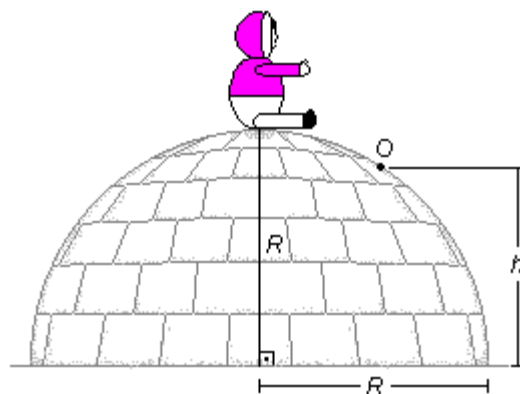


Um garoto está sentado sobre um iglu de forma hemisférica, conforme ilustra a figura. Se ele começar a deslizar a partir do repouso, desprezando atritos, a que altura h relativa à horizontal estará o ponto O em que ele perderá contato com a calota hemisférica de raio R ?



Esquema do problema

Quando o garoto está no topo do iglu as forças que agem nele são a força peso (P) e a normal (N), reação do iglu ao peso do garoto. A condição para que o garoto perca contato com a calota e que a normal seja igual a zero, ele descola do iglu e não há mais reação do iglu ao peso do garoto. Neste momento a única força agindo nele será o seu peso que pode ser decomposto em duas componentes, uma radial que forma um ângulo θ com a força peso na vertical, que pode ser escrita como $P \cdot \cos \theta$, e outra componente tangencial, que será $P \cdot \sin \theta$, estes elementos podem ser vistos na figura 1.

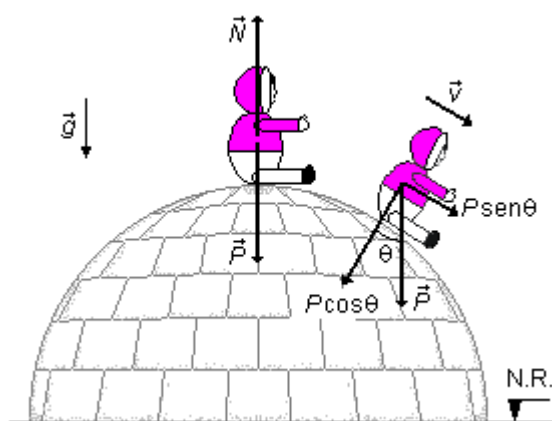


figura 1

Dado do problema

- raio do iglu: R ;
- adotamos g para a aceleração da gravidade, m para a massa do garoto e v para a velocidade com que o garoto desliza.

Solução

Pelo *Princípio da Conservação da Energia Mecânica* a energia do garoto no topo do iglu deve ser igual a energia no ponto O onde ele perde contato com o hemisfério. Tomando-se o chão como nível de referência ($N.R.$), a partir do qual a energia potencial será medida temos que no topo do iglu o garoto está em repouso, sua velocidade é igual a zero, portanto ele só possui energia potencial proporcional a R . No ponto O ele está deslizando com uma velocidade v , possui energia cinética somada a energia potencial proporcional a altura h do chão. Assim podemos escrever

$$\begin{aligned}
 E_M^{\text{topo}} &= E_M^O \\
 E_P^{\text{topo}} &= E_C^O + E_P^O \\
 m \cdot g \cdot R &= \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h \\
 g \cdot R &= \frac{v^2}{2} + g \cdot h \quad (I)
 \end{aligned}$$

Para a determinação de v vemos pela figura 2 que o ângulo formado entre o raio R do iglu e a altura h em é θ , logo

$$\cos \theta = \frac{h}{R} \quad (\text{II})$$

e a componente do peso na direção radial ($P \cdot \cos \theta$) é a força centrípeta a que o garoto está submetido

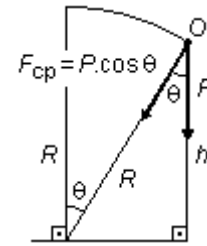


figura 2

$$F_{CP} = m \cdot a_{CP} = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad \text{e} \quad P = m \cdot g$$

$$F_{CP} = P \cdot \cos \theta$$

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = m \cdot g \cdot \cos \theta \quad (\text{III})$$

substituindo (II) em (III)

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{v^2}{R} &= m \cdot g \cdot \frac{h}{R} \\ v^2 &= g \cdot h \end{aligned} \quad (\text{IV})$$

substituindo (IV) em (I) obtemos finalmente

$$g \cdot R = \frac{g \cdot h}{2} + g \cdot h$$

$$R = \frac{h}{2} + h$$

$$\frac{3}{2}h = R$$

$$R = \frac{2}{3}h$$