Mostrar que $y = a\,\text{sen}\,(k\,x - \omega\,t)$ pode ser escrito como:

a) $y = a\,\text{sen}\left[k\,(x - v\,t)\right]$;

b) $y = a\,\text{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$.

Solução

a)

$$y = a\,\text{sen}\,(k\,x - \omega\,t)$$

colocando k em evidência

$$y = a\,\text{sen}\left[k\left(x - \frac{\omega}{k}\,t\right)\right]$$

sendo $\omega = \frac{2\pi}{T}$ e $k = \frac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{\lambda}{2\pi}$ substituindo estes valores na expressão acima

$$y = a\,\text{sen}\left[k\left(x - \frac{2\pi}{T}\,\frac{\lambda}{2\pi}\,t\right)\right]$$

$$y = a\,\text{sen}\left[k\left(x - \frac{\lambda}{T}\,t\right)\right]$$

como $f = \frac{1}{T}$ temos

$$y = a\,\text{sen}\left[k\,(x - f\,\lambda\,t)\right]$$

mas $v = \lambda\,f$ então

$$\boxed{y = a\,\text{sen}\left[k\,(x - v\,t)\right]}$$

b)

$$y = a\,\text{sen}\,(k\,x - \omega\,t)$$

substituindo os valores para k e ω do item (a) na expressão acima, reescrevemos

$$y = a\,\text{sen}\left(\frac{2\pi}{\lambda}\,x - \frac{2\pi}{T}\,t\right)$$

colocando 2π em evidência obtemos a resposta desejada

$$\boxed{y = a\,\text{sen}\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]}$$