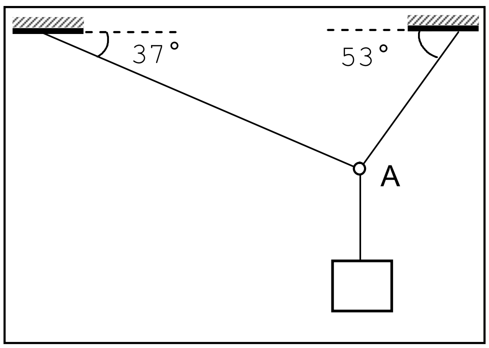
UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA
CENTRO NACIONAL DE ESTUDIOS GENERALES

MODALIDAD SABATINA

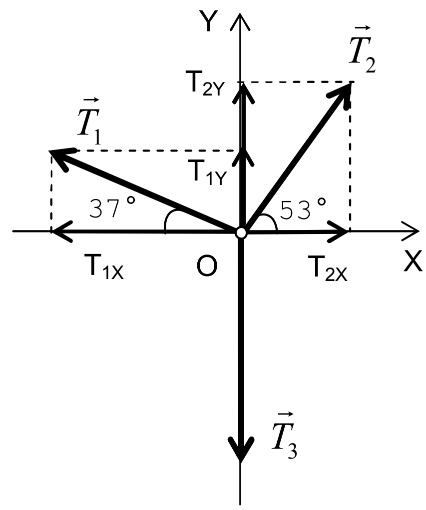
UNIDAD III ESTÁTICA

ESTÁTICA DE LA PARTÍCULA

Nr. 1.b) El peso del objeto es **50,0 N** determine la tensión en las cuerdas.



Por cada uno de los tres segmentos de cuerda tenemos una tensión. Las tres tensiones concurren en el punto A; ahí colocamos el origen del sistema de coordenadas, para hacer el diagrama vectorial y descomponer las fuerzas oblicuas.



La componente X e Y de la fuerza resultante son nulas de acuerdo con el Principio de Inercia.

Escribimos por separado cada una de las componentes de la resultante.

Resultante en X.

$\sum F_X = -T_1 \cos 37^0 + T_2 \cos 53^0 = 0$ Ec 1.

Resultante en Y.

$\sum F_Y = T_1 sen 37^0 + T_2 sen 53^0 - T_3 = 0$ Ec 2.

El valor numérico de la tensión T_3 es igual al peso de 50,0 N.

Despejando T_1 de la Ec 1. Sustituyendo en la segunda, obtenemos:

$$T_1 = T_2 \frac{\cos 53^0}{\cos 37^0}$$

Sustituyendo en la Ec 2 y evaluando tenemos:

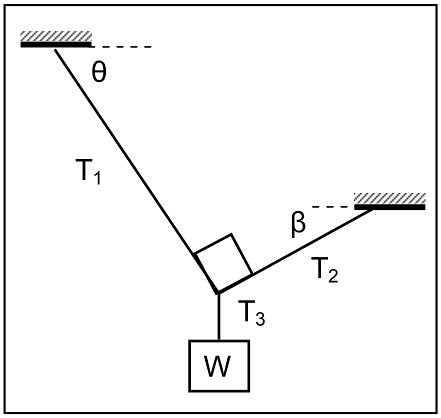
$$T_2 (\cos 53^0 \tan 37^0 + sen 53^0) = T_3$$

$$T_2 = \frac{T_3}{\cos 53^0 \tan 37^0 + sen 53^0} = \frac{50,0\ N}{\cos 53^0 \tan 37^0 + sen 53^0}$$

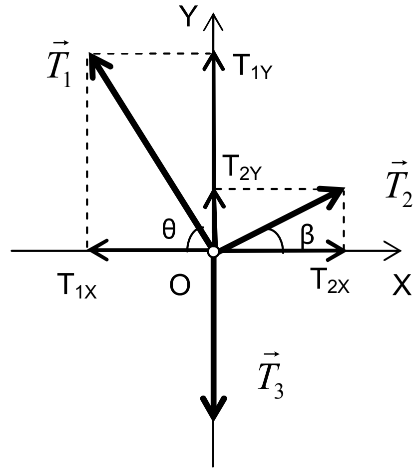
$$T_2 = 39,9\ N$$

Sustituyendo $T_2 = 39,9\ N$ en $T_1 = T_2 \frac{\cos 53^0}{\cos 37^0}$ obtenemos $T_1 = 30,1\ N$

Nr. 3.c) Calcule las tensiones **T_1**, **T_2** y **T_3** de los sistemas mostrados en la figura si en:, c) $\theta = 60{,}0°$, $\beta = 30{,}0°$ y W = 40,0 N.



En el punto de unión de las tres cuerdas colocamos el origen del sistema de coordenadas. Descomponemos las fuerzas y planteamos la condición de equilibrio de traslación.



$$\sum F_X = -T_1 \cos\theta + T_2 \cos\beta = 0 \qquad \text{Ec. 1.}$$

$$\sum F_Y = T_1\, sen\theta + T_2 sen\beta - T_3 = 0 \qquad \text{Ec. 2.}$$

La tensión T_3 es numéricamente igual al peso suspendido

$W = 40{,}0\ N$

Para resolver el sistema de ecuaciones despejemos la tensión de la resultante en X, Ec.1.

$$T_2 = T_1 \frac{\cos\theta}{\cos\beta}$$

Sustituyamos T_2 en la resultante en Y, Ec.2.

$$T_1 sen\theta + T_1 \frac{\cos\theta}{\cos\beta} sen\beta - T_3 = 0$$

Agrupemos

$$T_1(sen\theta + \cos\theta \tan\beta) = T_3$$

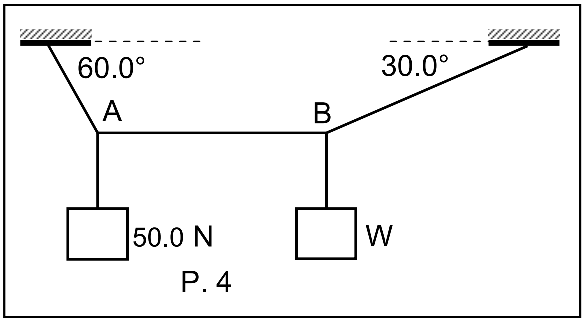
Despejemos T_1 y evaluemos, Hemos apuntado que $T_3 = 40{,}0\ N$

$$T_1 = \frac{T_3}{sen\theta + \cos\theta \tan\beta} = \frac{40{,}0\ N}{sen 60^0 + \cos 60^0 \tan 30^0}$$

$$T_1 = 34{,}6\ N$$

Sustituyendo $T_1 = 34{,}6\ N$ en $T_2 = T_1 \frac{\cos\theta}{\cos\beta}$ obtenemos $T_2 = 20{,}0\ N$

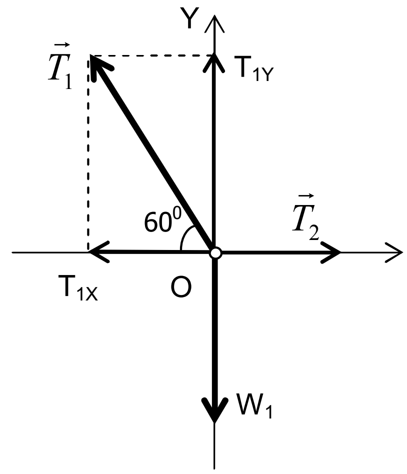
Nr. 4 Determine el valor numérico de **W** para que el sistema mostrado en la figura se encuentre en equilibrio estático. Obtenga además los valores de la tensión en cada cuerda.



En el punto A concurren las fuerzas T_1 T_2 y W_1

En B concurren las fuerzas T_2 T_3 y W

Representamos el equilibrio en dos sistemas de referencia, descomponemos las fuerzas y aplicamos la condición de equilibrio de traslación.



Punto A.

La resultante horizontal es nula.

$$\sum F_X = -T_1 \cos 60^0 + T_2 = 0 \;\rightarrow\; T_2 = T_1 \cos 60^0$$

La resultante vertical es nula.

$$\sum F_Y = T_1 sen 60^0 - W_1 = 0 \;\rightarrow\; T_1 = W_1 / sen 60^0 = 57{,}74\ N$$

Sustituyendo en la condición de equilibrio para la componente X obtenemos:

$$T_2 = 57{,}74\ N \cos 60^0 \quad \rightarrow \quad T_2 = 28{,}9\ N$$

Punto B

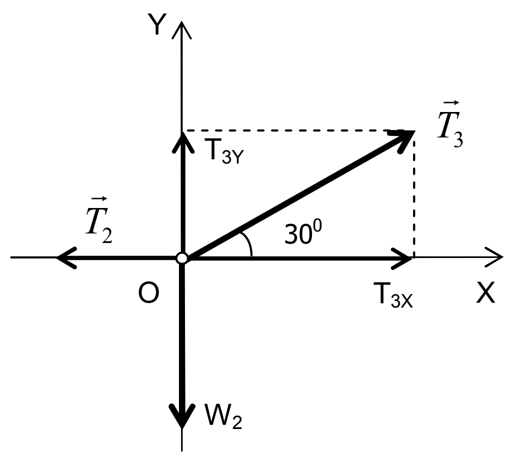
Aplicando la primera ley de Newton obtenemos:

Para la dirección X,

$$\sum F_X = T_3 \cos 30^0 - T_2 = 0 \;\rightarrow\; T_3 = T_2 / \cos 30^0$$

$$T_3 = 33{,}3\ N$$

Para la dirección Y,

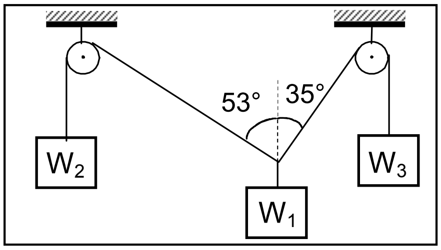


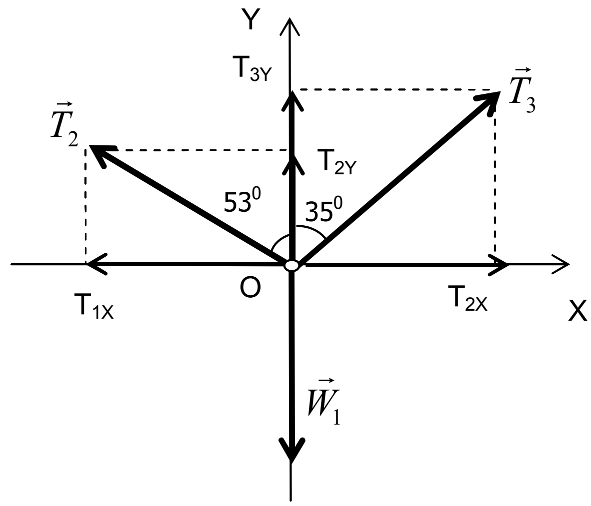
$$\sum F_Y = T_3 sen 30^0 - W = 0$$

Y el valor numérico de W es:

$$W = T_3 sen 30^0 = 16{,}7\ N$$

Nr. 6 El sistema mostrado en la figura se encuentra en equilibrio estático. Las poleas carecen de masa. Si **W_3 = 100 N**, calcule los valores numéricos de **W_1** y **W_2**.





Las tensiones en los segmentos de cuerda que pasan por las poleas son numéricamente iguales a los pesos de los cuerpos suspendidos; esto por el hecho que consideramos despreciable la masa de las cuerdas y despreciable el rozamiento de ellas con las poleas.

$T_2 = W_2 \qquad T_1 = W_1 \qquad T_3 = W_3$

Fijamos el sistema de referencia en el punto de concurrencia de las tensiones.
Aplicamos la condición de equilibrio de traslación:

$\sum F_X = -T_2 sen53^0 + T_3 sen35^0 = 0$ Ec 1.

$\sum F_Y = T_2 \cos 53^0 + T_3 \cos 35^0 - W_1 = 0$ Ec 2.

Donde $T_2 = W_2$ y $T_3 = W_3 = 100\ N$

De la Ec 1 $T_2 = \dfrac{T_3 sen35^0}{sen53^0} = \dfrac{100\,N\,sen35^0}{sen53^0} = 71{,}8\ N$

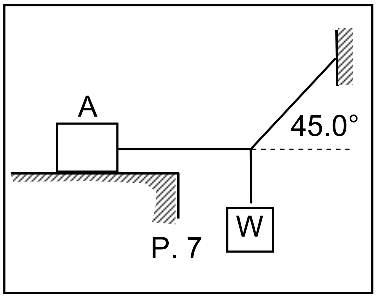
$W_2 = 71{,}8\ N$

Sustituyendo $T_2 = 71{,}8\ N$ en la Ec 2.

$W_1 = T_2 \cos 53^0 + T_3 \cos 35^0$

$W_1 = 125\ N$

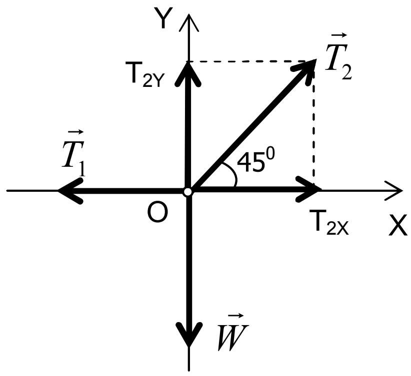
Nr. 7 El bloque **A** pesa **90,0 N**, el coeficiente de fricción estática entre él y la superficie en que descansa es **0,30** El peso **W** es **15,0 N** y el sistema esta en equilibrio. Calcule la fuerza de fricción ejercida sobre el bloque **A**; b) determine el peso máximo **W** con el cual el sistema permanecerá en equilibrio.

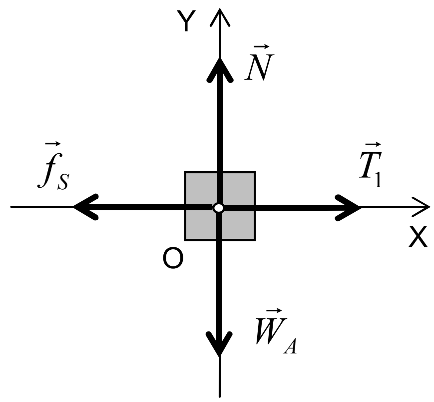


Con el peso $W = 15{,}0\,N$ la fuerza de fricción estática sobre el bloque A no tiene su valor máximo, así que primero planteamos la condición equilibrio para las fuerzas concurrentes.

$$\sum F_X = -T_1 + T_2 \cos 45^0 = 0$$

$$\sum F_Y = T_2 sen 45^0 - W = 0$$





De la resultante vertical nula hallamos, $T_2 = \dfrac{W}{sen 45^0} = 21{,}21\,N$

Sustituyendo en la resultante horizontal nula, $T_1 = T_2 \cos 45^0 = 15{,}0\,N$

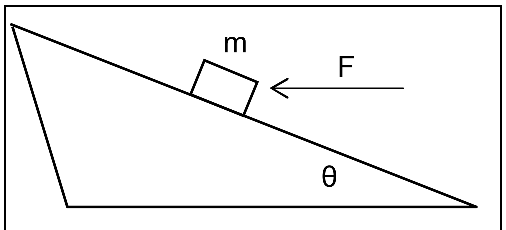
Del planteamiento de la condición de equilibrio en X, para el D.C.L. del bloque A, tenemos:
$\sum F_X = -f_S + T_1 = 0$ y $f_s = 15{,}0\,N$

En la determinación del peso máximo para el cual aún el sistema permanece en equilibrio, los diagramas vectoriales son iguales, con diferentes valores en las tensiones T_1 y T_2 y el peso a buscar, el valor de la fricción estática ahora será el máximo, $f_{SM} = \mu_S N$

ACTIVIDAD INDEPENDIENTE:

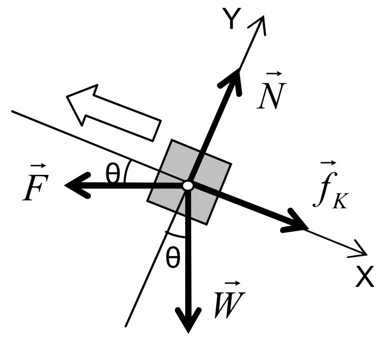
Haga los diagramas vectoriales para la parte b) y demuestre Usted que $f_{SM} = 27\,N$ además que $T_1 = 27\,N$ y que el peso máximo es $W_1 = 27\,N$ para esto necesita aplicar la Primera y Tercera Leyes de Newton

Nr. 12 Que fuerza mínima **F** hay que aplicar a un cuerpo de masa **2,00 kg** que se encuentra sobre un plano inclinado **θ = 30 ⁰** para moverlo uniformemente hacia arriba sobre el plano. Tome μ_K =**0,30**.



P. 12

El cuerpo de masa 2,00 kg se desplaza sobre el plano con rapidez constante, esto es, en equilibrio cinético. La dirección X se define paralela al plano.



Las componentes de $\vec{F}$, paralela y normal al plano son:
$F_X = F\cos\theta$ En dirección –X.

$F_Y = F\,sen\theta$ En –Y.

Las componentes paralela y normal al plano inclinado del peso son:

$W_X = W\,sen\theta$ En + X

$W_Y = W\cos\theta$ En –Y.

El modelo matemático de la fuerza de rozamiento cinético contiene la reacción normal, $\vec{N}$, así que evaluamos el principio de inercia para la dirección Y para obtenerla.

$$\sum F_Y = -Fsen\theta - W\cos\theta + N = 0$$
$$N = Fsen\theta + W\cos\theta$$

La fuerza de rozamiento cinética o fricción cinética es:
$$f_K = \mu_K(Fsen\theta + W\cos\theta)$$

La resultante en la dirección X también es nula.

$$\sum F_X = f_K - F\cos\theta + Wsen\theta = 0$$

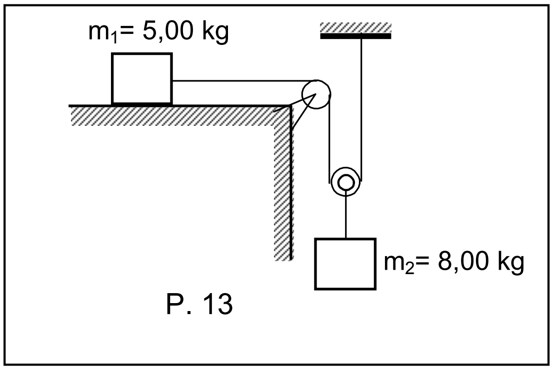
Sustituyendo f_K en la condición de equilibrio para X, obtenemos:

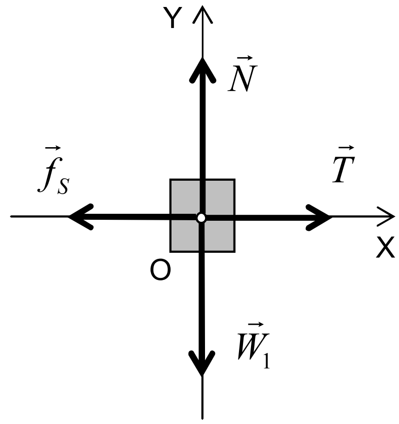
$$\mu_K(Fsen\theta + W\cos\theta) - F\cos\theta + Wsen\theta = 0$$

Despejando la fuerza horizontal y evaluando obtenemos:

$$F = W\frac{\mu_K \cos\theta + sen\theta}{\cos\theta - \mu_K sen\theta} = mg\frac{\mu_K \cos\theta + sen\theta}{\cos\theta - \mu_K sen\theta} = 20{,}8\,N$$

Nr. 13 ¿Cuál es el valor del coeficiente de fricción entre el bloque de **5,00 kg** y la superficie horizontal si el sistema mostrado en la figura debe permanecer en equilibrio estático?





Condición de equilibrio para m_1

Para que el sistema permanezca en equilibrio estático, sobre el bloque de peso $W_1 = m_1 g = 49{,}0\ N$ debe actuar una fuerza de rozamiento estático, con magnitud igual al máximo definido por:

$f_{SM} = \mu_S N$

Esta debe estar dirigida en dirección opuesta a la tendencia al movimiento.

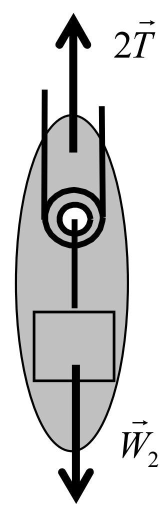
De la resultante nula en la dirección vertical:

$\sum F_Y = N - W_1 = 0 \ \rightarrow \ N = W_1 = 49{,}0\ N$

Aplicando la condición de equilibrio en la dirección X: $\sum F_X = -f_K + T = 0$ que puede escribirse:

$T = \mu_K N$ Ec 1

Polea móvil: Podemos considerar la polea móvil y cuerpo sujeto de su eje como una porción del sistema que interactúa con el resto por medio de las dos cuerdas y recibe la atracción de la Tierra. Así el diagrama vectorial es:



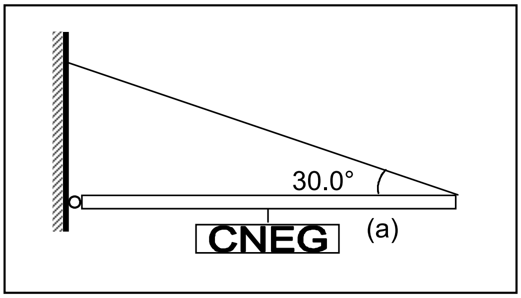
La condición de equilibrio en la dirección vertical es:

$\sum F_Y = 2T - W_2 = 0 \ \rightarrow \ T = 39{,}2\ N$

Sustituyendo en la Ec 1 tenemos $\mu_K = \dfrac{T}{N} = 0{,}80$

ESTÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

Nr.15 Un rótulo pesa **100 N** puede colgarse de una barra homogénea, de peso **200 N**, en cualquiera de las posiciones mostradas. (1) ¿En que posición es mayor tensión en el cable? (2) para cada caso, halle la tensión en la cuerda y el módulo y dirección de la reacción que ejerce la pared sobre el pivote.



En el diagrama del cuerpo libre tenemos dos reacciones que ejerce el pivote sobre la barra. El peso de la barra lo ubicamos en el centro de gravedad.

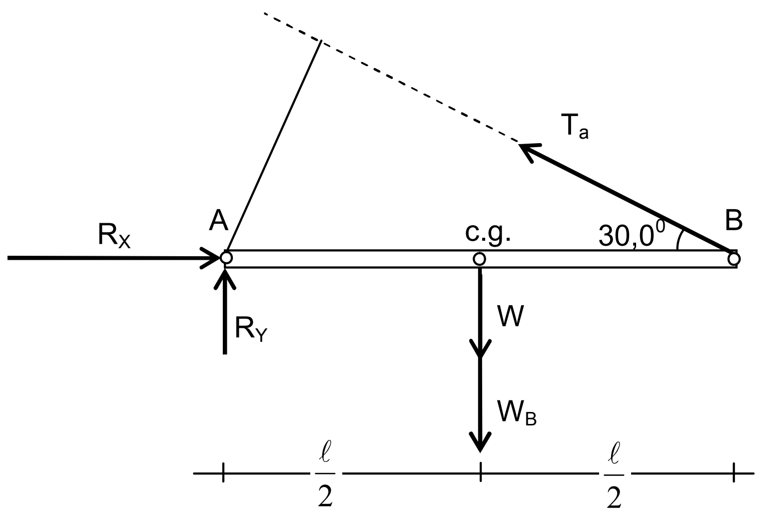
Condición de equilibrio traslacional:

$$\sum F_X = R_X - T_a \cos 30^0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_Y = R_Y + T_a\, sen30^0 - W - W_B = 0 \quad (2)$$

La condición de equilibrio de rotación:

Sumando los momentos de torsión respecto al punto A, los momentos de las reacciones R_X y R_Y son nulos, los momentos del peso del rótulo y del peso de la barra son negativos y el momento de la tensión es positivo.



$$\sum_{(A)} \tau = -W\frac{\ell}{2} - W_B\frac{\ell}{2} + T_a \ell\, sen30^0 = 0 \quad (3)$$

Esta ecuación nos proporciona la tensión T_a

$$T_a = \frac{W + W_B}{2sen30^0} \qquad T_a = 300\ N$$

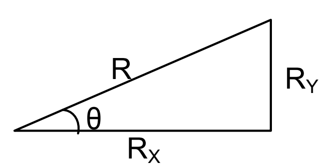
Sustituyendo T_a en la ecuación 1 obtenemos R_X

$$R_X = T_a \cos 30^0 = 259{,}8\,N$$

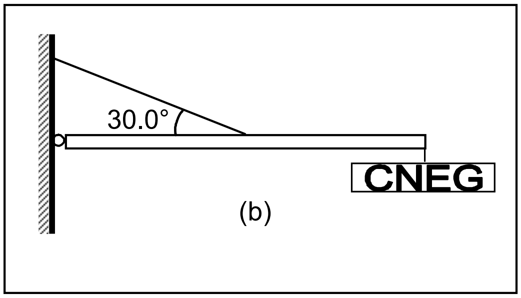
Sustituyendo T_a en la ecuación 2 obtenemos R_Y

$$R_Y = W + W_T - T_a sen30^0 = 150{,}0\,N$$

El módulo de la reacción en el pivote es: $R = \sqrt{R_X^2 + R_X^2} = 300\ N$



La dirección de la reacción es: $\theta = \tan^{-1}\left|\frac{R_Y}{R_X}\right| = 30^0$



(b)

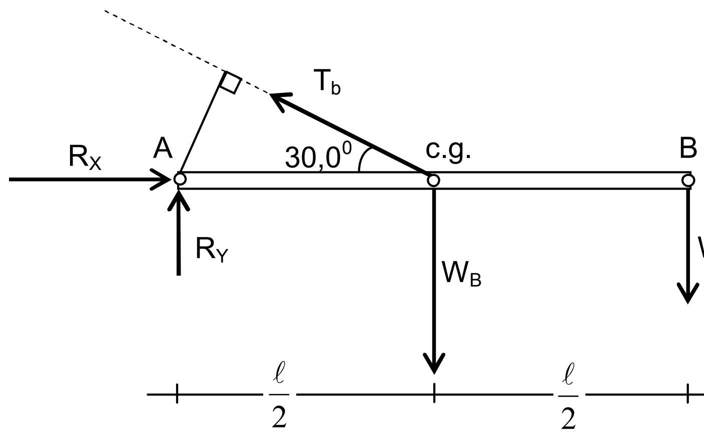
En el diagrama del cuerpo libre tenemos dos reacciones que ejerce el pivote sobre la barra. El centro de gravedad de la barra homogénea está en su centro geométrico.

Condición de equilibrio traslacional:

$$\sum F_X = R_X - T_b \cos 30^0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_Y = R_Y + T_b\, sen 30^0 - W - W_B = 0 \, (2)$$

La condición de equilibrio de rotación: Sumando los momentos de torsión respecto al punto A, los momentos de las reacciones R_X y R_Y son nulos, los momentos del peso del rótulo y del peso de la barra son negativos y el momento de la tensión es positivo.



$$\sum_{(A)} \tau = -W\ell - W_B \frac{\ell}{2} + T_b \frac{\ell}{2} sen 30^0 = 0 \, (3)$$

Esta ecuación nos proporciona la tensión T_b

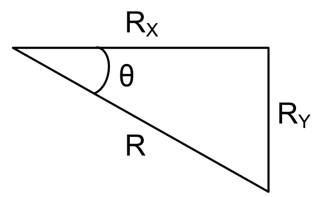
$$T_b = \frac{2W + W_B}{sen 30^0} \qquad T_b = 800 \ N$$

Sustituyendo T_b en la ecuación 1 obtenemos R_X

$$R_X = T_b \cos 30^0 = 692{,}82 \, N$$

Sustituyendo T_b en la ecuación 2 obtenemos

$R_Y = W + W_T - T_b sen 30^0 = -100 \, N$ a diferencia de lo supuesto la componente Y de R_Y esta dirigida hacia abajo.

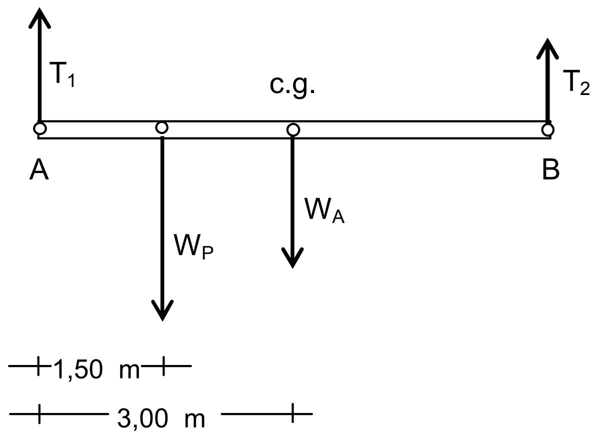


El módulo de la reacción en el pivote es: $R = \sqrt{R_X^2 + R_X^2} = 700 \ N$

La dirección de la reacción es: $\theta = \tan^{-1} \left| \frac{R_Y}{R_X} \right| = 8{,}2^0$

Nr.14 Una persona que pesa **888 N** está de pie a **1,50 m** de uno de los extremos de un andamio de **6,00 m** de longitud. El andamio es homogéneo y pesa **670 N**. Halle el valor numérico de las fuerzas que sostienen al andamio, si éste se encuentra en equilibrio estático.

El andamio se encuentra sostenido por dos cuerdas verticales que nombramos T_1 y T_2
El centro de gravedad del andamio homogéneo se encuentra en su centro geométrico.



Condición de equilibrio traslacional:

$$\sum F_X = T_1 + T_2 - W_P - W_A = 0 \quad (1)$$

La condición de equilibrio de rotación:

Respecto al punto A, el momento de T_1 es cero.

$$\sum_{(A)} \tau = -W_P(1{,}50\,m) - W_A(3{,}0\,m) + T_2(6{,}0\,m) = 0 \, (2)$$

De aquí obtenemos T_2

$$T_2 = \frac{W_P(1{,}50\,m) + W_A(3{,}0\,m)}{(6{,}0\,m)} = 557\,N$$

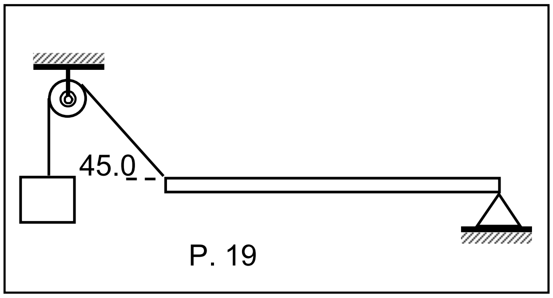
Sustituyendo el valor de $T_2 = 557\,N$ en la ecuación (1) obtenemos el valor de T_1

$$T_1 = -T_2 + W_P + W_A = 1001\ N$$

$$T_1 = 1{,}0\ kN \qquad T_2 = 0{,}56\ kN$$

Nr.19 Un tablón uniforme de **1,50 m** de longitud y **30,0 N** de peso, está fija a un soporte en uno de sus extremos. El tablón se logra equilibrar horizontalmente por medio de un cuerpo y una polea, tal como se muestra en la figura. Determine el peso **W** necesario para balancear el tablón. Considere la masa y la fricción de la polea despreciables.

21.2 N

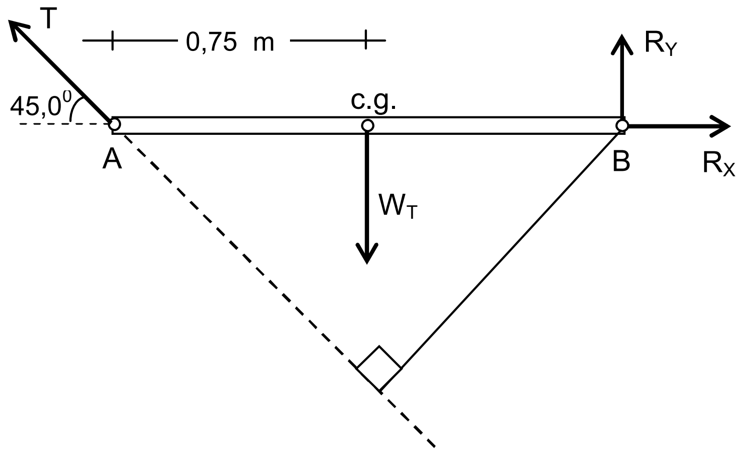


P. 19

En el diagrama del cuerpo libre ubicamos el peso del tablón en el centro de gravedad. Debido a que la tensión en la cuerda oblicua tiene componentes X e Y aparece no sólo la reacción vertical en el extremo B sino también una reacción horizontal.

Al ser despreciables la masa de la polea y la fricción con la cuerda el peso del cuerpo es numéricamente igual a la tensión T

Condición de equilibrio traslacional:



$$\sum F_X = -T\cos 45^0 + R_X = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_Y = R_Y + T\,sen\,45^0 - W_T = 0 \,(2)$$

La condición de equilibrio de rotación:

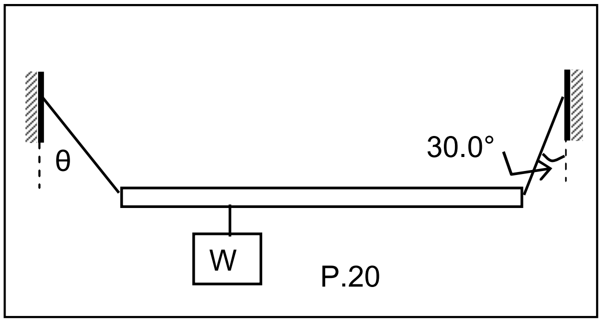
Calculamos el torque resultante respecto al punto B. Los torques de las reacciones R_X y R_Y son nulos porque las líneas de acción de estas fuerzas pasan por B.

$$\sum_{(B)} \tau = -T(1{,}50\,m)sen\,45^0 - W_T\,(0{,}75\,m) \quad = 0\,(3)$$

De aquí obtenemos T

$$T_2 = \frac{W_T\,(0{,}75\,m)}{(1{,}50\,m)\,sen\,45^0} = 21{,}2\,N$$

Nr.20 Un tablón uniforme de **120,0 N** de peso está suspendido por dos cuerdas. A un cuarto de su longitud, medido desde su extremo izquierdo, se suspende un objeto de **400,0 N**. Determine las tensiones de las cuerdas y el ángulo Θ que forma la cuerda izquierda con la vertical.



Condición de equilibrio traslacional:

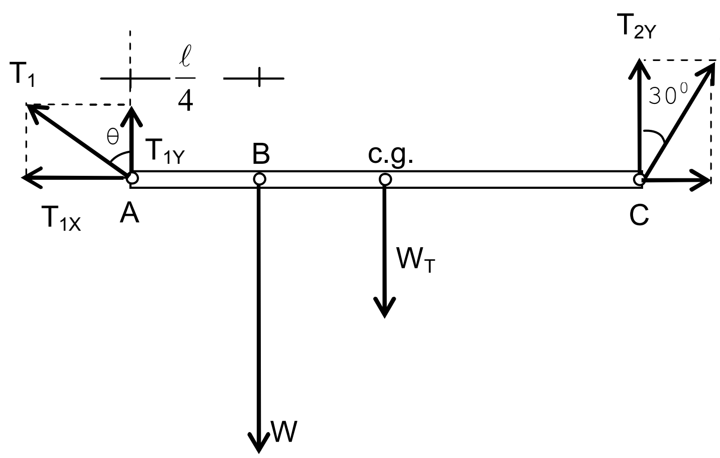
$$\sum F_X = -T_1 \, sen\theta + T_2 \, sen\, 30^0 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_Y = T_1 \cos\theta + T_2 \cos 30^0 - W - W_T = 0 \quad (2)$$

La condición de equilibrio de rotación:

Calculamos el torque resultante respecto al punto A, donde tenemos dos incógnitas.

$$\sum_{(A)} \tau = -W \frac{\ell}{4} - W_T \frac{\ell}{2} + T_2 \cos 30^0 \, \ell = 0 \quad (3)$$



De aquí obtenemos T_2

$$T_2 = \frac{W + 2W_T}{4\cos 30^0} = 184{,}75\, N$$

De la ecuación (1)

$$T_1 \, sen\theta = T_2 \, sen 30^0$$

De la ecuación (2)

$$T_1 \cos\theta = W + W_T - T_2 \cos 30^0$$

Eliminando T_1

$$\frac{T_1 \, sen\theta}{T_1 \cos\theta} = \frac{T_2 \, sen 30^0}{W + W_T - T_2 \cos 30^0}$$

$$\tan\theta = \frac{T_2 \, sen 30^0}{W + W_T - T_2 \cos 30^0}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{T_2 \, sen 30^0}{W + W_T - T_2 \cos 30^0} = 14{,}39^0$$

De la ecuación (1) podemos calcular T_1

$$T_1 = \frac{T_2 \, sen\, 30^0}{sen\,\theta} = 371{,}7 \ N$$