

Sendo m_1 e m_2 respectivamente as massas aparentes de um mesmo corpo quando imerso em líquidos de densidades absolutas d_1 e d_2 , calcular sua massa no vácuo.

Dados do problema

- massa aparente do corpo mergulhado no líquido 1: m_1 ;
- densidade do líquido 1: d_1 ;
- massa aparente do corpo mergulhado no líquido 2: m_2 ;
- densidade do líquido 2: d_2 .

Solução

Sendo m a massa procurada, temos que a massa aparente de um corpo é a diferença entre a massa real dele e a massa de líquido deslocado pelo corpo (m_L), assim para cada corpo podemos escrever a seguinte equação

$$m_1 = m - m_{L1} \quad (I)$$

$$m_2 = m - m_{L2} \quad (II)$$

A massa de líquido deslocado será o produto do volume (V) do corpo pela densidade do líquido onde está mergulhado, então temos para os líquidos 1 e 2

$$m_{L1} = V \cdot d_1 \quad (III)$$

$$m_{L2} = V \cdot d_2 \quad (IV)$$

substituindo (III) e (IV) em (I) e (II) respectivamente teremos

$$\left| \begin{array}{l} m_1 = m - V \cdot d_1 \quad (V) \\ m_2 = m - V \cdot d_2 \quad (VI) \end{array} \right.$$

estas equações formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (m e V).

Isolando o valor de V na equação (V), temos

$$\begin{aligned} V \cdot d_1 &= m - m_1 \\ V &= \frac{m - m_1}{d_1} \quad (VII) \end{aligned}$$

substituindo (VII) em (VI), obtemos

$$m_2 = m - \left(\frac{m - m_1}{d_1} \right) \cdot d_2$$

multiplicando toda a equação por d_1 , escrevemos

$$\begin{aligned} m_2 \cdot d_1 &= m \cdot d_1 - (m - m_1) \cdot d_2 \\ m_2 \cdot d_1 &= m \cdot d_1 - m \cdot d_2 + m_1 \cdot d_2 \\ m \cdot d_1 - m \cdot d_2 &= m_2 \cdot d_1 - m_1 \cdot d_2 \\ m \cdot (d_1 - d_2) &= m_2 \cdot d_1 - m_1 \cdot d_2 \end{aligned}$$

$$m = \frac{m_2 \cdot d_1 - m_1 \cdot d_2}{d_1 - d_2}$$