

Os períodos de oscilação de dois pêndulos de comprimentos respectivamente L_1 e L_2 diferem entre si de $1/n$ do valor do período do pêndulo de comprimento L_1 . Determinar o comprimento L_2 em função de L_1 e n .

Dados do problema

- comprimento do pêndulo 1: L_1 ;
- comprimento do pêndulo 2: L_2 ;
- diferença entre os períodos dos pêndulos: $\frac{1}{n}T_1$.

Solução

O período de oscilação de um pêndulo é dado por

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

onde g é a aceleração da gravidade, então os períodos dos pêndulos 1 e 2 serão dados por

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \quad \text{e} \quad T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}}$$

Usando a condição dada no problema de que a diferença entre os períodos será de $\frac{1}{n}T_1$ escrevemos

$$T_2 - T_1 = \frac{1}{n}T_1$$

$$T_2 = T_1 + \frac{1}{n}T_1$$

colocando T_1 em evidência

$$T_2 = T_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

substituindo as expressões para cada período temos

$$2\pi\sqrt{\frac{L_2}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_1}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

simplificando o fato 2π e elevando ao quadrado dos dois lados

$$\left(\sqrt{\frac{L_2}{g}}\right)^2 = \left[\sqrt{\frac{L_1}{g}} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)\right]^2$$
$$\frac{L_2}{g} = \frac{L_1}{g} \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2$$

simplificando g dos dois lados da igualdade temos finalmente

$$L_2 = L_1 \cdot \left(1 + \frac{1}{n}\right)^2$$