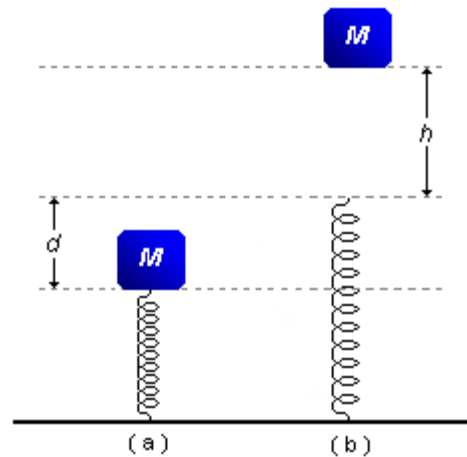


Na figura ao lado, a mola é ideal; a situação (a) é de equilíbrio estável do sistema massa-mola e a situação (b) é a da mola em repouso. Abandonando-se o bloco M como indica a situação (b); determinar:

- a constante elástica da mola;
- a velocidade máxima atingida pelo bloco M .



Dados do problema:

- altura da queda do bloco M até atingir a mola: h ;
- distância que a mola é comprimida sob ação do bloco M : d ;
- sendo m a massa do bloco e g a aceleração da gravidade.

Solução:

a) Para o cálculo da constante elástica da mola usamos a situação de equilíbrio mostrada em (a), esquematicamente temos na figura 1

- F_E força elástica devido à mola;
- P peso do bloco M .

Como o sistema está em equilíbrio então a soma de todas as forças que agem sobre o bloco é igual a zero.

$$\sum \vec{F} = 0$$

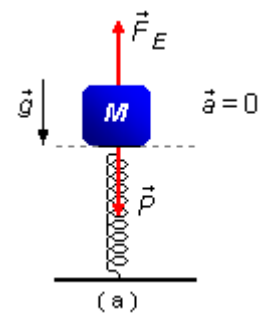


figura 1

adotando-se um sistema de referência orientado para baixo e aplicando esta condição à figura 1, temos

$$\begin{aligned} P - F_E &= 0 \\ m \cdot g - k \cdot d &= 0 \\ m \cdot g &= k \cdot d \end{aligned}$$

a constante da mola será

$$k = \frac{m \cdot g}{d}$$

b) Para calcular a velocidade máxima atingida pelo bloco, dividimos o problema em duas partes; em primeiro lugar a queda do bloco M até atingir a mola e em segundo a compressão da mola até a posição de equilíbrio.

Na primeira parte o bloco está em queda livre, sob a ação da aceleração da gravidade partindo do repouso. Nestas condições podemos utilizar o *Princípio da Conservação da Energia Mecânica*. Tomando-se o nível de referência para esta parte do movimento na plataforma da mola, no ponto de onde o bloco é solto só temos energia potencial (E_p^I), devido

a altura em relação ao referencial, e no ponto onde o bloco bate na mola só temos energia cinética (E_C^F), devida a velocidade

$$E_P^I = E_C^F$$

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$v = \sqrt{2 g \cdot h} \quad (I)$$

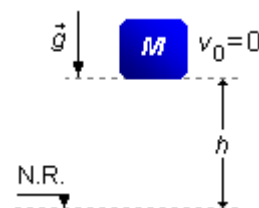


figura 2

Na segunda parte vemos pela figura 3-a, abaixo, que no momento em que o bloco bate na mola estão agindo no bloco a força peso e a força elástica da mola, ainda pequena, e que aumenta com a compressão da mola, neste ponto a aceleração do bloco é positiva ($a > 0$) e a velocidade também é positiva ($v > 0$). A medida que o bloco comprime a mola a força elástica aumenta até se equiparar ao peso, na figura 3-b, neste ponto como as duas forças se equivalem a aceleração é zero (ponto de equilíbrio estável dado no problema) e a velocidade atingiu seu valor máximo (valor pedido no problema).

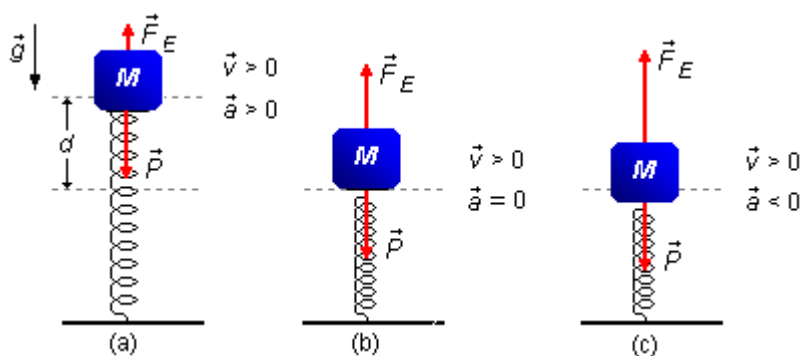


figura 3

Na figura 3-c o bloco passou do ponto de equilíbrio estável, a força elástica da mola supera o valor da força peso e a resultante das forças é "para cima", a aceleração "muda de sinal" ($a < 0$), mas a velocidade continua "para baixo" ($v > 0$) ela começa a diminuir em relação ao valor máximo atingido na situação anterior.

Então a posição em que a velocidade do bloco é máxima é a posição de equilíbrio, para calcular a sua velocidade neste ponto vamos utilizar novamente o *Princípio da Conservação da Energia Mecânica* (ver figura 4). Adotando-se o nível de referência na altura de equilíbrio e a velocidade inicial do bloco dado pelo valor (I) calculado acima, temos que no ponto inicial (onde o bloco bate na mola) há energia potencial (E_P^I), devido ao fato do bloco estar a uma altura d em relação ao nível de referência e energia cinética (E_C^I) devido à velocidade inicial v_0 ; no ponto d , adotado como referência, a energia potencial é zero (não há altura), mas temos energia cinética (E_C^F), devida a máxima velocidade do bloco e energia potencial elástica (E_E) devido a compressão da mola, e usando o valor de k calculado no item (a) e $x = d$ escrevemos

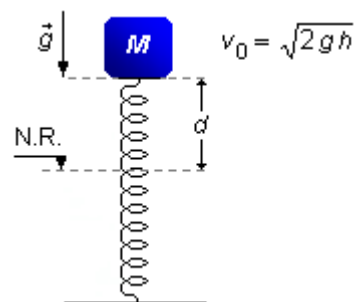


figura 4

$$E_C^I + E_P^I = E_C^F + E_E$$

$$\frac{1}{2}m.v_0^2 + m.g.d = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}k.x^2$$

$$\frac{1}{2}m.(\sqrt{2g.h})^2 + m.g.d = \frac{1}{2}m.v^2 + \frac{1}{2}\frac{m.g}{d}.d^2$$

$$\frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}2m.g.h + m.g.d - \frac{1}{2}m.g.d$$

$$\frac{1}{2}m.v^2 = \frac{1}{2}2m.g.h + \frac{1}{2}m.g.d$$

simplicando o fator $\frac{1}{2}m$ comum a todos os termos, obtemos

$$v^2 = 2.g.h + g.d$$

$$v^2 = g.(2h + d)$$

$$v = \sqrt{g.(2h + d)}$$

esta será a velocidade máxima atingida pelo bloco.