Um recipiente metálico de certa capacidade está cheio de ar a 27ºC. Aquece-se o conjunto; a pressão permanece constante em virtude da ação de uma válvula que permite o escape de ar. A que temperatura deve ser levado o conjunto para que escape 10% da massa de ar primitivamente encerrada no recipiente? O coeficiente de dilatação cúbica do metal é 0,0005ºC^{-1} e o comportamento do ar e suposto como o de um gás perfeito.

Esquema do problema

Como queremos que escape 10% da massa de ar, deve sobrar no recipiente os outros 90% da massa. Como existe uma relação direta entre a massa de um gás e seu número de mols, portanto, se escapa do recipiente 10% da massa, então, escapa 10% do número de mols do gás, e 90% permanecem no recipiente.

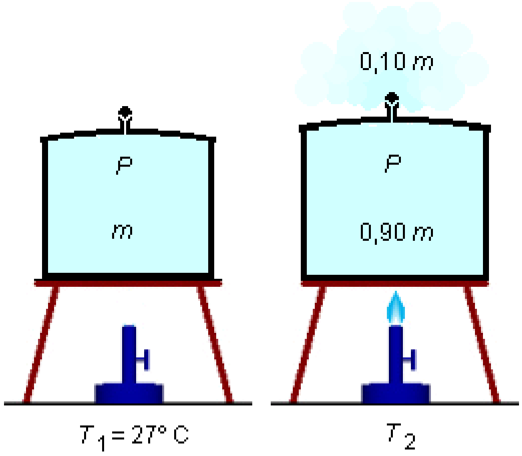

figura 1

Dados do problema

- coeficiente de dilatação cúbica do metal: $\gamma = 0{,}005\ °\text{C}^{-1}$;

Estado inicial	Estado final
$p_1 = p$	$p_2 = p$
V_1	V_2
$T_1 = 27\ ºC = 300\ K$	T_2
n_1	$n_2 = 0{,}90\ n_1$

Solução

Como o gás é considerado perfeito podemos usar a *Equação de Clapeyron* para gases ideais aplicado as situações inicial e final

$$p_1.V_1 = n_1.R.T_1 \qquad \text{(I)}$$

$$p_2.V_2 = n_2.R.T_2 \qquad \text{(II)}$$

onde R é a constante universal dos gases, dividindo (I) por (II), temos

$$\frac{p.V_1}{p.V_2} = \frac{n_1.R.T_1}{n_2.R.T_2}$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1.T_1}{n_2.T_2} \qquad \text{(III)}$$

Para determinar a relação entre os volumes inicial (V_1) e final (V_2) lembremos que o recipiente sofre dilatação durante o processo de aquecimento, a dilatação volumétrica do recipiente é dada por

$$V_2 = V_1.\left[1+\gamma.\left(T_2 - T_1\right)\right]$$

$$\frac{V_2}{V_1} = 1+\gamma.\left(T_2 - T_1\right) \qquad \text{(IV)}$$

invertendo a fração de (III) e substituindo em (IV), obtemos

$$\frac{n_2\,.T_2}{n_1.T_1} = 1+\gamma.\left(T_2 - T_1\right)$$

isolando o valor de T_2, escrevemos

$$\frac{n_2.T_2}{n_1.T_1} = 1+\gamma.T_2 - \gamma.T_1$$

$$\frac{n_2.T_2}{n_1.T_1} - \gamma.T_2 = 1-\gamma.T_1$$

$$T_2.\left(\frac{n_2}{n_1.T_1} - \gamma\right) = 1-\gamma.T_1$$

$$T_2 = \frac{1-\gamma.T_1}{\left(\dfrac{n_2}{n_1.T_1} - \gamma\right)}$$

multiplicando o lado direito da expressão por $\dfrac{T_1}{T_1}$, temos

$$T_2 = \frac{1-\gamma.T_1}{\left(\dfrac{n_2}{n_1.T_1} - \gamma\right)}.\frac{T_1}{T_1}$$

$$T_2 = \frac{T_1.\left(1-\gamma.T_1\right)}{\left(T_1.\dfrac{n_2}{n_1.T_1} - T_1.\gamma\right)}$$

que simplificado dá

$$T_2 = \frac{T_1.\left(1-\gamma.T_1\right)}{\dfrac{n_2}{n_1} - T_1.\gamma}$$

dos dados temos que $\dfrac{n_2}{n_1} = 0{,}90$ e substituindo os valores o resultado final será

$$T_2 = \frac{300.\left(1-0{,}0005.300\right)}{0{,}9-300.0{,}0005}$$

$$T_2 = 340\ \text{K}$$

A temperatura final será de **340 K** ou **67ºC**.