

Uma barra metálica de secção constante e comprimento L tem suas extremidades mantidas a temperaturas constantes t_1 e t_2 . Determine a temperatura do ponto médio da barra, quando o calor flui através da mesma em regime estacionário. As superfícies laterais da barra estão isoladas termicamente.

Esquema do problema

O problema nos diz que o calor flui em regime estacionário, isto quer dizer que o fluxo de calor que atravessa uma secção transversal da barra é constante.

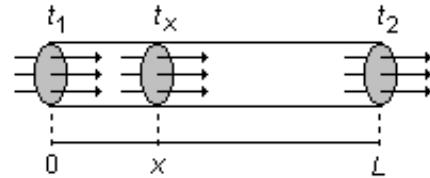


figura 1

Dados do problema

- temperatura nos extremos da barra: t_1 e t_2 ;
- comprimento da barra: L .

Solução

O fluxo de calor é dado por

$$\phi = k.A.\frac{(t_1 - t_2)}{L}$$

Como o fluxo (ϕ) é constante, a quantidade de calor que atravessa as extremidades mantidas as temperaturas t_1 e t_2 é igual a quantidade de calor que atravessa a extremidade a temperatura t_1 e uma secção qualquer a temperatura t_x , pode-se escrever

$$\begin{aligned}\phi &= k.A.\frac{(t_1 - t_2)}{L} = k.A.\frac{(t_1 - t_x)}{x} \\ \frac{t_1 - t_2}{L} &= \frac{t_1 - t_x}{x} \\ t_1 - t_x &= x.\frac{(t_1 - t_2)}{L} \\ t_x &= t_1 - x.\frac{(t_1 - t_2)}{L}\end{aligned}$$

Genericamente esta expressão fornece a temperatura em qualquer ponto x da barra, em particular no nosso caso queremos a temperatura no ponto médio, onde $x = \frac{1}{2}L$, substituindo este valor

$$\begin{aligned}t_{1/2} &= t_1 - \frac{1}{2}L.\frac{(t_1 - t_2)}{L} \\ t_{1/2} &= t_1 - \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2 \\ t_{1/2} &= \frac{t_1 + t_2}{2}\end{aligned}$$

A temperatura no ponto médio será a média das temperaturas das extremidades.