

Num microscópio composto, a distância focal da objetiva é de 2 mm e a da ocular 10 mm. O comprimento do tubo que sustenta as lentes vale 18 cm. A imagem final do sistema forma-se a 50 cm da ocular. Determine:

- O aumento linear transversal da objetiva e da ocular;
- O aumento linear transversal do microscópio;

Construção da imagem

Uma das propriedades das lentes delgadas nos diz que *qualquer raio que passe pelo centro ótico da lente não sofre desvio ao atravessar a lente*, assim na figura 1 vemos que um raio de luz que passa pelo centro ótico da objetiva (O_1) não sofre desvio.



figura 1

Tomando-se um segundo raio de luz paralelo ao eixo principal da lente temos que *todo raio que incide paralelamente ao eixo principal emerge numa direção que passa pelo foco imagem*, assim este raio sai por F'_1 , do cruzamento dos dois raios temos o ponto onde se forma a imagem i_1 da objetiva (figura 2).

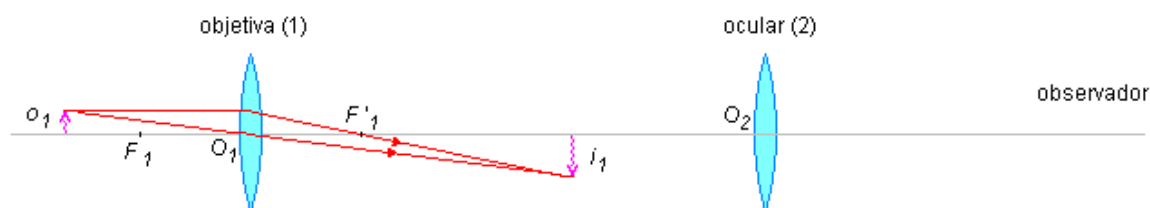


figura 2

A imagem i_1 da objetiva passa a ser objeto o_2 para a ocular ($i_1 \equiv o_2$). Novamente um raio que passa pelo centro ótico, agora da ocular (O_2), não sofre desvio, como se vê na figura 3.

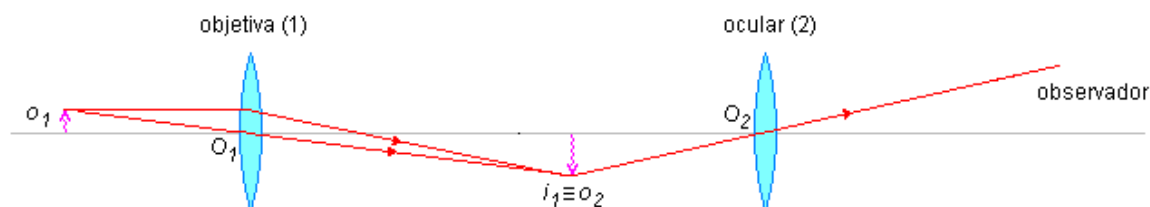


figura 3

De novo um raio paralelo sai pelo foco imagem, agora da ocular F'_2 na figura 4.

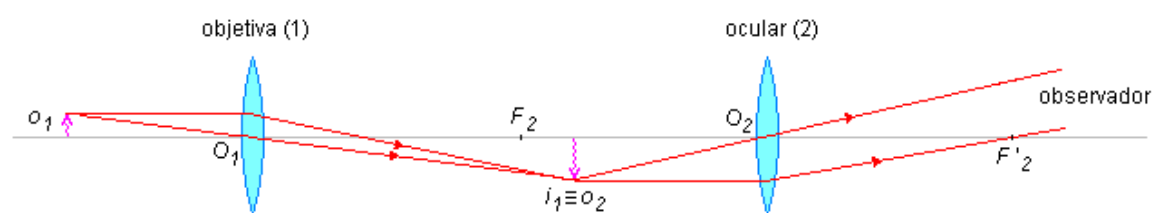


figura 4

Estes dois raios não determinam uma imagem do lado do observador, para determinar a imagem é necessário prolongar estes raios para o lado do objeto o_2 , do cruzamento deles temos a imagem i_2 aumentada como é mostrado na figura 5.

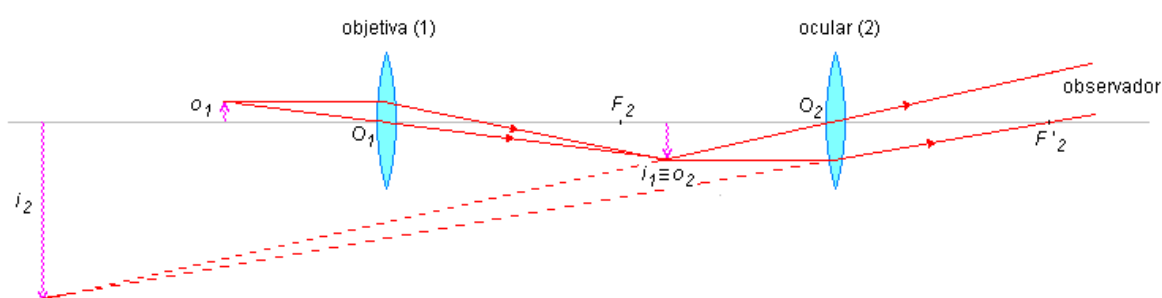


figura 5

Esquema do problema

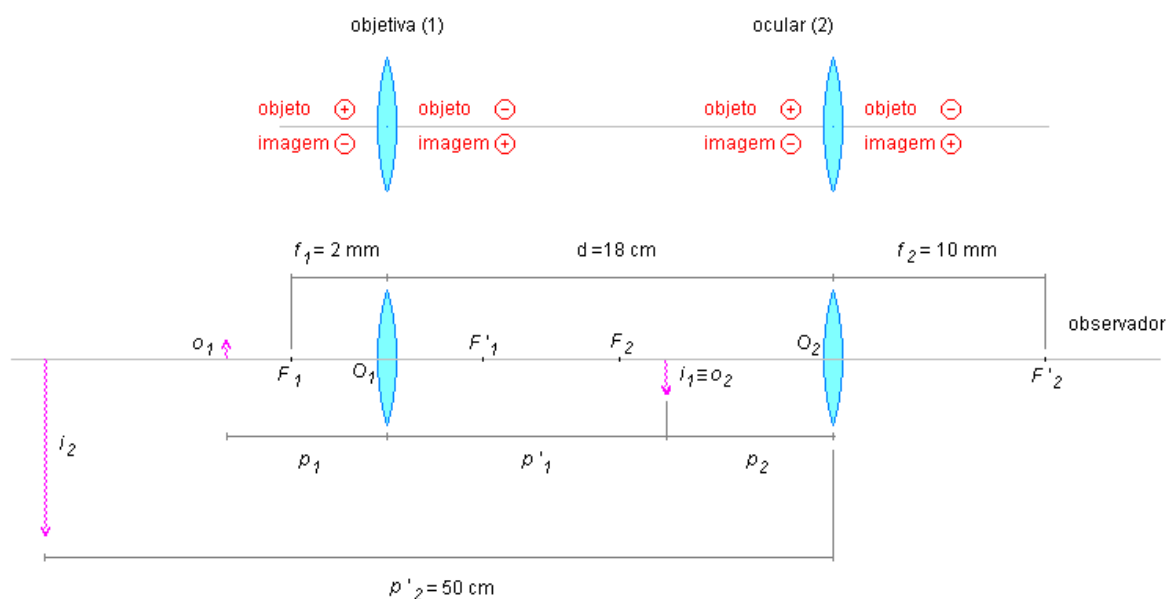


figura 6

Adotando-se o *Referencial de Gauss*, do lado da luz incidente temos a abscissa positiva para o objeto real ($p > 0$) e negativa para a imagem virtual ($p' < 0$), do lado oposto temos a abscissa do objeto virtual negativa ($p < 0$) e positiva para a imagem real ($p' > 0$).

A imagem i_1 possui abscissa positiva, pois está "atrás" da lente objetiva ($p'_1 > 0$, imagem real), ela é também objeto para a lente ocular, como está na "frente" da lente possui

abscissa positiva ($p_2 > 0$, objeto real), a imagem i_2 está na "frente" da lente ocular, portanto, é uma imagem virtual e possui abscissa negativa ($p'_2 < 0$).

Dados do problema

- distância focal da objetiva: $f_1 = 2 \text{ mm}$;
- distância focal da ocular: $f_2 = 10 \text{ mm}$;
- distância da imagem à ocular: $p'_2 = -50 \text{ cm}$;
- distância entre as lentes: $d = 18 \text{ cm}$.

Solução

a) Primeiro transformamos todas as unidades para centímetros:

- distância focal da objetiva $f_1 = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-1} \text{ cm} = 0,2 \text{ cm}$;
- distância focal da ocular $f_2 = 10 \text{ mm} = 10 \cdot 10^{-1} \text{ cm} = 1 \text{ cm}$.

Para encontrar p_2 usamos a *Equação dos Pontos Conjugados*

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_2} &= \frac{1}{p_2} + \frac{1}{p'_2} \\ \frac{1}{p_2} &= \frac{1}{f_2} - \frac{1}{p'_2} \\ \frac{1}{p_2} &= \frac{1}{1} - \frac{1}{(-50)} \\ \frac{1}{p_2} &= 1 + \frac{1}{50}\end{aligned}$$

o *Mínimo Múltiplo Comum (M.M.C.)* entre 1 e 50 é 50

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_2} &= \frac{50+1}{50} \\ \frac{1}{p_2} &= \frac{51}{50} \\ p_2 &= \frac{50}{51} \quad (I) \\ p_2 &= 0,98 \text{ cm}\end{aligned}$$

o aumento da ocular (A_{oc}) será

$$A_{oc} = \frac{i}{o} = -\frac{p'_2}{p_2}$$

usando para p_2 o valor dado por (I) acima, temos o aumento da ocular

$$\begin{aligned}A_{oc} &= -\frac{(-50)}{\frac{50}{51}} \\ A_{oc} &= 50 \cdot \frac{51}{50}\end{aligned}$$

$$A_{oc} = 51$$

A partir da figura 6 vemos que o comprimento do tubo será a soma da distância da objetiva à imagem $i_1 \equiv o_2$ (p'_1) com a distância do objeto $i_1 \equiv o_2$ à ocular (p_2).

$$\begin{aligned}d &= p'_1 + p_2 \\18 &= p'_1 + 0,98 \\p'_1 &= 18 - 0,98 \\p'_1 &= 17,02 \text{ cm}\end{aligned}$$

Aplicando novamente a *Equação dos Pontos Conjugados* encontramos a distância do objeto i_1 à objetiva

$$\begin{aligned}\frac{1}{f_1} &= \frac{1}{p_1} + \frac{1}{p'_1} \\ \frac{1}{p_1} &= \frac{1}{f_1} - \frac{1}{p'_1} \\ \frac{1}{p_1} &= \frac{1}{0,2} - \frac{1}{17,02}\end{aligned}$$

escrevendo $0,2 = \frac{2}{10}$ e $17,02 = \frac{1702}{100}$, temos

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_1} &= \frac{1}{\frac{2}{10}} + \frac{1}{\frac{1702}{100}} \\ \frac{1}{p_1} &= \frac{10}{2} + \frac{100}{1702}\end{aligned}$$

o *Mínimo Múltiplo Comum* (M.M.C.) entre 2 e 1702 é 1702

$$\begin{aligned}\frac{1}{p_1} &= \frac{8510 - 100}{1702} \\ \frac{1}{p_1} &= \frac{8410}{1702} \\ p_1 &= \frac{1702}{8410} \quad (\text{II}) \\ p_1 &\cong 0,2 \text{ cm}\end{aligned}$$

o aumento da objetiva (A_{ob}) será

$$A_{ob} = \frac{i}{o} = -\frac{p'_1}{p_1}$$

usando o valor dado por (II) para substituir em p_1 , obtemos

$$A_{ob} = -\frac{\frac{1702}{100}}{\frac{1702}{8410}}$$

$$A_{ob} = -\frac{1702}{100} \cdot \frac{8410}{1702}$$

$$A_{ob} = -\frac{8410}{100}$$

$$A_{ob} = -84,1$$

que é o aumento da objetiva.

b) O aumento do microscópio será então

$$A = A_{ob} \cdot A_{oc}$$

$$A = (-84,1) \cdot 51$$

$$A = -4289,1$$