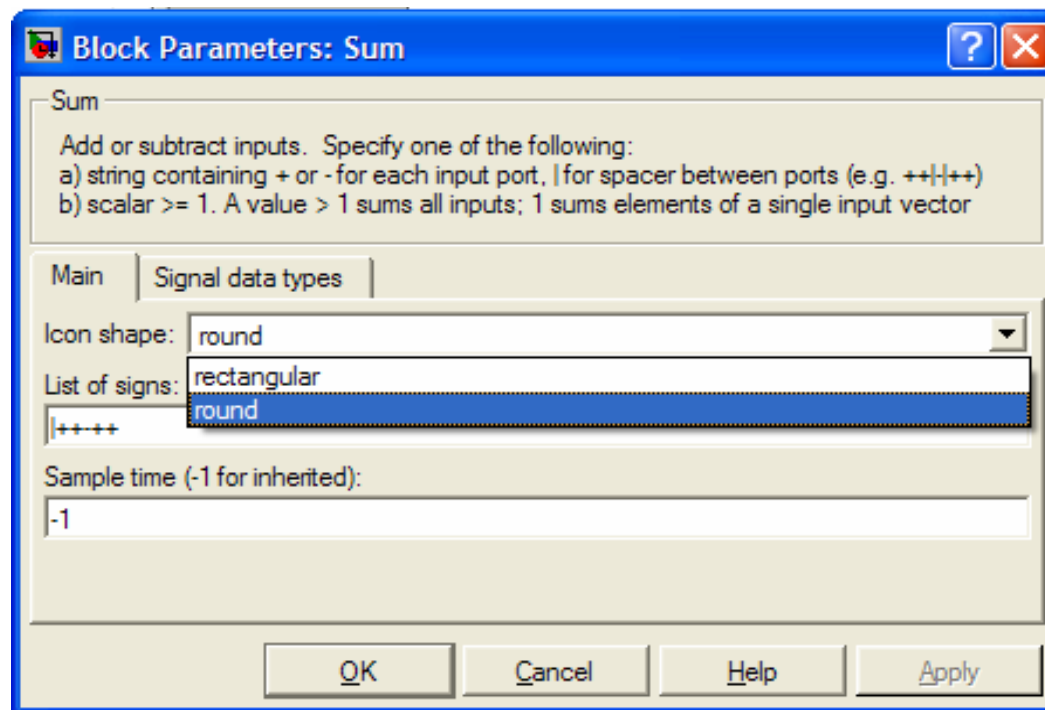
The image displays the MATLAB/Simulink environment. The main MATLAB window is on the left, and the Simulink Library Browser is on the right. A blue box labeled "SIMULINK" is positioned over the Simulink icon in the MATLAB window's toolbar, with an arrow pointing to it. The Simulink Library Browser window shows a tree view of Simulink blocks, with "Continuous" selected. The right pane of the browser displays a list of blocks with their mathematical representations:

- $\frac{du}{dt}$  Derivative
- $\frac{1}{s}$  Integrator
- $\begin{matrix} x' = Ax+Bu \\ y = Cx+Du \end{matrix}$  State-Space
- $\frac{1}{s+1}$  Transfer Fcn
- Transport Delay
- Variable Transport Delay
- $\frac{(s-1)}{s(s+1)}$  Zero-Pole

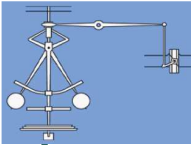


# Elementos Básicos para Simulação

## Somador:

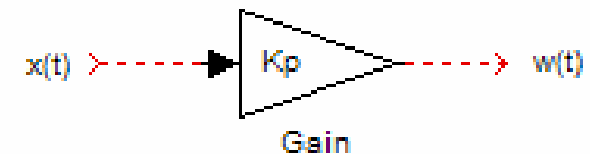
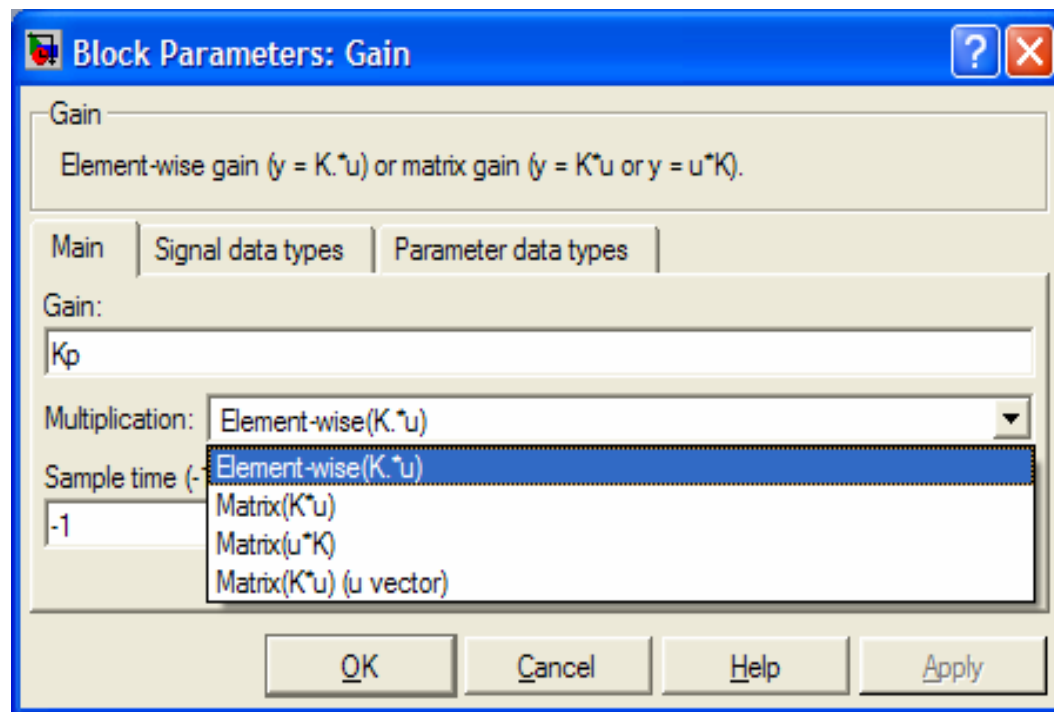


$$w(t) = x(t) + y(t) - z(t) + h(t) + m(t)$$

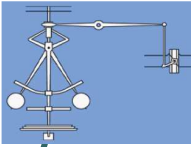


# Elementos Básicos para Simulação

## Ganho:

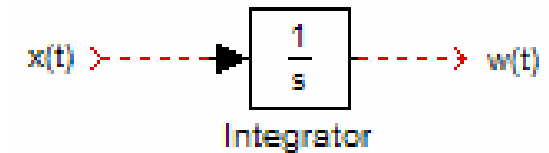
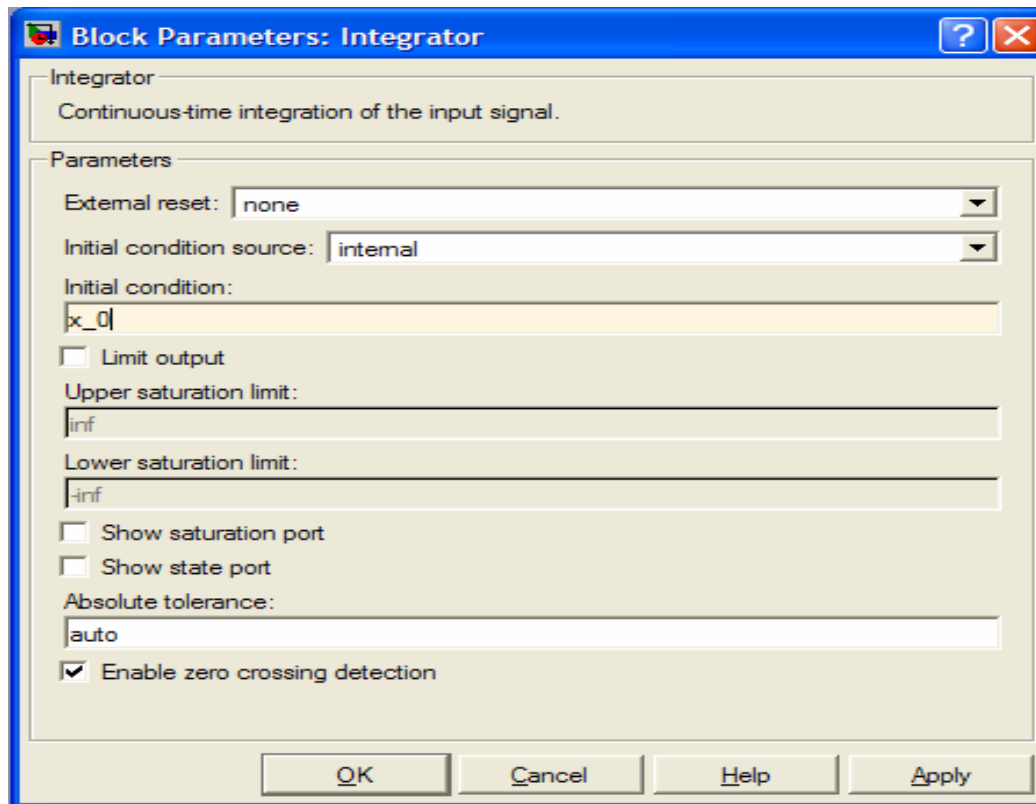


$$w(t) = K_p \times x(t)$$

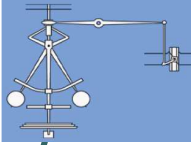


# Elementos Básicos para Simulação

## Integrador: Tempo Contínuo

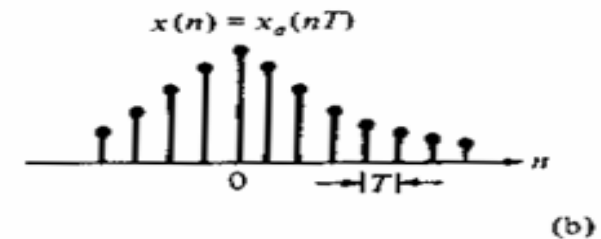
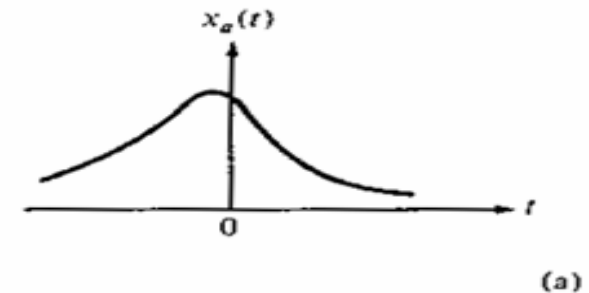
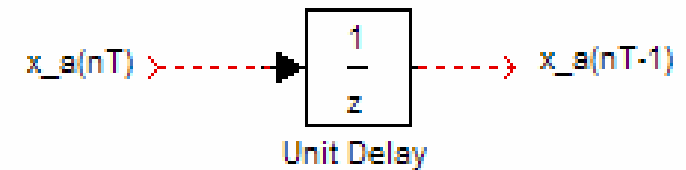
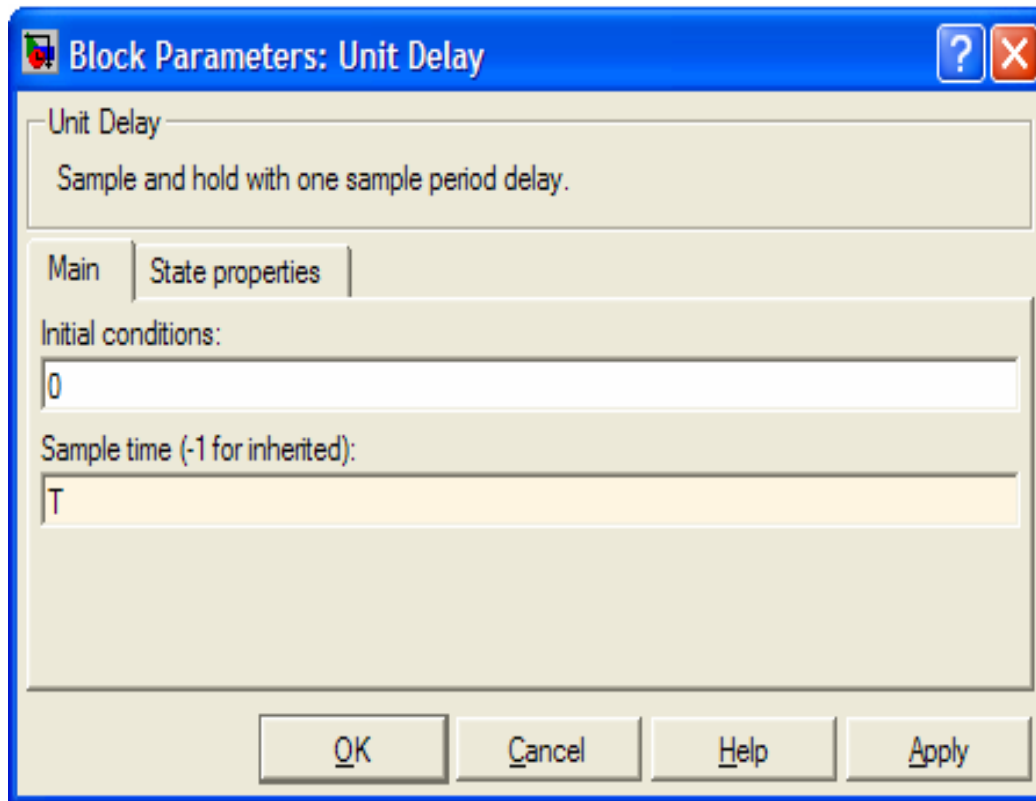


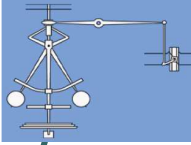
$$w(t) = x_0 + \int_0^t x(\tau) d\tau$$



# Elementos Básicos para Simulação

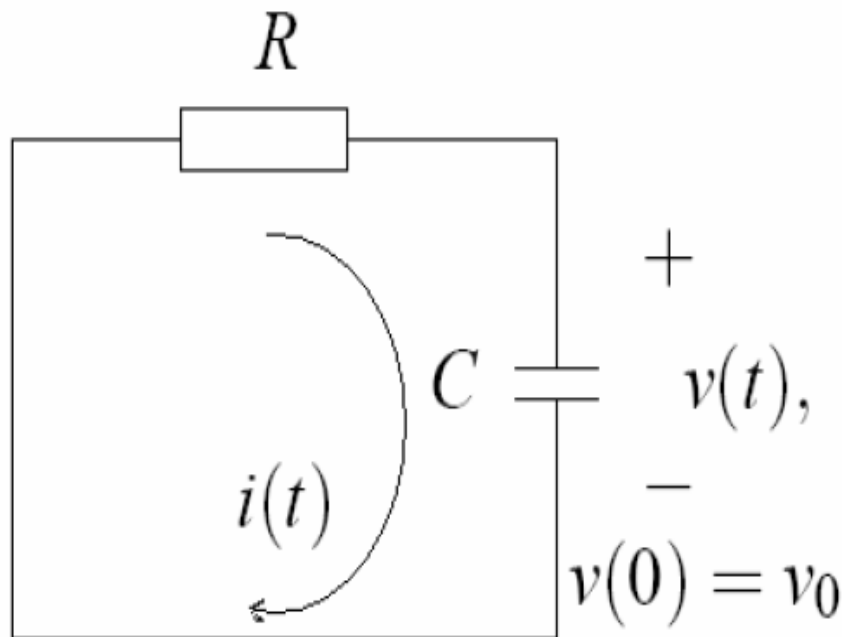
## Elemento de Atraso: Tempo Discreto





# Simulador Analógico

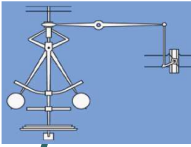
Exemplo de um circuito **RC autônomo**, onde a variável de interesse é a **voltagem sobre o capacitor**.



## Leis de Kirchoff:

$$v_R(t) + v_C(t) = 0, \begin{cases} v_R(t) = R \times i(t) \\ v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau \end{cases}$$

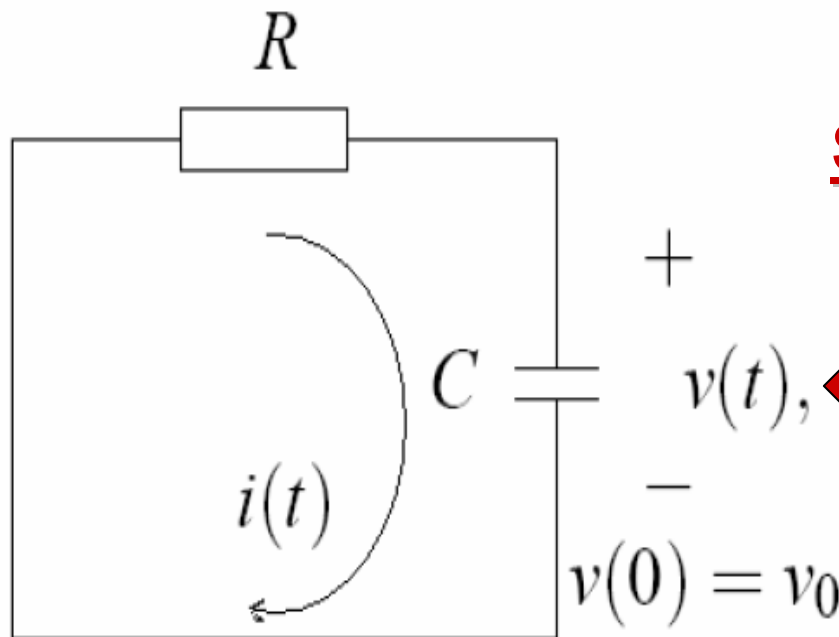
$$v(t) = v_C(t) = v_0 - \frac{1}{RC} \int_0^t v_C(\tau) d\tau$$



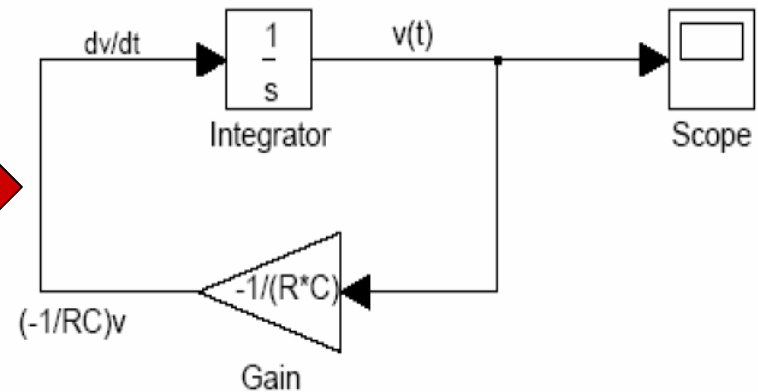
# Simulador Analógico

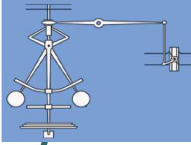
Exemplo de um circuito **RC autônomo**, onde a variável de interesse é a **voltagem sobre o capacitor**.

$$v(t) = v_C(t) = v_0 - \frac{1}{RC} \int_0^t v_C(\tau) d\tau$$



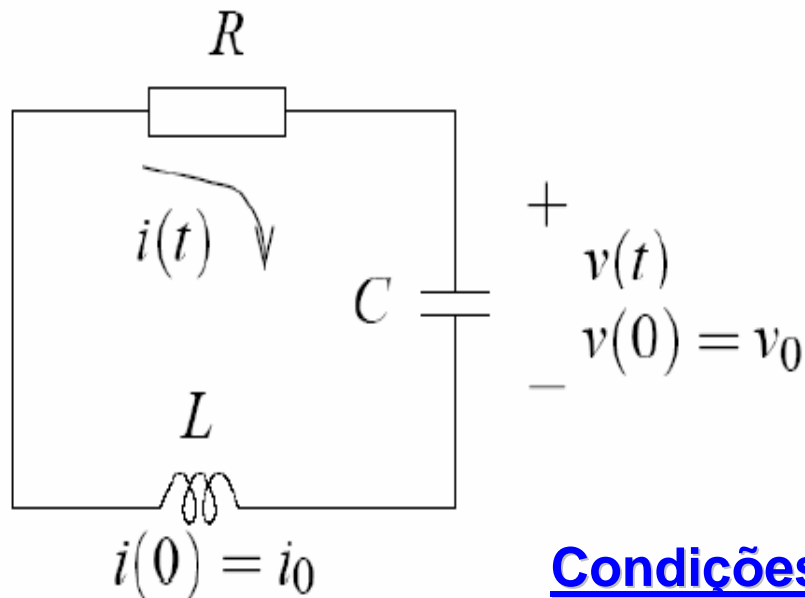
**Simulador:**





# Método para Simulação Analógica

## Circuito RLC autônomo:

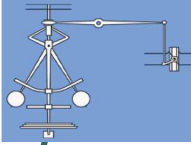


**Passo 1:** Definir a equação diferencial do sistema

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \left[ \frac{R}{L} \right] \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{LC} i(t) = 0$$

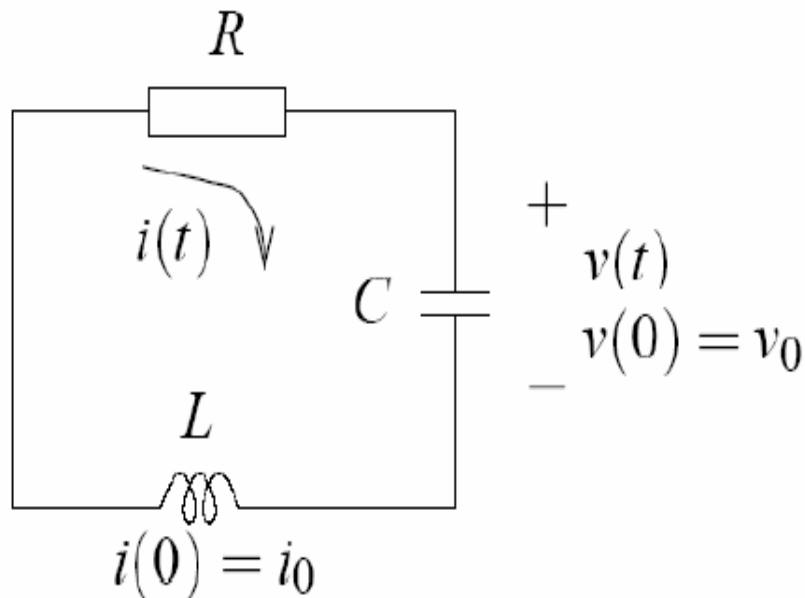
**Condições iniciais:**

$$\begin{cases} i(0) = i_0 \\ \left. \frac{di(t)}{dt} \right|_{t=0} = -\frac{R}{L} i_0 - \frac{1}{L} v_0 \end{cases}$$



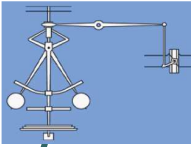
# Método para Simulação Analógica

## Circuito RLC autônomo:



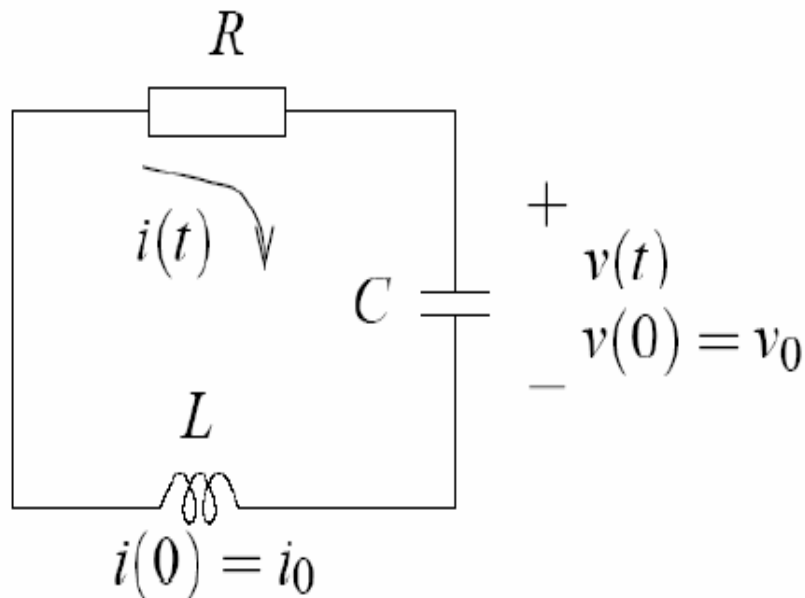
**Passo 2:** Isolar a derivada de maior ordem

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} = - \left[ \frac{R}{L} \right] \frac{di(t)}{dt} - \frac{1}{LC} i(t)$$



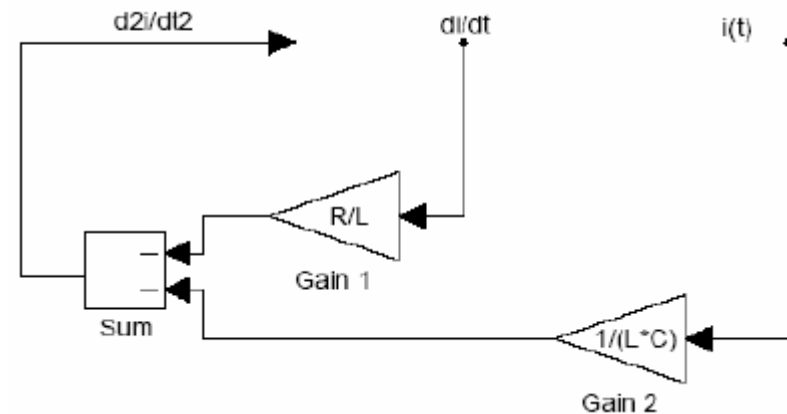
# Método para Simulação Analógica

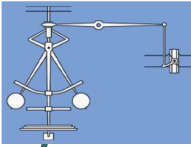
## Circuito RLC autônomo:



**Passo 3:** Produzir a soma do lado direito da igualdade

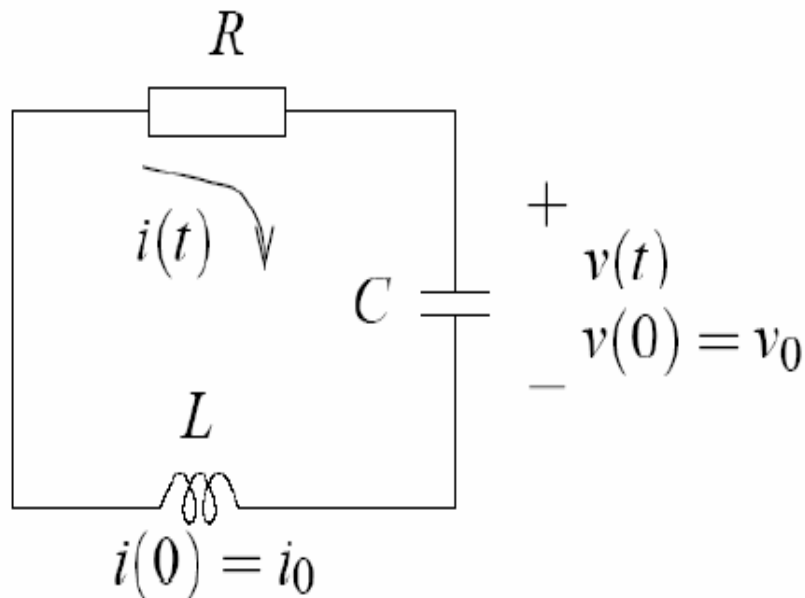
$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} = - \left[ \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} - \frac{1}{LC} i(t) \right]$$





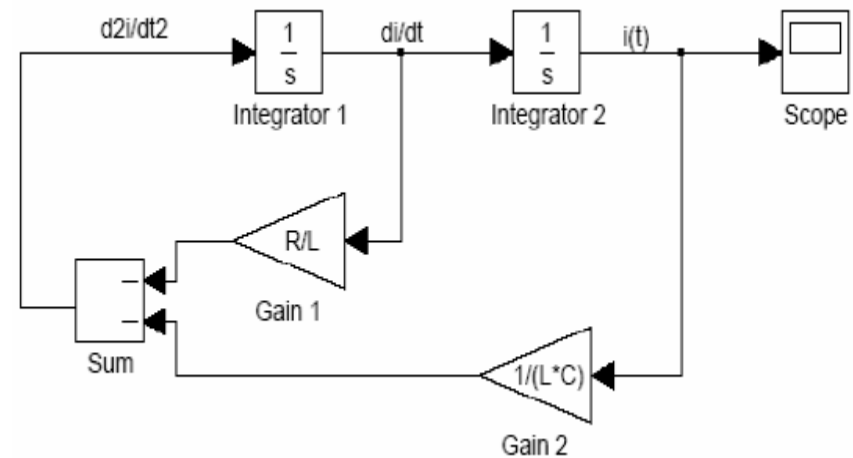
# Método para Simulação Analógica

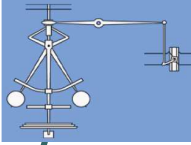
## Circuito RLC autônomo:



**Passo 4:** Atribuir os integradores e suas condições iniciais

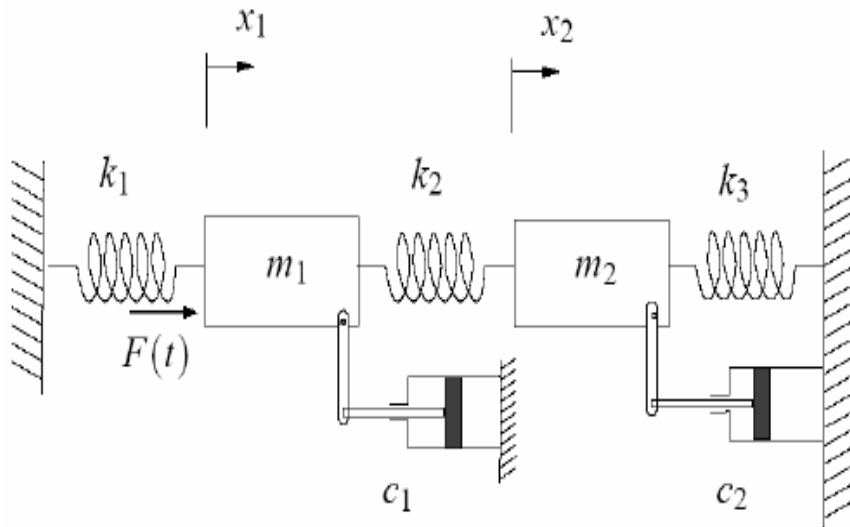
$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} = - \left[ \frac{R}{L} \right] \frac{di(t)}{dt} - \frac{1}{LC} i(t)$$





# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 1: Sistema massa-mola-amortecedor



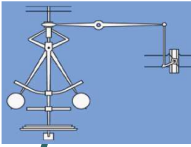
$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + k_2 (x_1 - x_2) = F(t)$$

$$m_2 \ddot{x}_2 + c_2 \dot{x}_2 + k_3 x_2 + k_2 (x_2 - x_1) = 0$$

**Passo 2:** Isolar a derivada de maior ordem

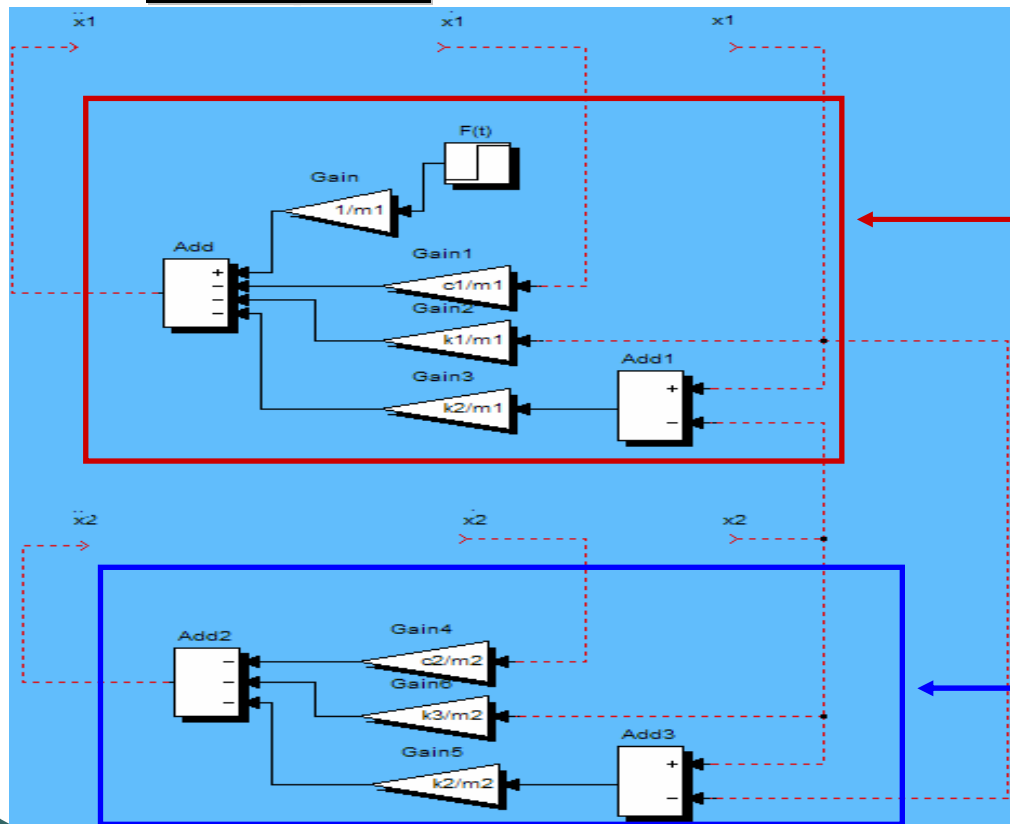
$$\ddot{x}_1 = \frac{F(t)}{m_1} - \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_1 - \frac{k_1}{m_1} x_1 - \frac{k_2}{m_1} (x_1 - x_2)$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{c_2}{m_2} \dot{x}_2 - \frac{k_3}{m_2} x_2 - \frac{k_2}{m_2} (x_2 - x_1)$$



# Método para Simulação Analógica

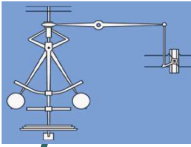
## Exemplo 1: Sistema massa-mola-amortecedor



**Passo 3:** Produzir a soma do lado direito da igualdade

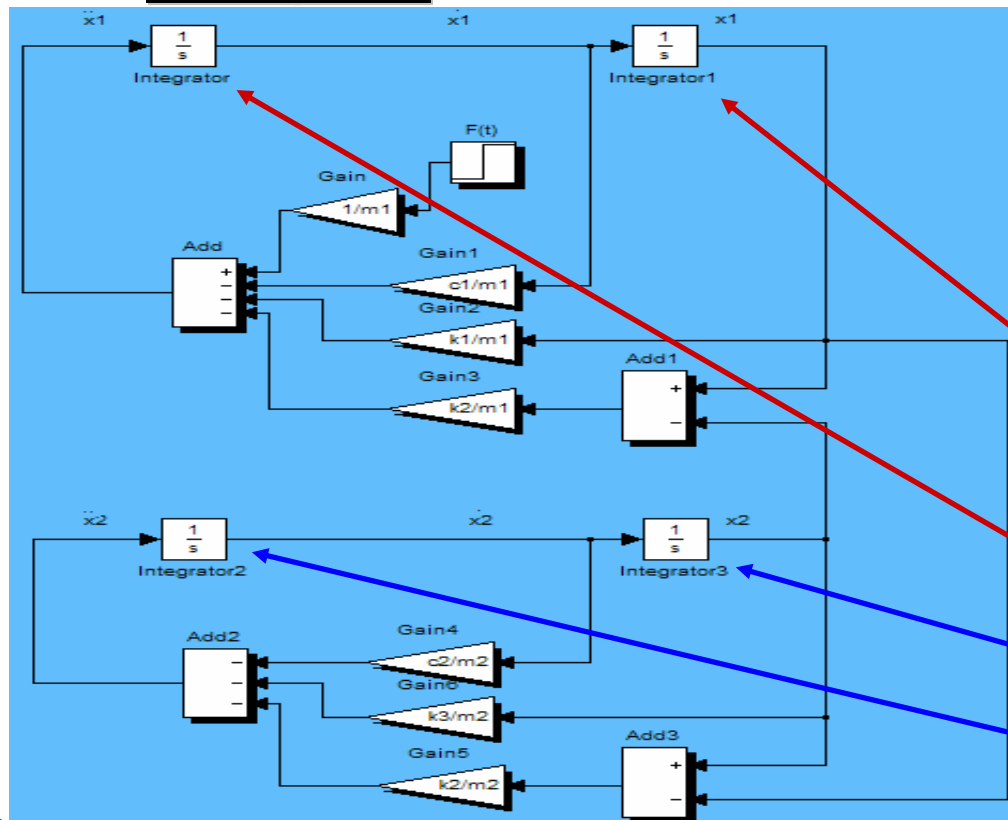
$$\ddot{x}_1 = \frac{F(t)}{m_1} - \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_1 - \frac{k_1}{m_1} x_1 - \frac{k_2}{m_1} (x_1 - x_2)$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{c_2}{m_2} \dot{x}_2 - \frac{k_3}{m_2} x_2 - \frac{k_2}{m_2} (x_2 - x_1)$$



# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 1: Sistema massa-mola-amortecedor



**Passo 4:** Atribuir os integradores e condições iniciais

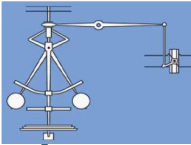
$$\ddot{x}_1 = \frac{F(t)}{m_1} - \frac{c_1}{m_1} \dot{x}_1 - \frac{k_1}{m_1} x_1 - \frac{k_2}{m_1} (x_1 - x_2)$$

$$\ddot{x}_2 = -\frac{c_2}{m_2} \dot{x}_2 - \frac{k_3}{m_2} x_2 - \frac{k_2}{m_2} (x_2 - x_1)$$

**Condições iniciais:**

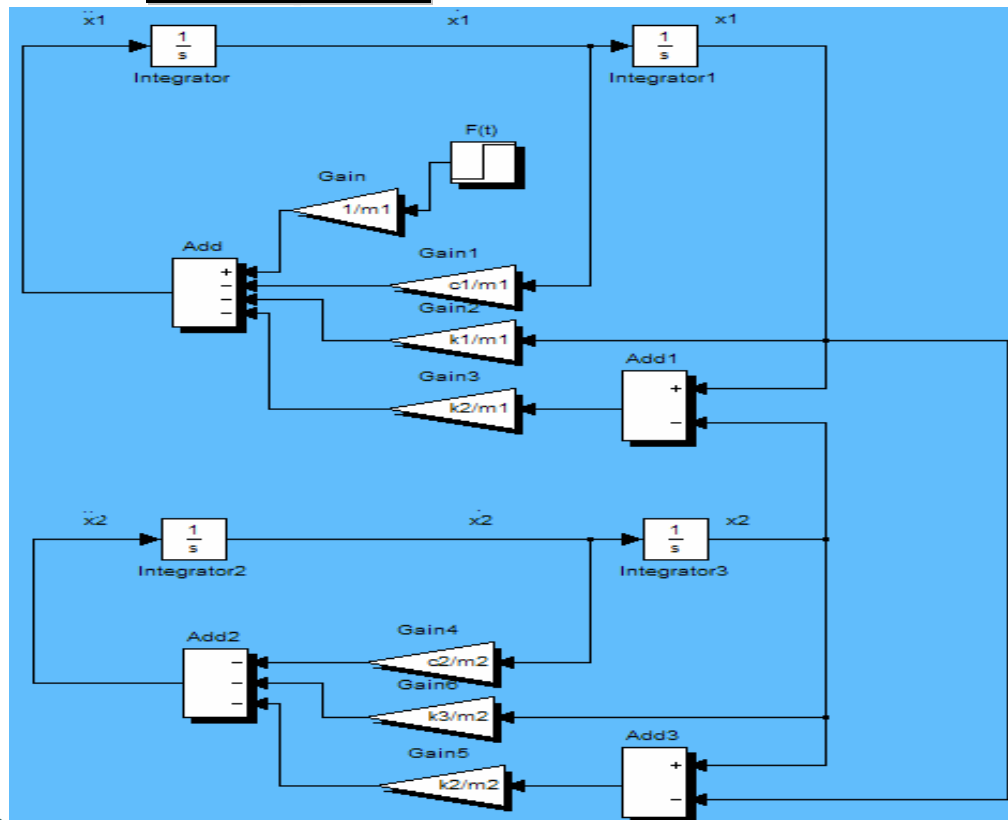
$$\dot{x}_1(0) ; x_1(0)$$

$$\dot{x}_2(0) ; x_2(0)$$



# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 1: Sistema massa-mola-amortecedor



### Simulação:

**Entrada:** Pulso unitário (0.5 seg.)

**Tempo:** 5 seg.

$m_1 = 0,7 \text{ kg}; m_2 = 0,5 \text{ kg};$

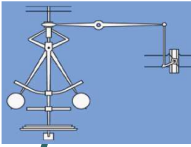
$k_1 = k_3 = 380 \text{ N/m}; k_2 = 200 \text{ N/m}$

$c_1 = c_2 = 1,5 \text{ N-s/m}$

### Condições iniciais:

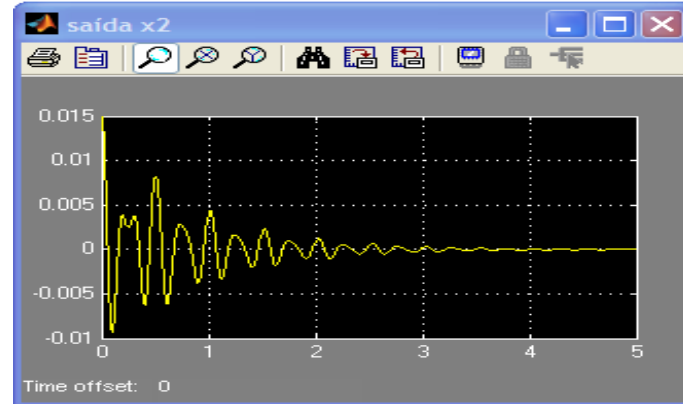
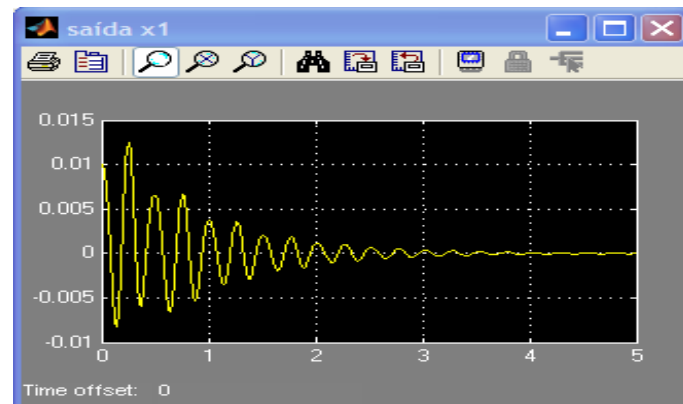
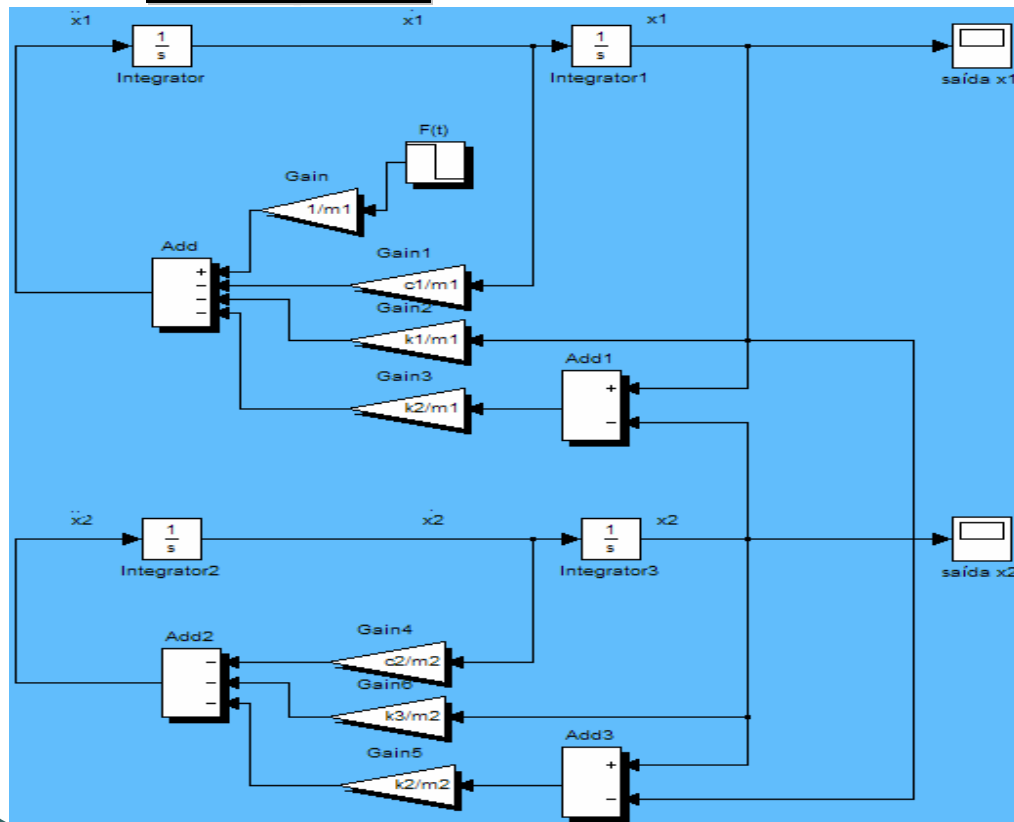
$$\dot{x}_1(0) = 0 \frac{m}{s} ; x_1(0) = 0.01m$$

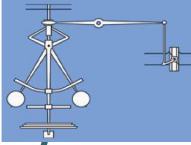
$$\dot{x}_2(0) = 0 \frac{m}{s} ; x_2(0) = 0.015m$$



# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 1: Sistema massa-mola-amortecedor





# Método para Simulação Analógica

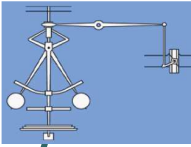
## Exemplo 2: Sistema discreto (Série de Fibonacci)

Equação à diferenças

$$u_{nT} - k_1 u_{nT-1} - k_2 u_{nT-2} = 0$$

Passo 2: Isolar o termo com menor índice de atraso

$$u_{nT} = k_1 u_{nT-1} + k_2 u_{nT-2}$$

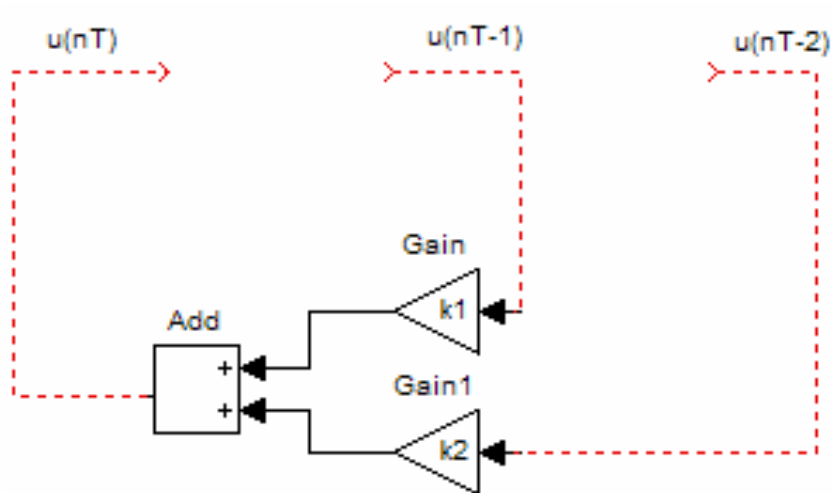


# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 2: Sistema discreto (Série de Fibonacci)

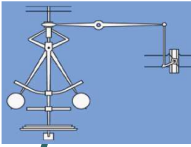
Equação à diferenças

$$u_{nT} - k_1 u_{nT-1} - k_2 u_{nT-2} = 0$$



**Passo 3:** Produzir a soma do lado direito da igualdade

$$u_{nT} = k_1 u_{nT-1} + k_2 u_{nT-2}$$

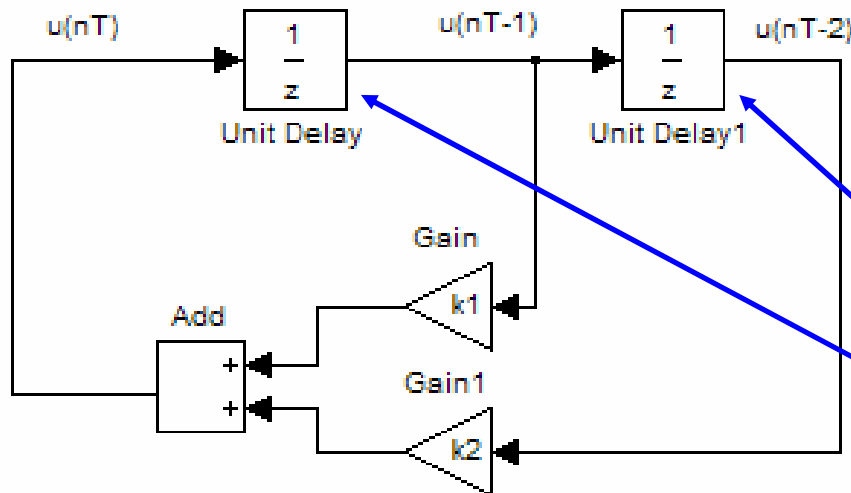


# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 2: Sistema discreto (Série de Fibonacci)

Equação à diferenças

$$u_{nT} - k_1 u_{nT-1} - k_2 u_{nT-2} = 0$$



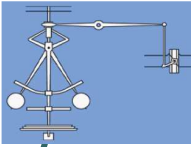
**Passo 4:** Atribuir os fatores de atraso e as condições iniciais

$$u_{nT} = k_1 u_{nT-1} + k_2 u_{nT-2}$$

**Condições iniciais:**

$u_{nT-2}$

$u_{nT-1}$

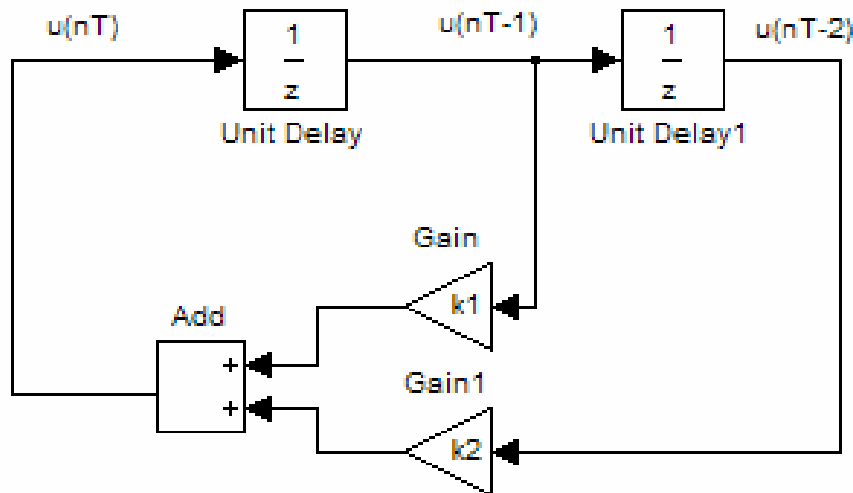


# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 2: Sistema discreto (Série de Fibonacci)

Equação à diferenças

$$u_{nT} - k_1 u_{nT-1} - k_2 u_{nT-2} = 0$$



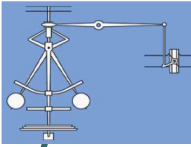
### Simulação:

Tempo:  $n=0 \rightarrow 6$

Período de Amostragem:  $T=1 \text{ seg.}$

Parâmetros:  $k_1 = k_2 = 1$

Condições Iniciais:  $\begin{cases} u_{-2} = 1 \\ u_{-1} = 1 \end{cases}$



# Método para Simulação Analógica

## Exemplo 2: Sistema discreto (Série de Fibonacci)

