

آزمون پایان ترم جبر ۱ رشته ریاضی دانشگاه آزاد اسلامی
نیمسال اول ۸۴-۱۳۸۳

(۱) قضیه دوم یکرختی در گروهها را بیان و اثبات کنید. (۲ نمره)

(۲) ضابطه یکرختی $\frac{G/N}{K/N} \rightarrow \frac{G}{K}$ را حدس بزنید. (بدون اثبات) (۱ نمره)

(۳) اگر H تنها زیرگروه از مرتبه n در G باشد آنگاه ثابت کنید که H نرمال است. (۲ نمره)

(۴) فرض کنید که R یک حلقه باشد که برای هر $x \in R$ داشته باشیم $x^2 = x$. ثابت کنید که R جابجایی است. (۲ نمره)

(۵) ثابت کنید که هر حوزه صحیح متناهی یک میدان است. (۱/۵ نمره)

(۶) ایده آل اول و ماکسیمال را تعریف کنید. (۱/۵ نمره)
فرض کنید که R یک حلقه جابجایی و یکدار باشد و P یک ایده آل اول و M یک ایده آل ماکسیمال باشد.

الف) ثابت کنید $\frac{R}{P}$ یک حوزه صحیح است. (۱ نمره)

ب) ثابت کنید $\frac{R}{M}$ یک میدان است. (۲ نمره)

(۷) ثابت کنید که اگر P یک ایده آل اول باشد که $\frac{R}{P}$ متناهی باشد، آنگاه P ماکسیمال است. (۲ نمره)