

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
CENTRO NACIONAL DE ESTUDIOS GENERALES**

**MODALIDAD SABATINA
UNIDAD III ESTÁTICA: ESTÁTICA DE LOS FLUIDOS**

DENSIDAD. PRESION. PRINCIPIO DE PASCAL.

1. Determine:

- a) La masa de un cilindro de aluminio de **10,0 cm** de longitud y radio **5,0 cm**.
- b) El diámetro de una esfera sólida de plomo de masa **0,800 kg**.
- c) La densidad de un cierto metal si su masa de **677 g** y ocupa un volumen de **80 cm³**

SOLUCION

(a) Despejando "masa" de la definición de densidad y sustituyendo la formula del volumen del cilindro se obtiene:

$$m = \rho V$$

$$m = \rho \pi r^2 L = 2700 \frac{kg}{m^3} \times \pi \times 0,050^2 m^2 \times 0,100 m = 2,12 kg$$

(b) Despejando "volumen" de la definición de densidad e igualando a la formula del volumen de la esfera obtenemos:

$$V = \frac{m}{\rho} \quad y \quad V = \frac{1}{6} \pi d^3$$

$$\frac{1}{6} \pi d^3 = \frac{m}{\rho}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{6m}{\pi\rho}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 0,800 kg}{\pi \times 11300 \frac{kg}{m^3}}} = 5,13 cm$$

(c) Sustituyendo en la definición de densidad:

$$\rho_c = \frac{m}{V}$$

$$\rho_c = \frac{0,677 kg}{80 \times 10^{-6} m^3} = 8,46 \times 10^3 \frac{kg}{m^3} = 8,46 \frac{g}{cm^3}$$

6. Se desea construir una plataforma metálica que sirva de apoyo a una máquina que pesa **50,0 Kn**. ¿Qué área debe tener la superficie de la plataforma para que la presión que ejerza sobre el suelo sea de **40 kPa**?

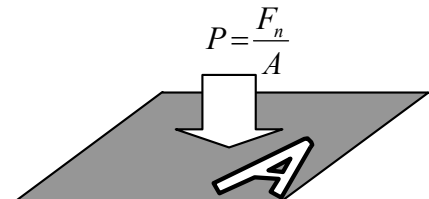
SOLUCION

De la definición de presión: Fuerza normal por unidad de área, despejamos el área

$$P = \frac{F_n}{A}$$

$$A = \frac{F_n}{P}$$

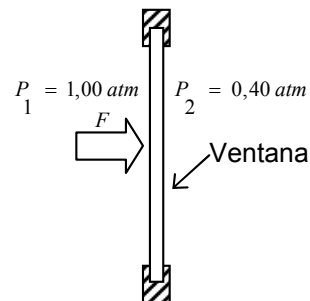
$$A = \frac{50000 N}{40000 N/m^2} = 1,25 m^2$$



8. La presión en el centro de un tornado es **0,40 atm**, si pasa rápidamente sobre una casa, ¿cuál es la fuerza neta sobre el vidrio de una ventana de dimensiones **1,2 m x 1,4 m**? Supóngase que la casa está herméticamente cerrada y que la presión en el interior es de **1,0 atm**.

SOLUCION

La fuerza neta sobre la ventana es debida a la diferencia de presiones entre el interior y el exterior.



$$F = \Delta P A$$

$$F = (1,00 \text{ atm} - 0,40 \text{ atm})(1,2 \text{ m} \times 1,4 \text{ m})$$

$$F = 1,008 \text{ atm} \times m \text{ y } 1 \text{ atm} \approx 101 \text{ kPa}$$

$$F = 101,8 \times 10^3 \text{ N} \approx 102 \text{ kN}$$

9. Calcule la presión y la fuerza que ejerce el líquido sobre el fondo de una probeta de **80 cm** de altura y de **1.5 cm** de radio interior cuando está llena de (a) aceite, (b) agua, (c) mercurio.

SOLUCION

La presión ejercida por el líquido sobre el fondo de la probeta es la presión manométrica, ΔP , para una profundidad, H . Para el caso del aceite:

$$\Delta P = \rho g H$$

$$\Delta P = 910 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0,80 \text{ m} = 7134,4 \text{ Pa}$$

$$\Delta P \approx 7,1 \text{ kPa}$$

De la definición de Presión, la fuerza es:

$$F = \Delta P A$$

$$F = 7134,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \pi \times (0,015 \text{ m})^2 \rightarrow F = 5,04 \text{ N}$$

ACTIVIDAD INDEPENDIENTE: Resuelva los incisos b) y c). Utilice la definición de Presión Manométrica y la relación Presión-Fuerza para resolver el problema 13.

10. La presión sobre la superficie de un lago es la presión atmosférica **1,013 x 10⁵ Pa**. (a) ¿A qué profundidad la presión es el doble de la atmosférica? (b) Si la presión en la superficie de un recipiente que contiene mercurio es **Pa** (presión atmosférica), ¿a qué profundidad la presión es **2Pa**?

SOLUCION

La profundidad que se requiere es aquella para la cual la presión absoluta es $P(H) = 2 P_{atm}$

La definición de presión absoluta, en el seno de un fluido es:

$$P(H) = P_0 + \rho g H \text{ Donde } P_0 = 1,00 \text{ atm}$$

Aplicando la condición del problema,

$$P_0 + \rho g H = 2 P_{atm}$$

$$H = \frac{(2 P_{atm} - P_0)}{\rho g}$$

$$\text{Evaluando, } H = \frac{101 \times 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \rightarrow H = 10,3 \text{ m}$$

ACTIVIDAD INDEPENDIENTE: Determine la profundidad para la cual la presión es **2Pa** dentro de un recipiente que contiene mercurio, abierto a la atmósfera.

14. Se utiliza un gato hidráulico para levantar un automóvil de **11,76 kN** de peso. El radio del eje del elevador es de **8,00 cm** y el radio del pistón es de **1,00 cm**. ¿Qué fuerza hay que aplicarle al pistón para levantar el automóvil?

SOLUCION

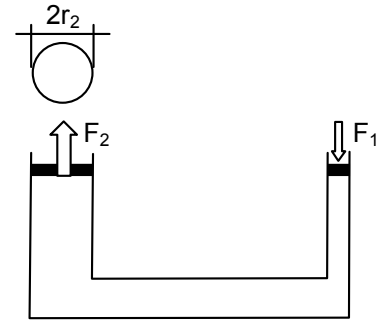
Planteamos la igualdad de la presión en el pistón y la presión en el elevador:

$$P_1 = P_2$$

$$\frac{F_1}{A_2} = \frac{F_2}{A_1}$$

Despejando la fuerza en el pistón y sustituyendo la fórmula del área del círculo.

$$F_1 = F_2 \frac{A_1}{A_2} = F_2 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} \rightarrow F_1 = 184 N$$



20. Un tubo en **U**, como el mostrado en la figura se llama *manómetro*. Este instrumento se conecta a un recipiente que contiene un gas cuya presión se desea medir. El líquido en el tubo en **U** es mercurio. Si la presión atmosférica es de **1,013 x 10⁵ Pa** y la diferencia de altura entre las ramas del manómetro es de **12,0 cm**, ¿cuál es la presión manométrica en el gas?

SOLUCION

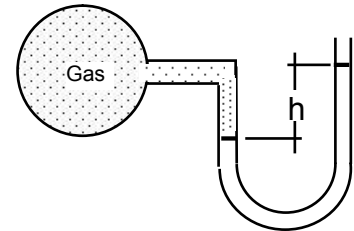
Según se observa la presión del gas en el balón es mayor que una atmósfera, ya que en la rama del tubo en **U** conectado al balón la superficie libre del mercurio está más baja que la superficie de mercurio en la rama abierta a la atmósfera.

La presión manométrica del gas es la presión manométrica asociada a la columna de mercurio de altura *h*. La definición de presión manométrica en un líquido es:

$$\Delta P = \rho_{Hg} g h$$

Evaluando,

$$\Delta P = 13600 \frac{kg}{m^3} \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,12 m = 16 kPa$$



21. Supóngase que los líquidos del tubo en forma de **U** mostrado en la figura, son agua y aceite. Calcule la densidad del aceite si el agua se encuentra a **9,5 cm** sobre el menisco de la interfase y el aceite a **12 cm** sobre la misma.

SOLUCION

Los puntos **A** y **B** definen el nivel horizontal, el primero en el seno del agua y el segundo en la interfase de separación agua-aceite. La presión en el punto **A** es igual a la presión en el punto **B**. Las ramas del tubo **U** están abiertas a la atmósfera.

$$P_A = P_B$$

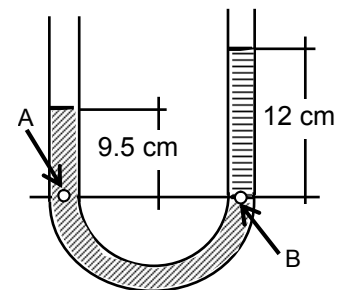
$$P_0 + \rho_{agua} g H_A = P_0 + \rho_{aceite} g H_B$$

$$\rho_{agua} H_A = \rho_{aceite} H_B$$

La densidad del aceite es:

$$\rho_{aceite} = \rho_{agua} \frac{H_A}{H_B}$$

$$\rho_{aceite} = 1000 \frac{kg}{m^3} \times \frac{9,5 cm}{12,0 cm} = 792 \frac{kg}{m^3}$$



PRINCIPIO DE ARQUÍMEDES

23. Un cuerpo tiene un volumen de **25,0 cm³**. Su peso en el aire es de **0,750 N**. ¿Qué empuje experimentará si se sumerge (a) en agua; (b) en alcohol; (c) ¿Cuál es el peso aparente del cuerpo en cada uno de estos líquidos?

SOLUCION

Si calcularemos el peso aparente del cuerpo, su densidad debe ser mayor que la del fluido y debe estar completamente sumergido en el fluido, p. ej sujeto de una cuerda y el peso aparente será la tensión en ella.

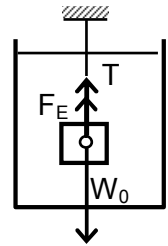
La fuerza de empuje en agua es $F_E = \rho g V_D \rightarrow F_E = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 25 \times 10^{-6} \text{m}^3$

$$F_E = 0,245 \text{ N}$$

Aplicando la 1^{ERA} LEY de NEWTON

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow T + F_E - W_0 = 0; \quad W_{ap} = T$$

$$W_{ap} = W_0 - F_E \rightarrow W_{ap} = 0,505 \text{ N}$$



ACTIVIDAD INDEPENDIENTE: Determine la densidad del cuerpo y compare con la del agua y la del alcohol. Calcule F_E y W_{ap} para el alcohol.

25. Un trozo de metal pesa **1800 N** en el aire y **1571 N** cuando se le sumerge en agua. ¿Cuál es la densidad del metal?

SOLUCION

Aplicando la 1^{ERA} LEY de NEWTON

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow W_{ap} + F_E - W_0 = 0;$$

$$W_{ap} = 229 \text{ N}$$

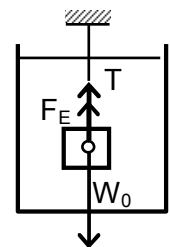
De la definición de Fuerza de Empuje determinamos el volumen del cuerpo:

$$F_E = \rho g V_D \rightarrow V_D \equiv V = F_E / \rho g \rightarrow V = 0,023367 \text{ m}^3$$

De la definición de peso: $m = W_0 / g \rightarrow m = 183,67 \text{ kg}$

Sustituyendo el volumen en la definición de densidad del cuerpo, obtenemos:

$$\rho_C = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_C = 7860 \text{ kg/m}^3$$



26. Un cubo sólido de madera de pino, que tiene **30,0 cm** de arista, se puede sumergir completamente en agua cuando se le aplica una fuerza de **54,0 N**. ¿Cuál es la densidad de esta madera?

SOLUCION

Siendo la densidad de la madera menor que la del agua, debe aplicarse una fuerza vertical hacia abajo para sumergir completamente el cubo de madera.

Definición y cálculo de volumen del cubo: $V = a^3 \rightarrow V = 0,027 \text{ m}^3$

Definición de Peso en el aire junto con la definición de densidad: $W_0 = mg \rightarrow W_0 = \rho_C g V$

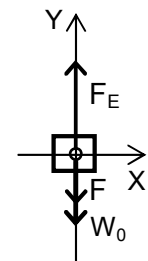
Aplicando la 1^{ERA} LEY de NEWTON

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow -F + F_E - W_0 = 0;$$

$$-F + \rho g V - \rho_C g V = 0$$

Despejando y evaluando:

$$\rho_C = \rho - F/gV \rightarrow \rho_C = 796 \text{ kg/m}^3$$



27. Un bloque de metal de **285 N** tiene un volumen de **0,0057 m³**. El bloque se suspende de una cuerda y se sumerge en aceite. Determine la fuerza de empuje y la tensión en la cuerda.

SOLUCION

Siempre en el caso de la definición de peso aparente el volumen de fluido desplazado, V_D , es igual al volumen del cuerpo V .

La fuerza de empuje se determina de su definición:

$$F_E = \rho g V_D \rightarrow F_E = 910 \frac{kg}{m^3} \times 9,8 \frac{m}{s^2} \times 0,0057 m^3 \rightarrow F_E = 50,8 N$$

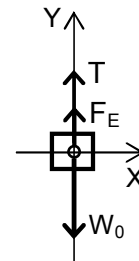
Aplicando la 1^{ERA} LEY de NEWTON

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow T + F_E - W_0 = 0$$

El peso aparente es numéricamente igual a la tensión

$$W_{ap} = T \rightarrow W_{ap} = W_0 - F_E$$

$$W_{ap} = 234,2 N$$



30. Un bloque cúbico de madera de pino de **15 cm** de arista, flota sobre agua. ¿Qué altura del bloque queda por encima de la superficie del agua?

SOLUCION

Siendo menor la densidad de la madera que la del agua, el bloque flota parcialmente sumergido. Sea y la parte sumergida de la arista vertical, el volumen de fluido desplazado es:

$$V_D = a^2 y$$

El peso en el aire se define:

$$W_0 = mg$$

De la definición de densidad la masa de la madera es:

$$m = \rho_C V$$

El volumen del cuerpo es $V = a^3$

El peso en el aire se puede escribir:

$$W_0 = \rho_C g a^3$$

La fuerza de empuje:

$$F_E = \rho g V_D \rightarrow F_E = \rho g a^2 y$$

Aplicando la 1^{ERA} LEY de NEWTON

$$\sum F_Y = 0 \rightarrow F_E - W_0 = 0$$

$$\rho g a^2 y = \rho_C g a^3$$

La parte sumergida es de alto:

$$y = a \frac{\rho_C}{\rho} \rightarrow y = 15 cm \times 800 \frac{kg}{m^3} / 1000 \frac{kg}{m^3} = 12 cm$$

La altura del bloque sobre la superficie del agua es:

$$y - a = 3,0 cm$$

