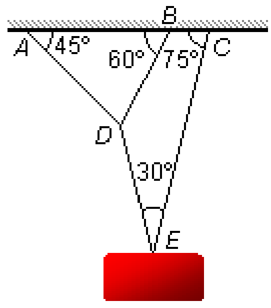
Um bloco de massa $m = 100\ \text{kg}$ está suspenso pelo sistema de cordas mostrada na figura ao lado. Determinar as tensões em todas as cordas.
Adotar: $g = 10\ \text{m/s}^2$ para a aceleração da gravidade, $\operatorname{sen} 15° = 0{,}259$, $\cos 15° = 0{,}966$, $\operatorname{sen} 45° = 0{,}707$, $\cos 45° = 0{,}707$, $\operatorname{sen} 60° = 0{,}866$, $\cos 60° = 0{,}5$.



Esquema do problema

Desenhando as forças que atuam no sistema temos, no bloco a força peso $\vec{P}$, esta será equilibrada pelas tensões $\vec{T}_1$, que tem como reação a tensão $\vec{T}'_1$ no teto, e pela tensão $\vec{T}_2$, cuja reação $\vec{T}'_2$ está no ponto *D*, neste ponto a tensão $\vec{T}'_2$ é equilibrada pelas tensões $\vec{T}_3$ e $\vec{T}_4$, cuja as reações $\vec{T}'_3$ e $\vec{T}'_4$ estão no teto.

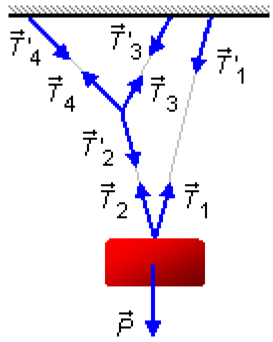


figura 1

Dados do problema

- massa do bloco: $m = 100\ \text{kg}$;
- aceleração da gravidade: $g = 10\ \text{m/s}^2$.

Solução

Dividindo o problema em duas partes, primeiro estudando as forças no bloco.

Pelo ponto *C* traçamos uma reta vertical perpendicular ao teto, o ângulo entre o teto e a corda $\overline{CE}$ é de 75º, então o ângulo entre a reta traçada e a corda $\overline{CE}$ é de 15º, são ângulo complementares (somam 90º). A partir do bloco no ponto *E* traçamos uma reta vertical dividindo o ângulo de 30º em duas partes, como o ângulo entre esta reta e a corda $\overline{CE}$ é alterno interno com o ângulo encontrado anteriormente, ele também medirá 15º. Esta reta divide o ângulo de 30º em duas partes iguais, é uma bissetriz do ângulo de 30º (figura 2-A).

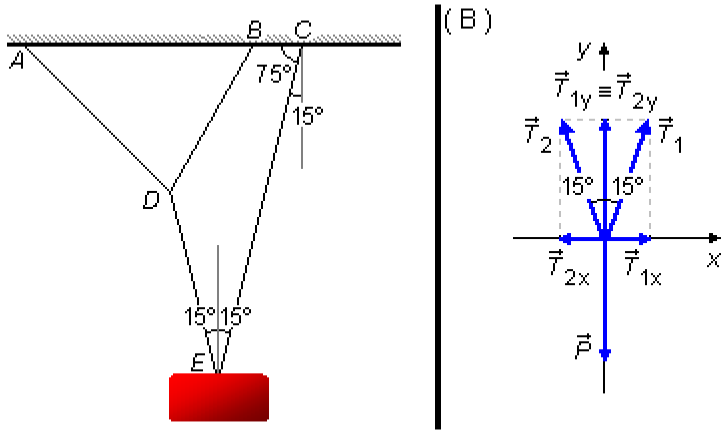


figura 2

Colocando as forças num sistema de eixos coordenados e decompondo as forças, temos, a força peso $\vec{P}$ só tem a componente $\vec{P}_y$, as tensões $\vec{T}_1$ e $\vec{T}_2$ têm componentes $\vec{T}_{1X}$ e $\vec{T}_{2x}$ na direção *x* e componentes $\vec{T}_{1y}$ e $\vec{T}_{2y}$ na direção *y*. Como o sistema está equilíbrio, a resultante das forças é nula, e aplicamos a condição

$$\sum \vec{F} = 0 \qquad \text{(I)}$$

na direção *x*: $\vec{T}_{1x} - \vec{T}_{2x} = 0$

na direção *y*: $\vec{T}_{1y} + \vec{T}_{2y} - \overline{P} = 0$

em módulo, obtemos

$$\begin{gathered} T_1\,.\text{sen}15° - T_2\,.\text{sen}15° = 0 \\ T_1\,.\cos 15° + T_2\,.\cos 15° - P = 0 \end{gathered}$$

estas equações formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (T_1 e T_2), substituindo os valores temos

$$\left|\begin{array}{l} T_1.\text{sen}15° - T_2.\text{sen}15° = 0 \\ T_1.\cos 15° + T_2.\cos 15° - P = 0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l} 0{,}259\ T_1 - 0{,}259\ T_2 = 0 \\ 0{,}966\ T_1 + 0{,}966\ T_2 - m.g = 0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l} 0{,}259\ T_1 - 0{,}259\ T_2 = 0 \\ 0{,}966\ T_1 + 0{,}966\ T_2 - 100.10 = 0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{ll} 0{,}259\ T_1 - 0{,}259\ T_2 = 0 & \text{(II)} \\ 0{,}966\ T_1 + 0{,}966\ T_2 - 1000 = 0 & \text{(III)} \end{array}\right.$$

de (II) tiramos a igualdade

$$\begin{gathered} 0{,}259\ T_1 - 0{,}259\ T_2 = 0 \\ 0{,}259\ T_1 = 0{,}259\ T_2 \\ T_1 = T_2 \qquad \text{(IV)} \end{gathered}$$

substituindo (IV) em (III)

$$\begin{gathered} 0{,}966\ T_1 + 0{,}966\ T_1 - 1000 = 0 \\ 1{,}932\ T_1 = 1000 \\ T_1 = \frac{1000}{1{,}932} \\ T_1 = 517{,}6\ \text{N} \end{gathered}$$

pela igualdade (IV), então

$$\boxed{T_1 = T_2 = 517{,}6\ \text{N}}$$

Em seguida estudamos as forças que atuam no ponto *D*.

Traçando uma linha horizontal pelo ponto *D*, o ângulo entre esta reta e a corda $\overline{AD}$ é alterno interno com ângulo entre a corda $\overline{AD}$ e o teto, então estes ângulo medem 45º, da mesma forma, o ângulo entre a corda $\overline{BD}$ e a reta horizontal é alterno interno com o ângulo entre a corda $\overline{BD}$ e o teto, estes ângulos medem 60º (figura 3-A). Traçando um reta vertical pelo ponto *D* o ângulo entre a corda $\overline{DE}$ e esta linha é de 15º, pois é alterno interno com o ângulo encontrado na primeira parte do problema.

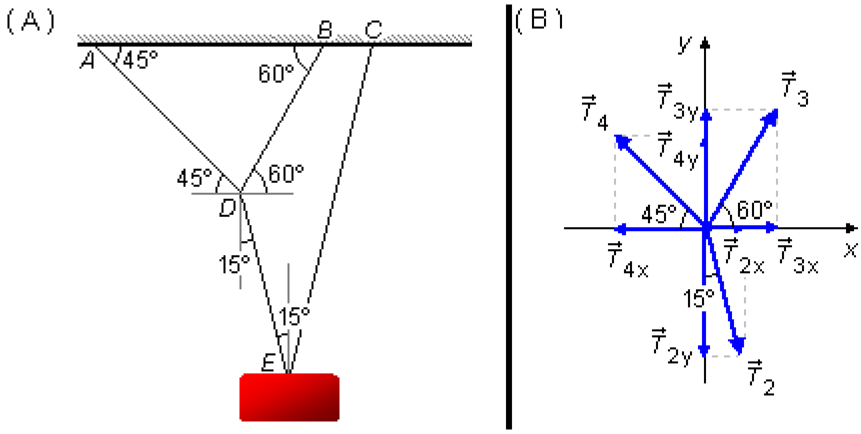


figura 3

Colocando as forças num sistema de eixos coordenados e decompondo as forças, temos, a tensão $\vec{T}_2$, já determinada anteriormente, que têm componentes $\vec{T}_{2x}$ e $\vec{T}_{2y}$, as tensões $\vec{T}_3$ e $\vec{T}_4$ têm componentes $\vec{T}_{3X}$ e $\vec{T}_{4x}$ na direção *x* e componentes $\vec{T}_{3X}$ e $\vec{T}_{4y}$ na direção *y*. Como o sistema está equilíbrio podemos aplicar novamente a condição (I)

na direção *x*: $\vec{T}_{2x}+\vec{T}_{3x}-\vec{T}_{4x}=0$

na direção *y*: $\vec{T}_{3y}+\vec{T}_{4y}-\vec{T}_{2y}=0$

em módulo, obtemos

$$T_2\,.\text{sen}15°+T_3\,.\cos60°-T_4\,.\cos45°=0$$
$$T_3\,.\text{sen}60°+T_4\,.\text{sen}45°-T_2\,.\cos15°=0$$

estas equações formam um sistema de duas equações a duas incógnitas (T_3 e T_4), substituindo os valores dados e o valor da tensão T_2, determinado acima, obtemos

$$\left|\begin{array}{l} T_2\,.\text{sen}15°+T_3\,.\cos60°-T_4\,.\text{sen}45°=0 \\ T_3\,.\text{sen}60°+T_4\,.\text{sen}45°-T_2\,.\cos15°=0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l} 0{,}259.517{,}6+0{,}5\,T_3-0{,}707\,T_4=0 \\ 0{,}866\,T_3+0{,}707\,T_4-0{,}966.517{,}6=0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{l} 134{,}1+0{,}5\,T_3-0{,}707\,T_4=0 \\ 0{,}866\,T_3+0{,}707\,T_4-500{,}0=0 \end{array}\right.$$

$$\left|\begin{array}{ll} 0{,}5\,T_3-0{,}707\,T_4=-134{,}1 & \text{(V)} \\ 0{,}866\,T_3+0{,}707\,T_4=500{,}0 & \text{(VI)} \end{array}\right.$$

somando as equações (V) e (VI) eliminamos o termo em T_4, assim

$$\begin{array}{|l}0{,}5\;T_3-0{,}707\;T_4=-134{,}1\\ 0{,}866\;T_3+0{,}707\;T_4=500{,}0\end{array}$$

$$\overline{\quad 1{,}366\;T_3+0=365{,}9 \quad}$$

$$1{,}366\;T_3=365{,}9$$

$$T_3=\frac{365{,}9}{1{,}366}$$

$$\boxed{T_3=267{,}9\ \text{N}}$$

substituindo este valor em (V)

$$0{,}5.267{,}9-0{,}707\;T_4=-134{,}1$$

$$134{,}0-0{,}707\;T_4=-134{,}1$$

$$-0{,}707\;T_4=-134{,}1-134{,}0$$

$$-0{,}707\;T_4=-268{,}1$$

multiplicando toda a equação acima por (-1)

$$0{,}707\;T_4=268{,}1$$

$$T_4=\frac{268{,}1}{0{,}707}$$

$$\boxed{T_4=379{,}2\ \text{N}}$$