

Música y Matemáticas. De Schoenberg a Xenakis

por

Iñigo Ibaibarriaga, KURAIA, Grupo de Música Contemporánea de Bilbao

El presente trabajo surge con la intención de acercar estos dos mundos a través de diferentes momentos históricos, autores y obras que relacionan ambos campos con sus propuestas de trabajo. Presenta una evolución histórica y un acercamiento a momentos concretos de la creación musical en relación a la utilización de esquemas matemáticos.

Introducción histórica

Las matemáticas nacen de la necesidad de registrar el paso del tiempo y consistieron, en un principio, solamente en números y conteos. Existía la necesidad de llevar un registro de las cosechas del ganado y de las operaciones comerciales. Así se desarrollaron signos y palabras para los números.

Aunque las primeras expresiones del arte están veladas por la bruma de la prehistoria, existen silbatos de hueso, flautas de caña, palillos de tambor hallados en cuevas y tumbas que atestiguan el poder del sonido para evocar estados de ánimo y reflejan las huellas del hombre en ritos misteriosos. La Música nace de la necesidad de protegerse de ciertos fenómenos naturales, de alejar los espíritus malignos,

de atraer la ayuda de los dioses, de honrarlos y festejar sus fiestas y celebrar el cambio de las estaciones.

Los Pitagóricos

Se dice que Pitágoras acuñó la palabra matemáticas, que significa “lo que es aprendido”. El describe un sistema que busca unificar los fenómenos del mundo físico y del mundo espiritual en términos de números, en particular, en términos de razones y proporciones de enteros. Se creía que, por ejemplo, las órbitas de los cuerpos celestiales que giraban alrededor de la tierra producían sonidos que armonizaban entre sí dando lugar a un sonido bello al que nombraban “La música de las esferas”.

Pitágoras estudió la naturaleza de los sonidos musicales. La música griega existía mucho antes, era esencialmente melódica más que armónica y era microtonal; su escala contenía muchos más sonidos que la escala de doce sonidos del mundo occidental. Esto no es inusual en las tradiciones musicales orientales donde la música es enteramente melódica. Los intervalos más pequeños han tardado mucho tiempo en desarrollarse en la notación tradicional actual aunque la música contemporánea y muchos instrumentistas de jazz los utilicen.

Fue Pitágoras quien descubrió que existe una relación numérica entre tonos que sonaban “armónicos” y fue el primero en darse cuenta de que la música, siendo uno de los medios esenciales de comunicación y de placer, podía ser medida por medio de razones de números enteros.

Sabemos que el sonido producido al tocar una cuerda depende de la longitud, grosor y tensión de la misma. Entendemos que cualquiera de estas variables afecta la frecuencia de vibración de la cuerda. Lo que Pitágoras descubrió es que al dividir una cuerda en ciertas proporciones era capaz de producir sonidos placenteros al oído. Esto era una maravillosa confirmación de su teoría. Números y belleza eran uno. El mundo físico y el emocional podían ser descritos con números sencillos y existía una relación armónica entre todos los fenómenos perceptibles. Pitágoras encontró que al dividir una cuerda a la mitad producía un sonido que era una octava más agudo que el original que cuando la razón era 2:3 se producía una quinta y que otras razones sencillas producían sonidos agradables.

Pitágoras no sabía nada de armónicos. El sólo sabía que la longitud de la cuerda con las razones 1:2 y 2:3 producía unas combinaciones de sonidos agradables y construyó una escala a partir de estas proporciones. En sus experimentos, Pitágoras

descubrió tres intervalos que consideraba consonantes: el diapasón, el diapente y el diatesarón. Los llamamos a la octava, la quinta y la cuarta.

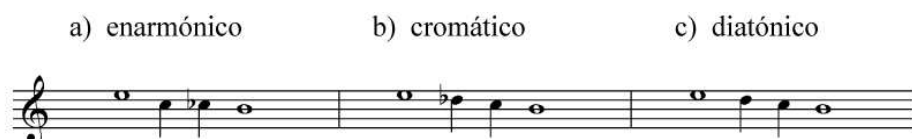
Los pitagóricos no sabían nada de ondas sonoras y de frecuencias. De hecho, la regla que establece que la frecuencia está relacionada con la longitud de la cuerda no fue formulada hasta el siglo XVII, cuando el franciscano fray Marin Mersenne definió algunas reglas sobre la frecuencia de una cuerda vibrando.

Tetracordios y géneros

Para entender el término género dentro del contexto de la música griega, debemos saber que su grupo interválico básico que era el tetracordio, es decir, un grupo de cuatro notas, de las cuales la más aguda y la más grave se hallan a una distancia de una cuarta justa.

Las dos notas extremas del tetracordio, al estar formadas por un intervalo que siempre podía cantarse correctamente afinado, se consideraban fijas, mientras que las notas interiores eran móviles.

El tratado musical más antiguo que existe, la *Armónica* de Aristógeno (330 años antes de Cristo) presenta un sistema melódico altamente desarrollado, organizado mediante tetracordios de tres tipos o géneros principales: enarmónico, cromático y diatónico. En estos casos, la notación de las dos notas internas es sólo aproximada. Aristógeno describe tres variedades o “matices” del tetracordio cromático y dos del tetracordio diatónico.



Sostiene que el verdadero método para determinar los intervalos es el auditivo, y no el cálculo matemático. Y su método de medición no se basa en proporciones, sin un sistema de fracciones, en el cual el tono entero se divide en doce partes iguales.

Dos tetracordios podían combinarse de dos maneras diferentes. Si la última nota de uno era asimismo la primera nota del otro, se decía que los tetracordios eran conjuntos. Si mediaba un tono entero entre ambos, los tetracordios eran disjuntos. Finalmente se desarrolló el *sistema perfecto mayor*: una escala de dos octavas, compuesta por tres tetracordios conjuntos y disjuntos a la manera que muestra el siguiente ejemplo. El la más grave de este sistema se consideraba como un sonido

agregado.



El sistema perfecto mayor era, una estructura teórica a la cual se había llegado por agregado de un tetracordio cordial como conjunto a cada extremo de esa octava.

Los modos

Los modos musicales, dice Aristóteles, difieren esencialmente uno de otro, y quienes los oyen se sienten diferentemente afectados por cada uno de ellos. Algunos de ellos vuelven serios a los hombres, otros debilitan la mente, otros producen un estado de ánimo moderado y estable.



Las escalas según Tolomeo

La teoría más antigua sostiene, que un modo era, en la música griega, similar, en esencia a un modo en la música medieval; seguía un determinado esquema tonos y semitonos en la escala de la octava con un centro tonal definido.

En consecuencia, según la teoría más reciente y de más general aceptación, un modo es una tonalidad, y los diferentes modos eran diferentes escalas, es decir, transposiciones de un mismo esquema básico de la octava a diferentes niveles de altura.

La notación modal y los modos rítmicos

Como la polifonía medieval se iba haciendo cada vez más y más compleja, los compositores tenían que encontrar algún medio de indicar cómo encajaban las voces. Las dificultades que habían surgido en la música de Compostela, donde escribir en partitura ya no proporcionaba una solución completamente satisfactoria. Lo que necesitaban era un sistema de notación que mostrara los valores relativos de las notas dentro de una única línea melódica. El desarrollo de ese sistema, fue una de las realizaciones más significativas de la escuela de Notre Dame.

Los seis modos rítmicos

La mayoría de los teóricos que enumeran los seis modos rítmicos o patrones que equivalen a los pies o metros cuantitativos de la poesía clásica. Se cree que su desarrollo estuvo inspirado en la descripción de los metros cuantitativos del tratado DE MÚSICA de San Agustín (354-430 d. de Cristo). San Agustín utiliza solamente dos unidades de medida, una larga (longa) y otro breve (brevis), y dejó claro que una longa equivale a dos brevis. Usando estas unidades, que se pueden indicar como negra y corchea, podemos formular los modos rítmicos primero, segundo y sexto sin ninguna dificultad. Pero los otros tres modos introduce un valor más largo que no se encuentra en las unidades de medida de San Agustín. Para comprender las razones de la introducción de esa nota más larga tenemos que ver el desarrollo cronológico de los modos rítmicos.

El primer modo rítmico parece haber sido el primero en ser de uso corriente. Una vez que quedó establecida la idea del primer modo, la inversión de sus valores para producir el metro yambo del segundo modo sería una evolución natural. El sexto modo se originó, al parecer, con una versión ornamentada del primer modo o del segundo antes de que fuese clasificado como modo por derecho propio. Las longas más largas de los otros tres modos las describieron como “más allá de la medida” (*ultra mensuram*).

Las unidades o pies de los modos rítmicos son sólo bloques de construcción para fabricar unidades musicales más largas. Del mismo modo que una serie de

pies crea un verso de poesía, los patrones repetidos de un modo rítmico crean una frase musical. El nombre medieval de tales frases era *ordines*, término que indica una serie de un orden definido y controlado. Podemos definir entonces un *ordo*, como una o más exposiciones el patrón modal que acaba con un silencio.

Los seis modos rítmicos

MODO	PIE	EQUIVALENTE MUSICAL
1	Troqueo: larga breve	
2	Yambo: breve larga	
3	Dáctilo: larga breve breve	
4	Anapesto: breve breve larga	
5	Espondeo: larga larga	
6	Tibraquio: breve breve breve	

El temperamento

La escala temperada se desarrolló para resolver problemas de afinación y llevó a una música en la que se podía modular de una tonalidad a otra sin tener que cambiar la afinación de los instrumentos. El temperamento es la forma musical de mantener series dentro de un espacio definido. La transición de la afinación pitagórica la temperada tomó siglos, y ocurrió de una manera paralela al cambio en la relación entre música y matemáticas.

En el siglo XII, compositores e intérpretes el querer separarse de la tradición pitagórica crearon nuevos estilos y tipos de música. El canto monódico gregoriano poco a poco fue evolucionando en música polifónica con diferentes instrumentos y voces. La creación de composiciones más complejas llevó a experimentar con afinaciones alternativas y temperamentos. Los experimentos de afinación derivaron en un cambio de la afinación pitagórica llamada la afinación justa. Las nuevas afinaciones seguían utilizando las matemáticas para calcular los intervalos, pero no necesariamente seguían los principios pitagóricos. Ahora eran utilizadas de una forma práctica y no como un fin. Este cambio de actitud causó desacuerdo entre los matemáticos, quienes querían una adherencia estricta a sus fórmulas, y los músicos que buscaban reglas fáciles de aplicar. De hecho, los músicos empezaron a basarse

más en su oído y menos en el monocordio.

En el siglo XVIII, músicos como Juan Sebastián Bach empezaron a afinar sus instrumentos usando el temperamento, es decir, una escala en la que los doce sonidos fueran afinados sin diferencia entre un fa sostenido y un sol bemol. La complejidad de las modulaciones lo necesitaba.

Juan Sebastián Bach compuso el *clave bien temperado*, que consiste en 24 piezas en las doce tonalidades, usando el modo mayor y menor de cada una de ellas, demostrando de esta manera las posibilidades de modulación creadas por una afinación igual.

Aunque la música ya no es una disciplina estrictamente matemática, las matemáticas son inherentes a la música y continuarán influyendo en la evolución de la teoría musical.

La melodía

Un procedimiento básico para obtener cohesión en una pieza de música es la reafirmación de una secuencia de sonidos una y otra vez, de una forma variada, para evitar la monotonía y dar carácter a la composición. Algunas de las técnicas usadas para la unidad a una composición, están basadas en el plano geométrico.

Las transformaciones musicales están íntimamente relacionadas con las transformaciones geométricas básicas. Una transformación geométrica recoloca una figura geométrica rígida en el plano, preservando su forma y tamaño. La forma original no se distorsiona con la manipulación. Así, una frase musical tendrá motivos que se repiten en forma idéntica o se repiten en forma más aguda o más grave; en otras ocasiones, en vez de subir, bajan o retroceden. Rotación, traslación y reflexión, estas transformaciones geométricas las encontramos en la mayoría de las melodías populares y el análisis de las obras maestras musicales nos llevará a encontrarlas. Este es un recurso muy utilizado, aunque normalmente no lo asociamos con las Matemáticas.

La forma más sencilla de aplicar la traslación a la música es la repetición.

La serie de Fibonacci

Los números de la llamada serie de Fibonacci, son elementos de una serie infinita. El primer número de esta serie es 1, y cada número subsecuente es la suma de los dos anteriores. Como el primero es 1 y antes no hay nada, el segundo es 1, el

tercero es 1+1, el cuarto es 1+ 2 y así sucesivamente:

Serie: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144,

Un ejemplo de la utilización de la serie se da en la quinta sinfonía de Beethoven. No se sabe si el uso de la serie es intencionado, o lo utiliza de manera intuitiva, tal vez el compositor la utiliza sin saber, sólo porque se oyen bien. Beethoven la emplea no sólo en el tema, sino además en la forma en que incluye este tema en el transcurso de la obra, separado por un número de compases que pertenecen a la Serie.

Béla Bartók utilizó esa técnica para desarrollar una escala que denominó la escala Fibonacci:

• **MÚSICA PARA CUERDAS, PERCUSIÓN Y CELESTA
(PRIMER MOVIMIENTO)**

Compuesta en cuatro partes, el primer tiempo es una fuga de 88 compases (1, el deán acusa, que consideramos como tal; a todos los efectos)

Las cuerdas se hallan divididos en dos grupos:

Grupo 1º violines primeros y segundos, violas primeras, violonchelos primeros y contrabajos primeros.

Grupo 2º violines terceros y cuartos, violas segundas, violonchelos segundos y contrabajos.

En este primer tiempo no se utilizan el piano ni el arpa y las percusiones solamente intervienen en circunstancias especiales: la gran caja en un compás (56) los platos en 2 (1 y 52) y los timbales en 51 (del 34 al 38) y 3 (53 al 55 y acento en el 56) y la celesta en una intervención de la figura penal y 144 fosas; y el color instrumental está, pues, casi ilimitado las cuerdas.

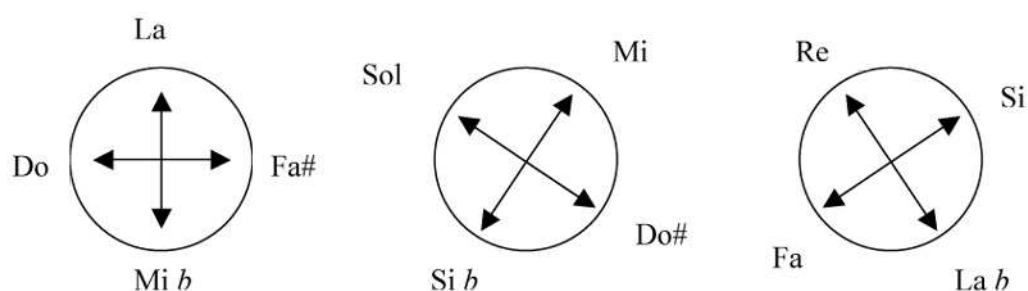
Estas, están divididas en dos grupos y, al iniciarse el tema en las violas primeras y segundas se produce, por su distinta situación, un efecto “estereo”. Por el contrario, los violines de la segunda entrada (4) son los violines terceros y cuartos, es decir, pertenecen al mismo grupo así como los de la cuarta entrada (12) que son los segundos, del primer grupo; el mismo efecto “estereo” reaparecerá, no obstante, en la tercera entrada (8), en los violonchelos primeros y segundos y en la quinta y séptima en los contrabajos (16 y 27). La sexta entrada se realiza únicamente en los violines primeros (26).

El primer movimiento, andante tranquilo, se inicia con el enunciado del tema en

violas primeras y segundas, con sordina (del 1 al 4); éste se halla dividido en cuatro secciones o células separados por pausas de corchea. A su vez estas cuatro células se agrupan en dos frases (A y B), la primera creando una tensión que se resuelve en la segunda. En A se recorren todos los grados cromáticos comprendidos desde la nota inicial LA-que será también la nota final y que cumple la función de tónica-, hasta la más aguda de ella, MI *b*. La frase asciende hasta Mi pero desciende hasta SI *b* formándose así dos ámbitos de distancia de tritono que vienen encuadrados dentro del típico sistema tonal de Bartók.

Se observa una constante de relaciones subdominante-tónica-dominante; la misma constante se observa en el círculo de quintas completo.

Separando las tres funciones unas de las otras y denominándolas ejes de tónica, de dominante y de subdominante, obtendremos:



Los puntos opuestos de los ejes son correspondientes y pueden ser reemplazados entre sí sin que cambie su función tonal.

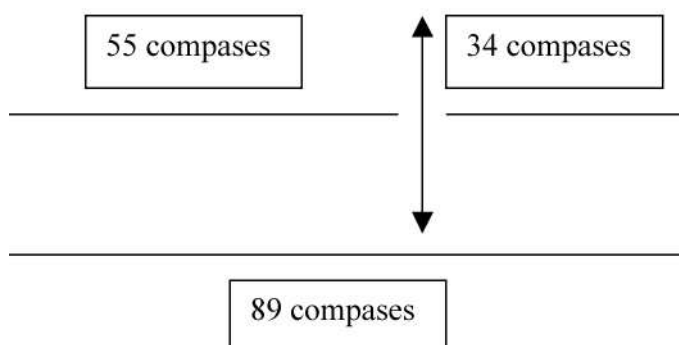
Numerando las notas del tema podemos observar que: del 14 al 19 el grupo resulta igual que desde el 2 al 7, subido en una tercera menor (este intervalo aparece entre 2 y 3 como segunda aumenta y es el de mayor extensión entre notas consecutivas del que procede, casi siempre, por segundas menores o eventualmente alguna mayor).

Observamos que del 20 al 26 el grupo procede del fragmento que va del 1 al 7, pero 2 semitonos más alto; el que va del 21 al 27 se corresponde con el grupo 14 al 20 bajado un semitono y finalmente el que va del 20 al 24 es la exacta retrogradación de las notas comprendidas entre 8 y 12.

La curva dinámica general de la fuga completa que se inicia en **pp** (y con sordinas) finaliza en **pp** (y asimismo con sordinas); el **fff**, al que se asciende gradualmente, se alcanza en el punto culminante (HP) para decrecer hasta el **ppp** final.

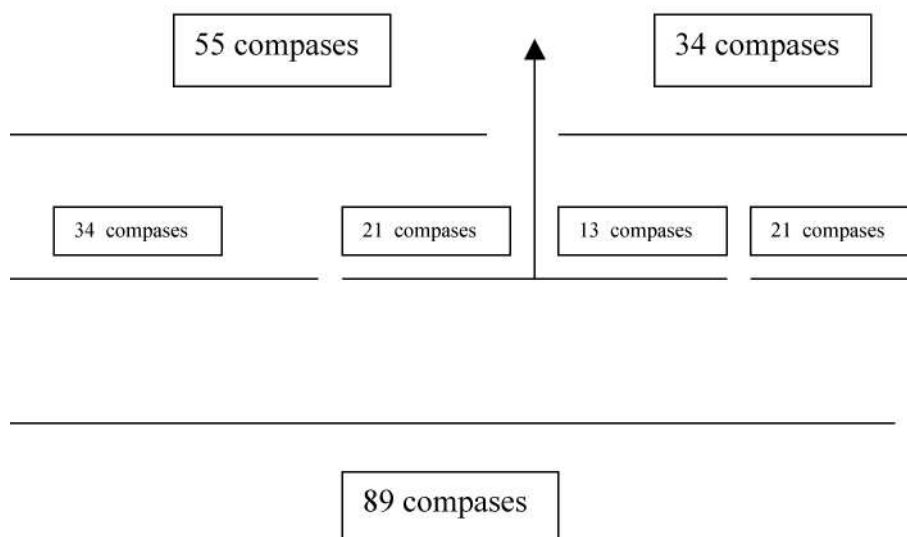
Todo este movimiento viene generado y controlado por la llamada sección áurea; la proporción 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144... (serie de Fibonacci) en uno de sus aspectos más sencillos y en ella se basa la fuga de Bartók.

En los primeros 55 compases se crea la tensión que halla su punto culminante en 56 para concluir 34 compases más tarde; la obra consta de 89 compases y podría describirse gráficamente así:



La curva de intensidades viene controlada por el uso de las sordinas: las cuerdas colocan las sordinas en 1; tocan sin sordinas después del 34 y durante los 21 + 13 compases que siguen y vuelven a tocar con las sordinas puestas los últimos 21 compases.

En total, con sordina, tocan los 34 primeros compases más los 21 finales igual a 55 y, sin sordinas, tocan 21 + 13 centrales. Lo podríamos representar así:



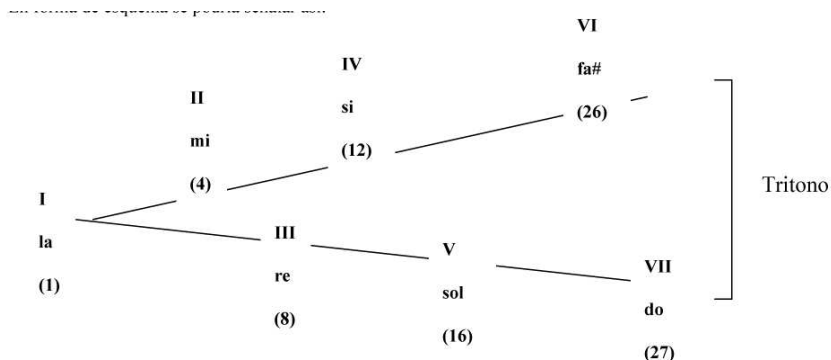
Estructura de la Fuga

El tema, en anacrusa, se inicia en las violas primeras y segundas, con sordinas y en compás de 8/8, extendiéndose hasta el final del cuarto compás a través de una sucesión de 12/8, 8/8 y 7/8; este esquema rítmico se repite hasta la quinta entrada en que, ocasionalmente, aparece un 9/8.

Los violines terceros y cuartos (segundo grupo), con sordinas, introducen la respuesta del tema, en el compás 4, una quinta mayor ascendente respecto a la primera entrada.

En el compás 8 los violonchelos primeros y segundos, con sordinas, efectúan la tercera entrada pero ahora una quinta inferior de la primera, es decir, en Re; y los violines segundos, asimismo con sordina, en el compás 12, en anacrusa -como en todas las otras entradas-, entran una quinta ascendente superior respecto de la segunda entrada, es decir, en Si, realizando así la cuarta entrada y; finalmente, los contrabajos primeros y segundos, también en anacrusa y con sordinas, en el compás 16, hacen la quinta entrada que será una quinta baja respecto de la tercera entrada, es decir, en Sol. Se observa así la aparición de una estructura tonal basada en quintas ascendentes y descendentes desde un punto en común.

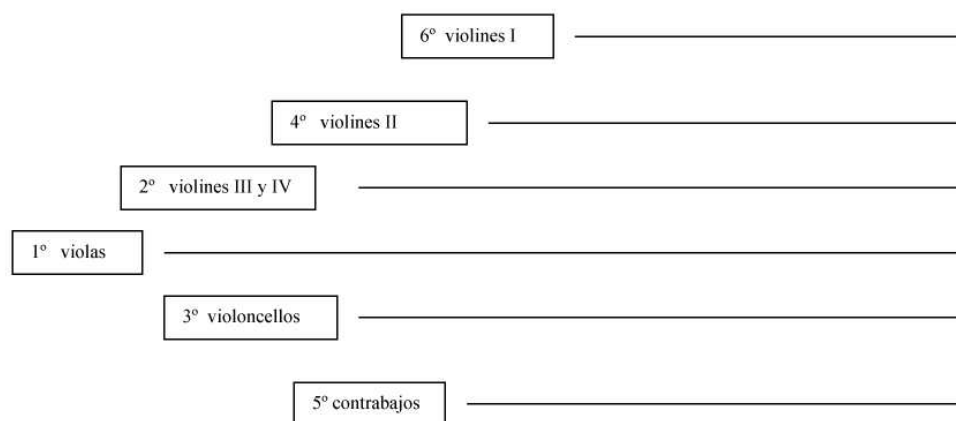
Del compás 21 al 26 se extiende un episodio que conduce a la segunda exposición en el compás 26. Los violines primeros con sordinas, anuncian el tema una quinta superior respecto de la cuarta entrada, es decir en Fa sostenido. En el siguiente compás, el 27, el tema se combina en estrecho con la anterior entrada de los violonchelos primeros y segundos y contrabajos primeros y segundos -con sordinas-, y a una quinta inferior respecto de la quinta entrada, es decir en Do, extendiéndose del compás 27 al 34 y concluyendo con ellos lo que quizá se podría calificar de primera sección de la fuga. En forma de esquema se podría señalar así:



Se trata, pues, de 2 progresiones por quintas, una ascendente señalada por los números pares, y otra descendente (números impares) y que llegan a alcanzar la distancia de tritono entre ellas.

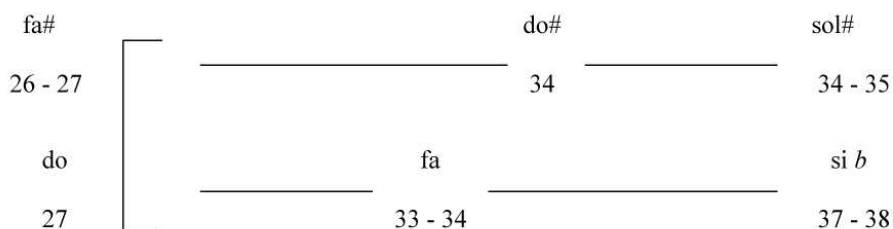
Desde el punto de vista instrumental hay que observar en esta sección una aparición progresiva del material: las diferentes partes instrumentales de que dispone Bartók van entrando progresivamente una a una y, hecha su aparición, se mantienen mientras van entrando los demás, logrando de este modo, una gran densidad.

El esquema resultaría así:



La segunda sección de la fuga se inicia el compás 34 (anacrusa en el 33), mediante el estrecho que inician las violas primeras y segundas; aparece ahora un estrecho que juega con las cuatro células de que consta el tema y en sus respectivas entradas (compases 33, 34, 35 y 37) las cuerdas van quitando las sordinas.

La *primera sección* concluía sus progresiones temáticas por quintas en el fa # para la progresión ascendente y en do para la descendente; este estrecho prosigue ahora dicha progresión de la siguiente forma:



Las entradas que se inician con FA, Do # y Sol #, pasan rápidamente (anacrusas en compases 33,34 y 35).

La primera sección finaliza en pp y sin mientras que la segunda se inicia p. La tensión crece, entre otros motivos, mediante la entrada de los timbales en el compás 34, el quitar las sordinas desde el 33 y la alteración del tiempo en 38 que de corchea 116-112 pasa a 120-126.

La influencia del tiempo es un elemento importantísimo en la progresión de las tensiones hacia el punto álgido para iniciar la distensión y el pase a la corchea igual a 108 en el compás 78 y el poco ralentando en el compás 87:

Compás 1: 116-112,	Compás 65: 116-11,
Compás 38: 120-126,	Compás 78: 108,
Compás 52: 120-116,	Compás 87: poco rall,
Compás 63: poco rall	

Se observa también el compás 34 al 38 el pedal del timbal y de los contrabajos sobre si bemol; esta nota en el tema, crea la suspensión de éste (tiende a la “tónica”); suspensión que permite su continuidad y polariza el LA como la nota pivote o tónica; es decir, el si bemol actúa con verdadera función de dominante. Más adelante, del 53 al 56, los timbales ejecutan el segundo pedal con ahora en LA (tónica de la fuga); el primero de los dos pedales consta de cinco compases, el segundo de tres: ambos números pertenecen a la serie de Fibonacci.

El punto culminante se alcanza después de una tensa progresión de trece compases en los que los violines primeros y segundos insisten repetidas veces en el enunciado de la cabeza del tema; sigue, en violines primeros y segundos, y por tres veces, una figura derivada y transportada una tercera mayor superior.

Alcanzado el HP (punto culminante) en el compás 56, se inicia desde este punto la distensión y con ello el retorno a la tónica inicial de LA comenzando así la tercera sección de la fuga: junto a la progresión de notas pivote agudas por quintas ascendentes en los compases 56, 58 y 61 comienza, al mismo tiempo, la progresión de quintas ascendentes que presentan el tema en inversión.

Siguen cinco compases (del 64 al 68) los que aparece la primera célula del tema en inversión entrando en DO (violines primeros) y seguida en estrecho por la misma célula, transportada sobre FA # (en violines segundos, compás 65-66), descendiendo, a distancia de octava, por tres veces con el agudo al grave y finalizando con un RE b en los contrabajos que forma tritono con la siguiente entrada, (compás 68) en inversión, del sujeto, en el tono de SOL (violines terceros y cuartos).

El anterior Estrecho insiste en el área de tónica mientras que la entrada del compás 68 incide en el eje dominante y la siguiente lo hará en la de subdominante: violas primeros y segundos, compás 69,; al mismo tiempo, en los violonchelos primeros y segundos, también en 69, una figura de tipo contra sujeto libre entra sobre las notas DO-FA#.

En la anacrusa de compás 72 aparece, en los violines segundos, la entrada en RE, seguida en estrecho por los violonchelos primeros y segundos que la efectúan en MI (compases 73 a 78).

El tema aparece, por inversión en los violines primeros al mismo tiempo que suena, por movimiento directo, en los violines cuartos (del 77 al 81). A partir de este momento estamos ya sobre la tónica fundamental y Bartók nos presenta ambos temas -directo e invertido-simultáneamente; y para evidenciar esta conjunción el compositor rodea, como con un halo, al doble tema con los arpeggios de la celesta en su primera y única intervención. Otro elemento esencial en una fuga interviene en este momento: el pedal.

Desde el climax, en el punto álgido de la curva que va desde LA a MI bemol, la progresión de quintas -ahora descendente-, ha sido la inversa de la exposición tal como vemos en el gráfico; después de la aparición del tema y de su inversión, la coda concluye la fuga.

La coda despliega, por última vez, las dos células fundamentales del tema. Siempre en la tónica la se suceden las entradas en estrecho. Prosigue el estrecho en los violines primeros, a cuatro octavas superiores del bajo en la anacrusa del 83.

Podemos señalar asimismo como la gran caja sólo interviene en un compás (56); los platos sólo en dos (51 y 52) y los timbales en los dos pedales (en si bemol y la) de cinco y tres compases respectivamente. Así, hallamos la sucesión de 1, 2, 3, 5. En el grupo de las percusiones, la celesta, finalmente, en una sola intervención de 144 fusas, aporta el número más grande de la sucesión de Fibonacci.

Fiel a su sentido tonal y su particular sistema de ejes, Bartók concibe la fuga, primer tiempo de su música para cuerdas percusión y celesta, como un juego de tonalidades. La tonalidad de LA no es única en música para cuerdas, percusión y celesta; el segundo tiempo está en la tonalidad de do y el tercero en fa#. Ello realizará tonalidad global de la obra y le confiere su más íntima unidad.

El mismo Bartók señala estos hechos y, en un brevísimo análisis de su obra, especifica claramente; “El primer movimiento es una fuga de estricto desarrollo. Cada

nueva entrada del sujeto se realiza en una tonalidad una quinta superior (entradas segunda, cuarta, sexta, etc) o en una tonalidad una quinta inferior (entradas tercera, quinta, séptima, etc.); Dos entradas emparentadas hacen su aparición en estrecho varias veces; algunas veces, las entradas sólo exponen fragmentos el tema. Cuando se ha alcanzado la distancia más lejana en ambas direcciones (mi bemol)-El clímax del movimiento-, otras entradas presentan el tema en inversión hasta regresar de nuevo la tonalidad principal (la).

Esto ocurre en el comienzo de la coda donde el sujeto aparece en ambas formas”.

El sistema dodecafónico

Atonalidad

Si entendemos como tonalidad el ordenamiento jerárquico de los grados de la escala en torno a la tónica, tonalidad significará la ausencia de este ordenamiento. Más aún: si la tonalidad es un medio de integración y de control de todos los elementos de la obra como temática, modulación y desarrollo formal, la atonalidad será un medio para la liberación de todos estos componentes.

En un sentido más amplio, el término atonal se aplica también a todas aquellas músicas cuyo sentido tonal está debilitado total o parcialmente por la utilización de sistemas ajenos a la de que gravitación tonal:

- Los modos griegos y gregorianos disponen igualmente de relaciones armónicas que poseen una tónica pero a la cual se accede de forma diferente que la tonal.

- Las escalas pentáfonas, hexátonas, sintéticas y otras, por su estructura interválica privan a la tónica de soporte auxiliar necesario que facilite el frase creando una tonalidad suspensiva de color modal.

- los mecanismos cadenciales de los acordes desde funciones de dominante y subdominante que no sean el cuarto y quinto grado desestabilizan el sentimiento de tonalidad asentada sobre los modos mayor y el menor.

- La disposición de los acordes por cuartas pone en duda la verificación tonal creando zonas de desvío de tonalidad hacia la línea melódica más sobresaliente.

- El cromatismo crea campos armónicos de bipolaridad o multipolaridad tonal y modal desvirtuando el carácter absoluto de la tonalidad tradicional.

Arnold Schoenberg

Los primeros años que sucedieron a la guerra fueron para él una etapa de reconsideración de su producción anterior y de consolidación de su futuro como creador. La causa fundamental de su crisis creativa fue algo más profundo y artístico. Había llegado un punto en el no confiaba más el carácter “intuitivo” característico de la música que había compuesto antes de la guerra. Pensaba que el desarrollo de los nuevos métodos necesitaban de un sistema específico para la música, en cierto modo, análogo con el tonal, capaz de incorporar las nuevas melodías disonantes y las estructuras de acordes propias de la música del siglo XX dentro de un esqueleto concebido de una forma más consciente y ordenado sistemáticamente.

Creyó que su misión histórica era la de desarrollar un sistema nuevo, y esos siete años de silencio “entre 1916-1923” indican las dificultades que encontró para llevar a cabo esta tarea que él mismo se impuso.

En 1921 Schoenberg comentó a uno de sus discípulos que había realizado un descubrimiento que “aseguraría la supremacía de la música alemana durante los próximos 100 años”. A lo que se estaba refiriéndose era al dodecafonismo que, según él, permitía la continuación de los valores musicales tradicionales siguiendo el camino que ya había recorrido la evolución musical del siglo XX.

Explica en sus escritos, que desarrolló este sistema con la intención de conseguir un control más consciente sobre los nuevos materiales cromáticos que hasta entonces sólo había utilizado de forma intuitiva.

Se trata de la creencia de que estos nuevos sonidos obedecen las leyes de la naturaleza y nuestra forma de pensar. Orden, lógica, comprensibilidad y forma no pueden estar presentes sin la obediencia a este tipo de leyes. Todo esto obliga al compositor a seguir el camino de la exploración donde debe encontrar, si no leyes o reglas, al menos las formas que expliquen el carácter disonante de estas armonías y de sus sucesiones.

Para Schoenberg, el sistema dodecafónico era capaz de proporcionar (y por lo tanto de reemplazar) las diferencias estructurales que antiguamente proporcionaba la tonalidad. Los principios básicos del sistema fueron descritos de forma sencilla. Cada composición extrae su material melódico básico de una única secuencia escogida dentro de las doce notas de la escala cromática, conocida como “serie” de doce notas.

Por añadidura al original, o forma “primera de la serie” se utilizan otras tres

formas relacionadas con ella. La forma retrógrada y (R) invierte la sucesión de notas de intervalos. En la inversión (I) invierten cada uno de los intervalos originales por lo que una quinta justa ascendente puede pasar a convertirse en una quinta justa descendente.

Finalmente, también se puede invertir la forma retrógrada, la “inversión retrógrada” o forma RI.

SERIE PRIMERA (P)



SERIE RETRÓGRADA (R)

SERIE INVERSIÓN (I)



SERIE RETROGRADACIÓN-INVERSIÓN (RI)

Por otro lado, alguna de estas cuatro formas básicas de la serie podrían transportarse para comenzar en otra nota. Las cuatro formas básicas de la serie, multiplicadas por 12 transportes posibles dan un total de 48 posibles versiones de la serie original. Normalmente no se utilizan todas las versiones en una misma pieza, sino que según el tipo de obra que quiera componerse se elegirán unas u otras.

Por ejemplo, en la primera obra en la que utilizó completamente el sistema dodecafónico, la suite para piano, opus 25 (1924), Schoenberg utilizó solamente ocho series distintas.

Aunque la serie determina la sucesión de notas utilizada en una pieza, no señala ni sus registros y sus duraciones. Tampoco señala la disposición de la textura o la forma de la música.

La Serie es una estructura “abstracta”, un conjunto de relaciones potenciales que deben incluirse en los detalles musicales de una composición determinada. Es importante señalar lo siguiente:

- 1°. Schoenberg articula el final de cada serie con un esforzando que es seguido

por silencio.

2°. La repetición inmediata del si bemol, la última nota de la primera serie y la primera de la segunda serie, es subrayada mediante su permanencia en el mismo registro.

3°. El tritono Sol-Re b común a ambas series se tocan simultáneamente en ambas exposiciones y se repiten en el mismo registro.

El serialismo integral

Rodeados de privaciones materiales y de un profundo aislamiento cultural, la generación más joven de los compositores europeos que surgió tras la 2ª guerra mundial experimentó una fuerte reacción contra su herencia cultural. Para ellos, la tradición de la música occidental parecía intrínsecamente ligada a los fracasos políticos y sociales del pasado. Era necesario crear un nuevo tipo de música distinta a cualquier otra existente. Era necesario llevar a cabo una ruptura total con todas las nociones musicales anteriores referentes a cómo se debía componer y cómo debía sonar.

Pierre Boulez, una de las figuras más importantes la música europea de pos-guerra, dijo: “En 1945-1946 nada estaba preparado y todo quedaba por hacer: fue todo un privilegio poder llevar a cabo ciertos descubrimientos, encontrarnos a nosotros mismos sin ningún punto de referencia, lo cual tuvo sus dificultades pero también sus ventajas”. Pierre Boulez creyó que los primeros compositores del siglo XX habían fallado a la hora de llevar a cabo una revolución musical que conllevará una era radicalmente nueva.

En un famoso, y provocativo ensayo titulado *Schoenberg ha muerto*, escrito en 1952 poco después de la muerte del compositor vienés, Pierre Boulez comenzaba alabando al viejo maestro por haber inventado el sistema dodecafónico; para después criticarlo por no haberlo desarrollado en toda su extensión. Schoenberg había tratado las series como si fueran un “tema” en vez de como una configuración abstracta de intervalos y las había reemplazado por el esquema formal clásico en lugar de derivar las estructuras seriales de las propias características de la serie.

Según su punto de vista había que realizar un tratamiento consistente de todos los elementos musicales, no sólo de los melódicos, sino también de los rítmicos, de los dinámicos, de las texturas y finalmente de los formales, de acuerdo con los procedimientos estrictamente seriales y que no tuviera ninguna relación con ningún presupuesto musical anterior. Pierre Boulez alabó a Webern de forma especial por

haber conseguido dar comienzo al nuevo dominio musical.

Aunque el seralismo integral, las composiciones escritas siguiendo exclusivamente los principios seriales, fue principalmente desarrollado por compositores que alcanzaron su madurez tras el final la segunda guerra mundial, su historia comienza con un miembro de la generación anterior: el francés Olivier Messiaen (nacido en 1908). Messiaen ha ejercido una influencia crítica sobre los jóvenes serialistas europeos, muchos de los cuales, como fue el caso de Boulez y Stockhausen, estudiaron con él.

Desde los primeros años Messiaen favoreció una forma de componer rigurosa y objetiva que sistematizó en su libro *Técnica de mi lenguaje musical* (1944). En esta obra aparece reflejada tendencia a tratar las características individuales del sonido musical (melodía, dinámica y timbre) como componentes individuales. Las relaciones entre las distintas notas son desarrolladas de una forma inusualmente sistemática. El aspecto más innovador de este libro es el tratamiento del Ritmo. Al haber escogido reemplazar los conceptos de “medida” y “compás” por el sentido de un valor corto (la semicorchea, por ejemplo) y por el de su libre multiplicación se mueve hacia una música carente de medida.

La idea de los “valores añadidos” por medio de los cuales los modelos regulares adquieren una mayor flexibilidad rítmica es fundamental en el planteamiento global de su música. Messiaen también propone un nuevo tipo de aumento o disminución, añadiendo suprimiendo un valor rítmico fijo a los miembros de cada unidad.

por ejemplo:  se convierte en 

Esta característica es muy común en sus obras y se ve claramente en el *Cuarteto para el Fin de los Tiempos*.

Iannis Xenakis

Arquitecto, matemático y compositor vivió con su familia en Grecia desde 1930 y luchó en el movimiento de resistencia de Grecia durante la segunda guerra mundial. Tras graduarse en el instituto de tecnología de Atenas, Xenakis trabajó con el arquitecto Le Corbusier durante doce años (1948-59); durante este período diseñó el pabellón Philips en la Exposición Internacional de Bruselas de 1958.

Exiliado de Grecia, tras haber sido encarcelado varias veces por actividades políticas, se traslada a París y se nacionalizó francés.

Fundó la escuela de Música Matemática y Automatizada en París en 1966 y enseñó allí y en la Universidad de Indiana, donde fundó un centro similar. Comenzó a aplicar a la música teorías de probabilidad matemática, especialmente la “ley de los grandes números”.

Propuso el uso de una media estadística de momentos aislados y de transformaciones sonoras en un momento dado. El efecto macroscópico podría ser controlado por la media de los movimientos de los elementos seleccionados. El resultado es la introducción de la noción de probabilidad que implica, en este caso particular, el cálculo combinatorio. Escapar de esta manera a la categoría lineal en el pensamiento musical.

Esto lleva al desarrollo de su música estocástica. La música estocástica se caracteriza por masas de sonido, “nubes”, “galaxias”, donde el número de elementos es tan grande que la conducta de un elemento individual no puede ser determinada, pero sí la del todo.

La palabra estocástico proviene del griego “tendencia hacia una meta”. Esto significa que la música es indeterminada en sus detalles, sin embargo tiende a una meta definida.

Probablemente la composición más famosa de Xenakis sea su primera pieza estocástica, METASTASIS, de 1954, para orquesta de 61 músicos.

Esta pieza está basada en el desplazamiento continuo de una línea recta. Tal modelo se representa en la música como un glisando continuo. La contracción y expansión del registro y la densidad a través del movimiento continuo son ilustraciones de las leyes estocásticas. Esta obra sirvió como modelo para la construcción del pabellón Philips que, junto con Le Corbusier, Xenakis construyó para la exposición internacional de Bruselas, de 1958. En tal estructura no hay superficies planas.

La rigurosidad matemática de la obra de Xenakis podría hacer pensar en resultados excesivamente intelectuales, pero la excesiva contundencia de sus composiciones genera un impacto emocional ligado a una extrema claridad armónica y estructural.

Música Estocástica

La preferencia por los grandes bloques de sonidos también caracteriza música del compositor griego. Aunque las ideas composicionales de Xenakis se originan

desde unos principios bastante diferentes a los del serialismo. Educado en el campo de la ingeniería y la matemática, pasó a interesarse por acoplar ciertos tipos de cálculos matemáticos a diseños visuales para sus proyectos arquitectónicos.

Atraído por las fuertes analogías existentes entre la música y la arquitectura, a las que vio como realizaciones concretas de cálculos matemáticos abstractos, comenzó a interesarse cada vez más por las cuestiones de estructura musical. Un punto de contacto inmediatamente evidente entre las dos obras: *metástasis* (1954) y el *Pabellón Philips* (1958) puede verse en las líneas dispuestas de forma continua, que fluyen de una forma lineal del edificio y por los glisandos convergentes y divergentes de la música.

A diferencia de la mayor parte de los compositores europeos más avanzados de comienzos de la década de 1950, Xenakis no estuvo influenciado por el serialismo. Tampoco Xenakis aceptaba el tipo de música casual que por entonces Cage estaba comenzando a desarrollar.

Al buscar un tipo de causalidad apropiada a los efectos sonoros en masa, comenzó a aplicar a la música teorías de probabilidad matemática, especialmente la “ley de los números largos” formulada en el siglo XVIII por el matemático suizo Jacques Bernoulli.

En términos sencillos, esta ley establece que cuanto más aumente el número de ocasiones en que se produzca un hecho casual, como por ejemplo el lanzar una moneda al aire, más posibilidades hay de que el resultado se encamine hacia un fin determinado.

Tomando prestado un término de Bernoulli, Xenakis habló de música concebida en estos términos como “música estocástica” o lo que es igual, música indeterminada en sus detalles pero que, sin embargo, se dirige hacia un final definido.

La relación entre la teoría de la probabilidad (y los conceptos relacionados con ella como la teoría cinética de los gases) y la música de Xenakis puede ilustrarse al considerar los tipos de complejos musicales que favorecía y a los que se refiere con designaciones figurativas como “nubes” o “galaxias”.

Aquí, la nota individual es solamente una más dentro de una colección de notas que interactúan de forma compleja cada una de ellas con poco peso o importancia por sí misma. Sin embargo, la estructura general está cuidadosamente calculada para producir un resultado definitivo y predecible. Y aunque Xenakis utilice los cálculos matemáticos para ayudar a dar forma a estos hechos musicales “probabilís-

ticos” y para determinar su distribución a lo largo de la composición, el mantiene que “la música tiene que dominar”.

La matemática es solamente una herramienta y cuando traslada los cálculos a unas indicaciones musicales concretas, Xenakis los ajusta con propósitos puramente musicales.

El proceso de construir gráficos basados en cálculos matemáticos traducidos a una notación musical puede verse en un ejemplo que parece citado en el libro *Formalized Music* en el que muestra su acercamiento con considerable detalle técnico.

La siguiente explicación se refiere a la obra *Metastasis*.

El pasaje comienza con dos ataques sobre clusters cromáticos, el primero en los instrumentos de cuerda más graves y segundo en los más agudos, tras los cuales ambos grupos instrumentales se dispersan rápidamente por medio de glisando, con algunos instrumentos que cesan de tocar, mientras que otros continúan.

El pasaje se ha concebido de acuerdo con un proceso generalizado de transformación textural: un cambio de la extensión del registro y de la densidad mediante movimientos sonoros continuos (glisandos), primero en una dirección limitada y luego en una más extensa.

Como es típico en la música de Xenakis, sin embargo, el proceso no está totalmente “determinado”, ya que en él todas las partes no contribuyen a este modelo. De hecho, algunos modelos contradicen directamente el patrón general. El pasaje, por lo tanto, sólo “tiende” hacia su final definido y determinado.

A Continuación se describen algunos de los modelos matemáticos que el compositor utiliza en sus obras así como en algunas de sus obras arquitectónicas.

1. Distribución aleatoria de puntos en un plano. (*Diamorphoses*)
2. Ley de Maxwell-Boltzmann. (*Pithoprakta*)
3. Restricciones Mínimas. (*Achorripsis*)
4. Cadenas de Markov. (*Analógicas*)
5. Distribución de Gauss. (*ST/IO, Atrés*)

También utilizó teoría de juegos (Duelo, Estrategia), teoría de grupos (Nomos Alpha) y teoría de conjuntos y álgebra Booleana (ENA, Eona).

Los nombres entre paréntesis indican el nombre de la obra donde Xenakis aplica el modelo matemático indicado.