

Um sólido tem pesos aparentes P_1 e P_2 quando imerso em dois líquidos de pesos específicos ρ_1 e ρ_2 respectivamente. Determine o seu peso aparente num líquido de peso específico $\frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_2)$

Dados do problema

- peso aparente do sólido no líquido 1: P_1 ;
- peso específico do líquido 1: ρ_1 ;
- peso aparente do sólido no líquido 2: P_2 ;
- peso específico do líquido 2: ρ_2 ;
- peso específico do líquido 3: $\rho_3 = \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_2)$.

Solução

O peso aparente de um corpo é a diferença entre o peso real (P) e o peso do líquido deslocado pelo corpo (P_L), assim para cada um dos três líquidos podemos escrever a seguinte expressão

$$P_1 = P - P_{L1} \quad (I)$$

$$P_2 = P - P_{L2} \quad (II)$$

$$P_3 = P - P_{L3} \quad (III)$$

escrevendo as expressões para os pesos específicos dos três líquidos, sendo V o volume do sólido que é igual ao volume de líquido deslocado, temos

$$\rho_1 = \frac{P_{L1}}{V} \Rightarrow P_{L1} = \rho_1 \cdot V \quad (IV)$$

$$\rho_2 = \frac{P_{L2}}{V} \Rightarrow P_{L2} = \rho_2 \cdot V \quad (V)$$

$$\rho_3 = \frac{P_{L3}}{V} \Rightarrow P_{L3} = \rho_3 \cdot V \quad (VI)$$

substituindo as expressões (IV) e (V) em (I) e (II), respectivamente, obtemos o seguinte sistema

$$\begin{cases} P_1 = P - \rho_1 \cdot V \\ P_2 = P - \rho_2 \cdot V \end{cases}$$

somando as equações acima

$$\begin{array}{l} \left| \begin{array}{l} P_1 = P - \rho_1 \cdot V \\ P_2 = P - \rho_2 \cdot V \end{array} \right. \\ \hline P_1 + P_2 = 2P - \rho_1 \cdot V - \rho_2 \cdot V \\ P_1 + P_2 = 2P - (\rho_1 + \rho_2) \cdot V \\ 2P = P_1 + P_2 + (\rho_1 + \rho_2) \cdot V \\ P = \frac{P_1 + P_2 + (\rho_1 + \rho_2) \cdot V}{2} \\ P = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{(\rho_1 + \rho_2) \cdot V}{2} \quad (VII) \end{array}$$

substituindo (VI) e (VII) em (III), obtemos

$$P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_3) \cdot V - \rho_3 \cdot V$$

substituindo ρ_3 pelo valor dado no problema, finalmente

$$P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2} + \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_3) \cdot V - \frac{1}{2} \cdot (\rho_1 + \rho_3) \cdot V$$

$$P_3 = \frac{P_1 + P_2}{2}$$