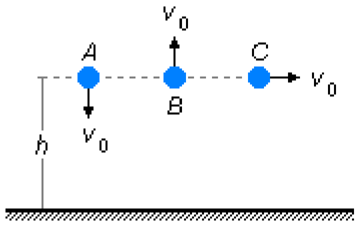
Três esferas idênticas são lançadas de uma mesma altura *h* com velocidades de mesmo módulo. A esfera *A* é lançada verticalmente para baixo, *B* é lançada verticalmente para cima e *C* é lançada horizontalmente. Qual delas chega ao solo como maior velocidade.em módulo (despreze a resistência do ar).



Dados do problema

- velocidade de lançamento: v_0;
- altura do ponto de lançamento: h.

Solução

- Esfera *A*

Adotando-se um Nível de Referência (N.R.) no solo e usando o *Princípio da Conservação da Energia Mecânica*, temos que, inicialmente a esfera possui *Energia Potencial* (E_P^I), devido a altura de onde é lançada em relação ao referencial e *Energia Cinética* (E_C^I), devido a velocidade inicial com que é lançada (v_0). Quando atinge o solo sua *Energia Potencial* é nula, pois a altura em relação ao referencial é zero, e possui *Energia Cinética* (E_C^F), devido a velocidade com que chega ao solo, assim podemos escrever (figura 1)

$$E_M^I = E_M^F$$
$$E_P^I + E_C^I = E_C^F$$
$$m\,g\,h + \frac{m\,v_0^2}{2} = \frac{m\,v^2}{2}$$

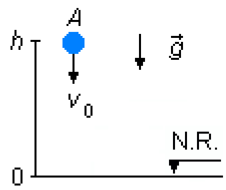


figura 1

simplificando a massa *m* em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2\,g\,h + v_0^2 = v^2$$
$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,h} \qquad \text{(I)}$$

- Esfera *B*

O movimento da esfera se divide em duas partes, a primeira é um lançamento vertical para cima, a esfera sobe até uma altura *H*, onde sua velocidade se anula, então começa a segunda parte do movimento que é uma queda livre a partir do repouso.

Na primeira parte (figura 2-A) a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P1}^I), devido a altura de que é lançada e *Energia Cinética* (E_{C1}^I) da velocidade inicial de lançamento. Quando atinge a altura *H* a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P1}^F), mas como a velocidade se anula para começar a cair, sua *Energia Cinética* (E_{C1}^F) é zero, a altura atingida pela esfera será

$$E_{M1}^I = E_{M1}^F$$
$$E_{P1}^I + E_{C1}^I = E_{P1}^F$$
$$m\,g\,h + \frac{m\,v_0^2}{2} = m\,g\,H$$

simplificando a massa *m* em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2\,g\,h+v_0^2=2\,g\,H$$

$$H=\frac{2\,g\,h+v_0^2}{2\,g} \tag{II}$$

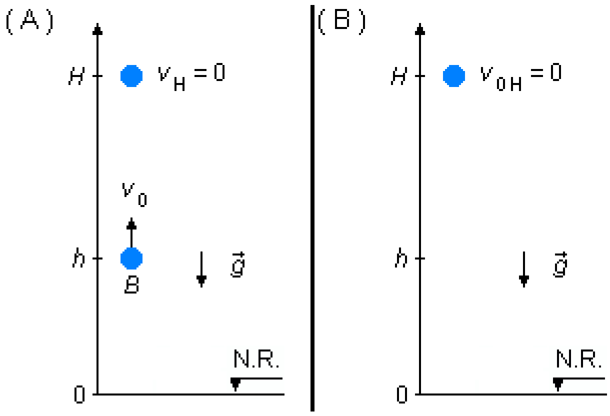


figura 2

Na segunda parte do movimento (figura 2-B) a esfera possui *Energia Potencial* (E_{P2}^{I}), devido a altura de onde cai em queda livre e sua *Energia Cinética* (E_{C2}^{I}) é zero, a esfera parte do repouso. Quando atinge o solo a esfera não possui *Energia Potencial* (E_{P2}^{F}), sua altura é zero em relação ao referencial, e possui *Energia Cinética* (E_{C2}^{F}) devido a velocidade com que chega ao solo, a sua velocidade será

$$E_{M2}^{I}=E_{M2}^{F}$$

$$E_{P2}^{I}=E_{C2}^{F}$$

$$m\,g\,H=\frac{m\,v^2}{2}$$

simplificando a massa *m* em ambos os lados da igualdade e substituindo a altura *H* pelo valor encontrado em (II), obtemos

$$g\left(\frac{2\,g\,h+v_0^2}{2\,g}\right)=\frac{v^2}{2}$$

$$v^2=2\,g\left(\frac{2\,g\,h+v_0^2}{2\,g}\right)$$

$$v^2=2\,g\,h+v_0^2$$

$$v=\sqrt{v_0^2+2\,g\,h} \tag{II}$$

- Esfera *C*

Analogamente ao item (a) temos que, inicialmente a esfera possui *Energia Potencial* (E_P^I), devido a altura de onde é lançada em relação ao referencial e *Energia Cinética* (E_C^I), devido a velocidade inicial com que é lançada (v_0), independentemente da direção. Quando atinge o solo sua *Energia Potencial* é nula, pois a altura em relação ao referencial é zero, e possui *Energia Cinética* (E_C^F), devido a velocidade com que chega ao solo, assim podemos escrever (figura 3)

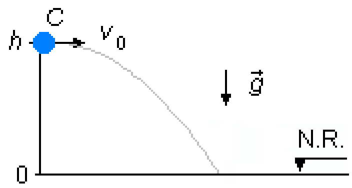


figura 3

$$E_M^I = E_M^F$$

$$E_P^I + E_C^I = E_C^F$$

$$m\,g\,h + \frac{m\,v_0^2}{2} = \frac{m\,v^2}{2}$$

simplificando a massa *m* em todos os termos e multiplicando toda a equação por 2 temos

$$2\,g\,h + v_0^2 = v^2$$

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2\,g\,h} \qquad \text{(IV)}$$

Comparando as expressões (I), (III) e (VI) vemos que **todas as esferas chegam ao solo com a mesma velocidade**.