

Themenheft Informatik

Einführung in die Informatik

Probleme erkennen - Lösungen formulieren!

Städtische Gesamtschule Duisburg-Hamborn/Neumühl

Juli 1999, Wa

1. EINLEITUNG	1
2. PROBLEME UND PROBLEMLÖSUNGEN	1
2.1. BEISPIEL 1: DAS SOCKENPROBLEM	2
2.1.1. Lösung zum Sockenproblem	2
2.1.2. Eine weiterführende Aufgabe!	3
2.1.3. Bemerkungen zur Lösung eines Problems	3
2.2. BEISPIEL 2: EINE FRAGE DER HÖFLICHKEIT!	3
2.2.1. Lösungen zur Aufgabenstellung „Eine Frage der Höflichkeit“	4
2.3. DER TRICK VON GAUß!	5
2.4. HINWEISE UND AUFGABEN	5

1. Einleitung

In diesem Themenheft wird an zwei einfachen Beispielen gezeigt, wie Probleme behandelt und Problemlösungen formuliert bzw. dargestellt werden können. Die beiden Beispiele haben viele Ähnlichkeiten mit Problemen die im Bereich der Informatik auftreten.

2. Probleme und Problemlösungen

Probleme und Problemlösungen sind ein zentrales Element des Informatikunterrichts in der gymnasialen Oberstufe. Bei der Beschäftigung mit Problemen und bei der Suche nach einer Problemlösung kann man auf verschiedenste Schwierigkeiten treffen. Dabei treten besonders hervor:

1. Probleme richtig erkennen,
2. Probleme lösen,
3. Problemlösungen verständlich formulieren.

An einem kleinen Beispiel sollen diese Schwierigkeiten verdeutlicht werden.

2.1. Beispiel 1: Das Sockenproblem

Aufgabe:

In einer verschlossenen Kiste befinden sich 13 rote Socken und 17 schwarze Socken. Wie oft muss man mindestens/höchstens hineingreifen, um ein gleichfarbiges Paar Socken zu erhalten?

Hinweis: Man nehme an, dass blind in die Kiste hereingegriffen werden muss. Die Farbe einer Socke sieht man erst, wenn sie bereits aus der Kiste herausgenommen wurde.

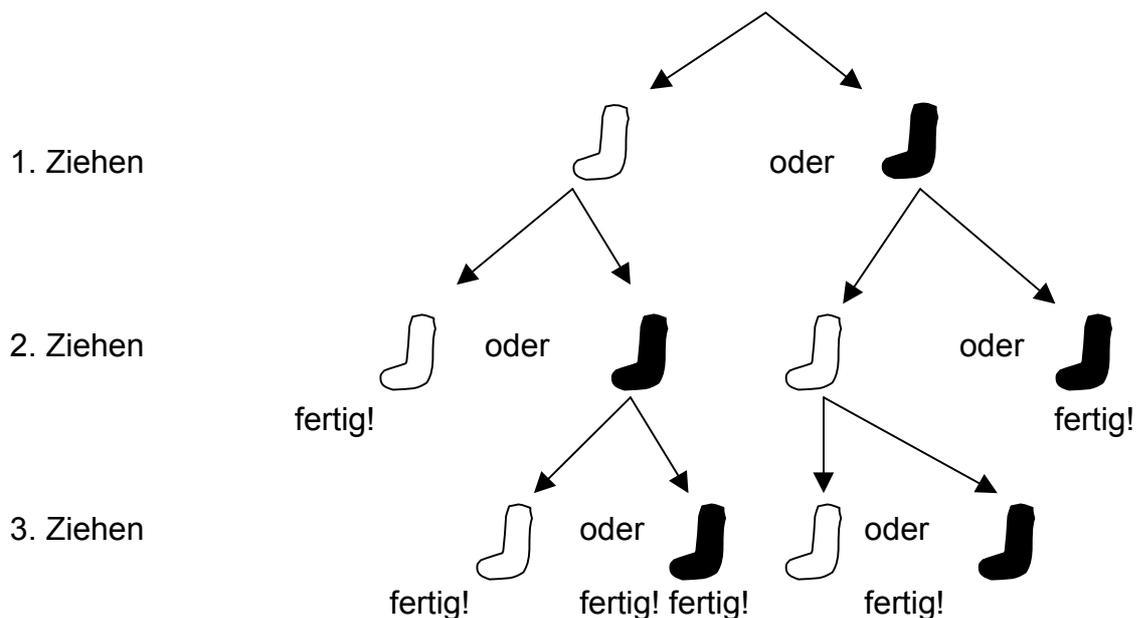
Versuchen Sie die Aufgabe zu lösen, ohne die folgenden Lösungshinweise zu benutzen!

2.1.1. Lösung zum Sockenproblem

Es muß mindestens zweimal, höchstens jedoch dreimal in die Kiste gegriffen werden, bis ein gleiches Paar Socken gezogen wurde.

Wenn man also Glück hatte – also im besten Fall - , dann mußte man nur zweimal ziehen, um ein gleiches paar Socken zu erhalten, wenn man Pech hatte – also im schlechtesten Fall - , dann mußte man jedoch dreimal ziehen.

Der *Lösungsraum* läßt sich zeichnerisch folgendermaßen darstellen:



Die zeichnerische Darstellung der Problemlösung erweist sich in diesem Fall als sehr übersichtlich und leicht verständlich. Dies ist jedoch nicht selbstverständlich!

In der Informatik spricht man statt von einem *Glücksfall* von dem sogenannten *besten Fall* oder *best case*. Der *schlechteste Fall* wird *worst case* genannt. Informatiker interessieren sich bei der Lösung von Problemem sehr häufig für diese beiden Fälle. Der worst case ist besonders wichtig, weil von ihm häufig der Zeitaufwand oder Platzbedarf einer Problemlösung abhängt.

2.1.2. Eine weiterführende Aufgabe!

In einer verschlossenen Kiste befinden sich unendlich¹ viele rote Handschuhe und unendlich viele schwarze Handschuhe. Wie oft muss man mindestens/höchstens hinein greifen, um ein gleichfarbiges Paar Handschuhe zu erhalten?
Hinweis: Man nehme an, dass blind in die Kiste hereingegriffen werden muss, die Farbe eines Handschuhs sieht man erst, wenn er bereits aus der Kiste herausgenommen wurde.

Welche Schwierigkeiten treten bei der Lösung dieses Problems auf?
Formulieren Sie die Lösung schriftlich.

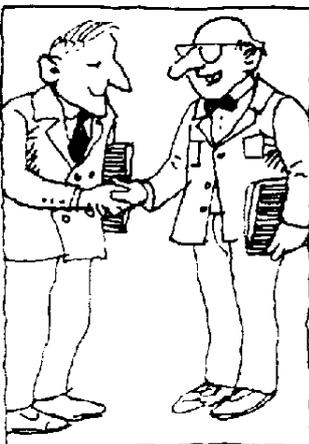
2.1.3. Bemerkungen zur Lösung eines Problems

- ◆ Häufig gibt es mehrere Lösungen eines Problems.
- ◆ Meist gibt es nur eine optimale Lösung.
- ◆ Nur selten gibt es mehrere optimale Lösungen.
- ◆ Häufig ist es schwierig zu erkennen, ob eine Lösung bereits optimal ist oder ob es noch bessere Lösungen gibt.
- ◆ Oft ist es schwierig, eine Lösung eindeutig (widerspruchsfrei) zu formulieren.

Es ergeben sich folgende Forderungen:

- ◆ Die Beschreibung eines Verfahrens zur Lösung eines Problems muß eindeutig und vollständig sein.
- ◆ Es darf kein Spielraum für persönliche Interpretationen sein.
- ◆ Handeln verschiedene, auch unbedarfte Personen nach dieser Beschreibung, so muß dass Ergebnis in jedem Fall dasselbe sein.

2.2. Beispiel 2: Eine Frage der Höflichkeit!



In der Stadtverwaltung der kleinen Ortschaft „Höflich an der Knigge“ arbeiten sehr viele höfliche Verwaltungsbeamte, die sich jeden Morgen innerhalb ihres Amtes per Handschlag begrüßen.

- Im Sozialamt gibt es 7 Mitarbeiter.
- Im Grünflächenamt gibt es 6 Mitarbeiter.
- Im Ordnungsamt gibt es 5 Mitarbeiter.
- Im Gewerbeaufsichtsamt gibt es 4 Mitarbeiter.
- Im Vermessungsamt gibt es 3 Mitarbeiter.
- Im Amt für Öffentlichkeitsarbeit gibt es 2 Mitarbeiter.
- Im Amt für Umweltschutz gibt es einen Mitarbeiter.

¹ Wir nehmen einmal an, dass dies möglich ist!

Aufgabe a) Wie oft werden Händedrücke jeweils innerhalb der einzelnen Ämter, Sozial-, Grünflächen-, Ordnungs-, Gewerbe- und Vermessungsamt und im Amt für Öffentlichkeitsarbeit und im Amt für Umweltschutz ausgetauscht? Legen Sie eine Tabelle an, aus der sowohl das Ergebnis, als auch die jeweilige Berechnung des Ergebnisses ersichtlich wird!

Beispiel für die Übersichtstabelle:

Amt	Anzahl der Mitarbeiter	Anzahl der Händedrücke innerhalb dieses Amtes	Berechnung der Anzahl der Händedrücke
Umweltamt	1		
Öffentlichkeitsarbeit	2		

usw.

Aufgabe b)

Geben Sie eine Formel an, mit der die Anzahl der Händedrücke für ein Amt mit n Mitarbeitern ($n \in \mathbb{N}$) berechnet werden kann. (Ermitteln Sie die Formel, indem Sie zuerst die Berechnungsformel in der Übersichtstabelle aufstellen und aus dieser dann mit dem „Trick von Gauß“ die allgemeine Formel berechnen.)

2.2.1. Lösungen zur Aufgabenstellung „Eine Frage der Höflichkeit“

Amt	Anzahl der Mitarbeiter	Anzahl der Händedrücke innerhalb dieses Amtes	Berechnung der Anzahl der Händedrücke
Umweltamt	1	0	-
Öffentlichkeitsarbeit	2	1	1=1
Vermessungsamt	3	3	2+1=3
Gewerbeaufsichtsamt	4	6	3+2+1=6
Ordnungsamt	5	10	4+3+2+1=10
Grünflächenamt	6	15	5+4+3+2+1=15
Sozialamt	7	21	6+5+4+3+2+1=21
Amt n	n	?	$(n-1)+(n-2)+(n-3)+\dots+3+2+1=?$

Anhand der Tabelle kann man die Systematik erkennen, nach der sich die Anzahl der Händedrücke in dem jeweiligen Amt berechnet.

Es stellt sich daher die Frage nach der Berechnung der Summe

$$(n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 3 + 2 + 1$$

2.3. Der Trick von Gauß!

Zu Berechnung dieser Summe, kann man einen Trick anwenden, den der Mathematiker Gauß entdeckt hat, als er als Schüler als Strafarbeit die Summe aller Zahlen von 1 bis 100 berechnen sollte.

Gauß schrieb damals die Zahlen von 1 bis 100 und die Zahlen von 100 bis 1 untereinander auf und addierte sie abschnittsweise

$$\begin{array}{r} 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \\ \hline 101 + 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101 \quad (*) \end{array}$$

Er erhielt als Ergebnis $100 \cdot 101 = 10100$

Da dieses Ergebnis jedoch die Summe von zwei Zeilen (*) ist, muß es noch durch zwei geteilt werden.

Die Summe der Zahlen von 1 bis 100 beträgt als 5050.

Gauß verblüffte seinen Mathematiklehrer damit, dass es dieses Ergebnis bereits nach wenigen Minuten präsentierte und nicht mehrere Stunden dafür benötigte.

Wir können diesem Trick von Gauß für unsere Zwecke benutzen.

Wir schreiben also unsere Summe ebenfalls zweimal auf...

$$\begin{array}{r} (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 3 + 2 + 1 \\ 1 + 2 + 3 + \dots + (n-3) + (n-2) + (n-1) \quad \dots \text{und addieren beide Zeilen.} \\ \hline n + n + n + \dots + n + n + n \end{array}$$

In der addierten Zeile steht dann $(n-1)$ mal das n .

Wir schreiben: $(n-1) \cdot n$. Da jedoch dieses Ergebnis doppelt so groß ist, wie das gewünschte Ergebnis, müssen wir es noch durch zwei teilen. Es bleibt

$$\text{Summe} = ((n-1) \cdot n) / 2.$$

Mit dieser Formel kann man für jedes beliebige Amt mit n Mitarbeitern, die Anzahl der Händedrucke ausrechnen. Überprüfen Sie dies anhand der oben abgebildeten Tabelle!

2.4. Hinweise und Aufgaben

Die Begriffe *Problem*, *Problemlösung*, *Lösungsraum*, *best case*, *worst case* sowie der „Trick von Gauß“ sind prüfungsrelevant und sollten Ihnen vertraut sein!