O movimento de um corpo sobre o eixo-*x* obedece a seguinte equação

$$x=4\cos\left(\frac{1}{2}\pi\,t+\pi\right)$$

unidades no *S.I.* Determinar:
a) A amplitude, a pulsação e a fase inicial;
b) O período e a freqüência do movimento;
c) A equação da velocidade;
d) A equação da aceleração;
e) O módulo da velocidade máxima e da aceleração máxima;
f) Representar num mesmo gráfico a elongação, a velocidade e a aceleração em função do tempo.

Solução

A equação dada é do tipo

$$x=A\cos\left(\omega\,t+\varphi_0\right)$$

a) Da equação temos, para a amplitude

$$\boxed{A=4\text{ m}}$$

para a pulsação

$$\boxed{\omega=\frac{1}{2}\pi\text{ rad/s}}$$

e para a fase inicial

$$\boxed{\varphi_0=\pi\text{ rad}}$$

b) Da pulsação temos que o período vale

$$\omega=\frac{2\,\pi}{T}$$
$$T=\frac{2\,\pi}{\omega}$$
$$T=\frac{2\,\pi}{\frac{1}{2}\pi}$$
$$T=2.2$$

$$\boxed{T=4\text{ s}}$$

Para a freqüência escrevemos

$$f=\frac{1}{T}$$
$$f=\frac{1}{4}$$

$$\boxed{f=0{,}25\ \text{Hz}}$$

c) A equação da velocidade é dada por

$$v=-\omega\, A\ \text{sen}\left(\omega\, t+\varphi_0\right)$$
$$v=-\frac{1}{2}\,\pi .4\ \text{sen}\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)$$

$$\boxed{v=-2\,\pi\ \text{sen}\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)}$$

d) A equação da aceleração é dada por

$$a=-\omega^2\, A\cos\left(\omega\, t+\varphi_0\right)$$
$$a=-\left(\frac{1}{2}\,\pi\right)^2 .4\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)$$
$$a=-\frac{1}{4}\,\pi^2 .4\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)$$

$$\boxed{a=-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)}$$

e) O módulo da velocidade máxima ocorre quando $\text{sen}\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)=1$, portanto

$$\left|v\right|_{\text{máx}}=\left|-2\,\pi\,\underbrace{\text{sen}\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)}_{1}\right|$$
$$\left|v\right|_{\text{máx}}=\left|-2\,\pi\right|$$

$$\boxed{\left|v\right|_{\text{máx}}=2\,\pi\ \text{m/s}}$$

O módulo da aceleração máxima ocorre quando $\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)=1$, portanto

$$\left|a\right|_{\text{máx}}=\left|-\pi^2\,\underbrace{\cos\left(\frac{1}{2}\,\pi\, t+\pi\right)}_{1}\right|$$
$$\left|a\right|_{\text{máx}}=\left|-\pi^2\right|$$

$$\boxed{\left|a\right|_{\text{máx}}=\pi^2\ \text{m/s}^2}$$

f) Construindo-se uma tabela usando a expressão para a elongação dada no problema, teremos

t	$x=4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi t+\pi\right)$	x
0	$4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi.0+\pi\right)$	-4
1	$4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi.1+\pi\right)$	0
2	$4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi.2+\pi\right)$	4
3	$4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi.3+\pi\right)$	0
4	$4\cos\left(\dfrac{1}{2}\pi.4+\pi\right)$	-4

Colocando os pontos encontrados num gráfico de x em função de t, $x=f(t)$, e ligando os pontos, obtemos o gráfico de uma senóide, mostrado na figura 1

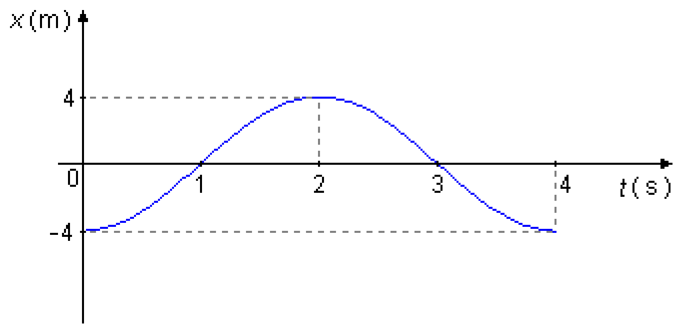

figura 1

Construindo-se uma tabela usando a expressão para a velocidade obtida no item (c), teremos

t	$v=-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi t+\pi\right)$	v
0	$-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi.0+\pi\right)$	0
1	$-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi.1+\pi\right)$	2π
2	$-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi.2+\pi\right)$	0
3	$-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi.3+\pi\right)$	-2π
4	$-2\pi\,\text{sen}\left(\dfrac{1}{2}\pi.4+\pi\right)$	0

Colocando os pontos encontrados num gráfico de v em função de t, $v=f(t)$, e ligando os pontos, obtemos o gráfico de uma senóide, mostrado na figura 2

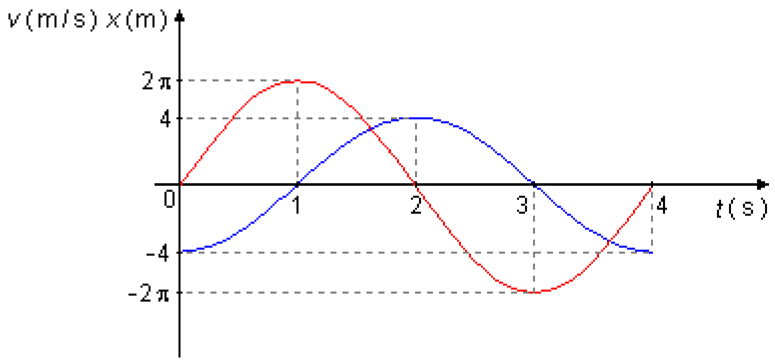

figura 2

Construindo-se uma tabela usando a expressão para a aceleração obtida no item (d), teremos

t	$a=-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi t+\pi\right)$	a
0	$-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi.0+\pi\right)$	π^2
1	$-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi.1+\pi\right)$	0
2	$-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi.2+\pi\right)$	$-\pi^2$
3	$-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi.3+\pi\right)$	0
4	$-\pi^2\cos\left(\frac{1}{2}\pi.4+\pi\right)$	π^2

Colocando os pontos encontrados num gráfico de *a* em função de *t*, $a=f(t)$, e ligando os pontos, obtemos finalmente o gráfico de uma senóide, mostrado na figura 3

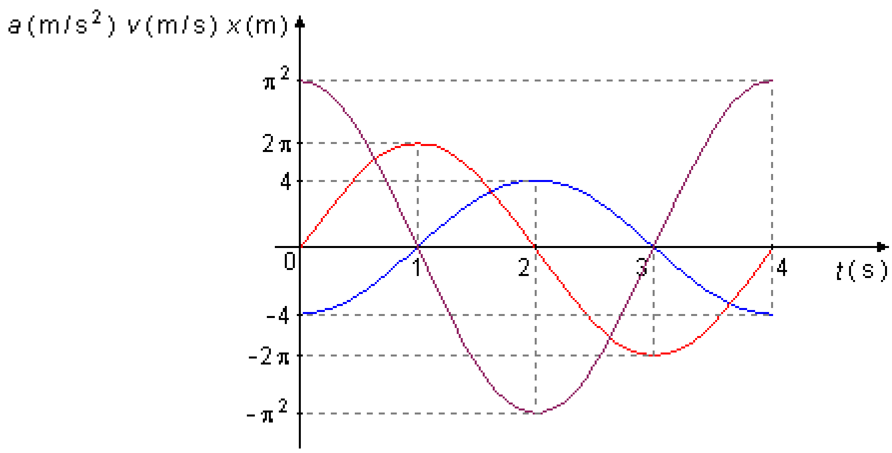

figura 3